



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. И. Кацнельсон, М. В. Садовский, Межэлектронное взаимодействие в самосогласованной теории локализации, *Физика твердого тела*, 1983, том 25, выпуск 11, 3372–3382

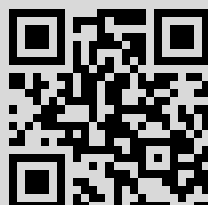
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 195.19.129.45

28 ноября 2021 г., 14:40:21



УДК 537.71

МЕЖЭЛЕКТРОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В САМОСОГЛАСОВАННОЙ ТЕОРИИ ЛОКАЛИЗАЦИИ

М. И. Кацнельсон, М. В. Садовский

В рамках самосогласованной теории локализации вычислены поправки первого порядка по межэлектронному взаимодействию к плотности состояний. Получено обобщение известных результатов Альтшулера и Аронова на диэлектрическую фазу. Излом плотности состояний на уровне Ферми сглаживается, но во всей области локализованных состояний возникает также логарифмическая расходимость поправки к плотности состояний на уровне Ферми. Обсуждается экранирование в диэлектрической фазе.

Обычно явление локализации электронов в неупорядоченных системах рассматривается без учета межэлектронного взаимодействия [1]. В то же время в последние годы выяснилась важная роль этого взаимодействия как для случая «грязных» металлов [2-4], так и для сильно локализованных электронов [5, 6]. Сейчас уже имеется ряд работ [7-12], в которых предпринимаются попытки последовательного рассмотрения эффектов взаимодействия вблизи перехода металл—диэлектрик в неупорядоченных системах. В этих работах рассматривается лишь металлическая (или «квазиметаллическая» для двумерных систем) фаза и подход к переходу Андерсона (или Мотта), диэлектрическая же фаза не рассматривается. Полученные результаты, несмотря на существование серьезных противоречий между разными авторами, указывают на важную, если не определяющую, роль корреляций при описании перехода металл—диэлектрик в неупорядоченных системах. Целый ряд вопросов остается еще неясным, включая, например, фундаментальный вопрос о возможности существования самого явления локализации в системах с взаимодействием. Ситуация осложняется также известными трудностями [1], возникающими при теоретическом описании перехода Андерсона даже в одноэлектронном приближении. В последнее время здесь наблюдается существенный, по нашему мнению, прогресс в качественном понимании физики этого явления, связанный с построением самосогласованной теории локализации в варианте, предложенном Фоллхардом и Вольфле [13-17]. Основным достоинством этой теории является возможность проведения вычислений для любых представляющих интерес физических величин по всей области изменения параметров задачи — от «хорошего» металла до андерсоновского диэлектрика включительно. По-видимому, эта теория дает качественно правильную интерполяционную схему рассмотрения, позволяющую описать переход Андерсона, хотя для трехмерного случая она не содержит контролируемого параметра малости [16]. Другим достоинством самосогласованной теории является принципиальная возможность ее обобщения на случай различных механизмов взаимодействия и учета внешних полей.

В этой работе рассматривается роль первых поправок теории возмущений по межэлектронному взаимодействию в рамках самосогласованной теории локализации. В основном рассматриваются поправки к плотности состояний. Мы покажем, что схема рассмотрения Аронова—Альтшулера

[2-4] может быть естественным образом включена в эту теорию, что позволяет получить простое обобщение их результатов и на диэлектрическую сторону перехода Андерсона. При этом мы считаем, что концепция локализации сохраняется и для систем с взаимодействием, именно это предположение позволяет надеяться на обоснованность рассмотрения лишь первых поправок по взаимодействию к общей картине перехода, описываемой самосогласованной теорией локализации.

1. Основные положения самосогласованной теории локализации

В основе самосогласованной теории локализации лежит уравнение Бете—Солпитера в d -мерном пространстве

$$\Phi_{pp'}^{RA}(\mathbf{q}\omega) \doteq G^R(E_F + \omega p_+) G^A(E_F p_-) \left\{ -\frac{1}{2\pi i} \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') + \int \frac{d^d \mathbf{p}''}{(2\pi)^d} U_{pp''}(\mathbf{q}\omega) \Phi_{p''p'}^{RA}(\mathbf{q}\omega) \right\}, \quad (1)$$

$$\Phi_{pp'}^{RA}(\mathbf{q}\omega) = -\frac{1}{2\pi i} \langle G^R(\mathbf{p} + \mathbf{p}'_+ E_F + \omega) G^A(\mathbf{p}'_- E_F) \rangle; \quad \mathbf{p}_{\pm} = \mathbf{p} \pm \frac{1}{2} \mathbf{q} \quad (2)$$

— двухчастичная функция Грина электрона, а усреднение по хаотически расположенным рассеивающим центрам обозначено угловыми скобками.

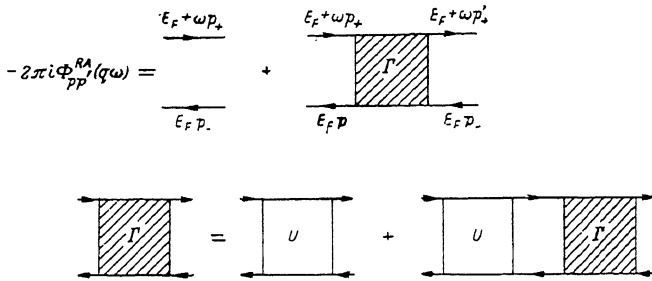


Рис. 1.

$U_{pp'}(\mathbf{q}\omega)$ — неприводимая (в RA -канале) вершинная часть, E_F^- — энергия Ферми. Графическое представление уравнения (1) с помощью уравнения для полной вершинной части $\Gamma_{pp'}(\mathbf{q}\omega)$ приведено на рис. 1. С помощью (1) можно [13-15] получить следующее приближенное выражение для величины

$$\begin{aligned} \Phi^{RA}(\mathbf{q}\omega) &= \int \frac{d^d \mathbf{p}}{(2\pi)^d} \int \frac{d^d \mathbf{p}'}{(2\pi)^d} \Phi_{pp'}^{RA}(\mathbf{q}\omega) = \\ &= -N_0 \frac{|\omega + M_{E_F}(\mathbf{q}\omega)|}{\omega^2 + \omega M_{E_F}(\mathbf{q}\omega) - \frac{2E_F}{dm} \mathbf{q}^2} = -N_0 \frac{1}{\omega + iD_{E_F}(\mathbf{q}\omega) \mathbf{q}^2} \end{aligned} \quad (3)$$

(N_0 — одноэлектронная плотность состояний на уровне Ферми). Здесь введен обобщенный коэффициент диффузии

$$D_{E_F}^{-1}(\mathbf{q}\omega) = i \frac{2E_F}{dm} \frac{1}{M_{E_F}(\mathbf{q}\omega)}, \quad (4)$$

m — масса электрона, а $M_{E_F}(\mathbf{q}\omega)$ — релаксационное ядро, для которого при $\mathbf{q} \rightarrow 0$ может быть выведено уравнение самосогласования [13-15]

$$M_{E_F}(\omega) = 2i\gamma \left\{ 1 + \frac{1}{\pi N_0} \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} \frac{1}{-i\omega + D_{E_F}(\omega) \mathbf{q}^2} \right\}, \quad (5)$$

где $\gamma = \pi \rho V^2 N_0$ — борновская частота рассеяния электронов на точечных рассеивателях, хаотически расположенных с плотностью ρ в пространстве; V — амплитуда рассеяния на точечном потенциале. Наиболее строгий вывод уравнения (5), основанный на точном диаграммном анализе с отбрасыванием менее сингулярных при $\omega \rightarrow 0$ (для $d \geq 2$) вкладов, приведен в работе [15]. Это уравнение эквивалентно использованию для $U_{pp'}(\mathbf{q}, \omega)$ результата суммирования известной последовательности максимально перекрещивающихся графиков («куперон») с заменой классического коэффициента диффузии на обобщенный (4) [13–15]. Решение (5) для $2 < d < 4$ дает [14–17]

$$M_{E_F}(\omega) = \frac{i}{\tau_{E_F}} - \frac{\omega_0^2(E_F)}{\omega}, \quad (6)$$

где $\omega_0^2(E_F) = -\lim_{\omega \rightarrow 0} \omega M_{E_F}(\omega) > 0$ для $E_F < E_c$, где E_c , определяемое уравнением $\omega_0^2(E_c) = 0$, дает положение порога подвижности.

Соответственно в области $E_F < E_c$ при $\omega \rightarrow 0$ из (3) получаем

$$\Phi^{RA}(\mathbf{q}, \omega) = -N_0 \frac{A_{E_F}(\mathbf{q})}{\omega + i\delta}, \quad (7)$$

$$A_{E_F}(\mathbf{q}) = \frac{\omega_0^2(E_F) \tau_{E_F}}{\omega_0^2(E_F) \tau_{E_F} + D_{E_F} \mathbf{q}^2} = \frac{1}{1 + R_{10c}^2(E_F) \mathbf{q}^2} = \frac{1}{N_0} \chi_{\mathbf{q}}(E_F) \chi_{-\mathbf{q}}(E_F), \quad (8)$$

$$\chi_{\mathbf{q}}(E_F) = \chi_{-\mathbf{q}}^*(E_F) = \sqrt{N_0} [1 + i\mathbf{q} R_{10c}^{1/2}(E_F)]^{-1}, \quad (9)$$

причем

$$R_{10c}(E_F) = [\omega_0^2(E_F) \tau_{E_F}]^{-1/2} D_{E_F}^{1/2} = \sqrt{\frac{2E_F}{dm}} \omega_0^{-1}(E_F) \quad (10)$$

играет роль радиуса локализации, а

$$D_{E_F} = \frac{2E_F}{dm} \tau_{E_F} \quad (11)$$

в дальнейшем будет именоваться перенормированным коэффициентом диффузии. Из (8)–(10) видно, что результаты самосогласованной теории соответствуют общему критерию локализации, сформулированному в работе [18].

2. Плотность состояний

Влияние поправок по взаимодействию мы рассмотрим на примере одноэлектронной плотности состояний, определяемой известным соотношением

$$N(\epsilon) = -\frac{1}{\pi} \int \frac{d^d \mathbf{p}}{(2\pi)^d} \text{Im } G^R(\epsilon, \mathbf{p}), \quad (12)$$

где $\epsilon = E - E_F$ — энергия, отсчитываемая от уровня Ферми. Заметим, что в многоэлектронной системе можно вводить различные определения плотности состояний [2, 4–6, 8] в соответствии с тем, какие физические величины подлежат определению. Плотность состояний (12) может быть найдена из туннельных экспериментов [2, 4].

В этом разделе для простоты мы рассмотрим межэлектронное взаимодействие, описываемое потенциалом отталкивания с конечным радиусом действия. Следуя [2], рассмотрим простейшую поправку к одноэлектронной функции Грина, изображаемую графиком на рис. 2, а, где введена вершинная часть, определяемая уравнением (рис. 2, б)

$$\gamma(\mathbf{q}, \omega) = 1 + \int \frac{d^d p'}{(2\pi)^d} \Gamma_{pp'}(\mathbf{q}, \omega) G(p'_+ + \omega) G(\epsilon, p'). \quad (13)$$

Соответственно для поправки к плотности состояний получаем [3]

$$\begin{aligned} \frac{\delta N(\varepsilon)}{N_0} &\approx -\frac{1}{\pi N_0} \operatorname{Im} i \int \frac{d^d \mathbf{p}}{(2\pi)^d} \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} v(\mathbf{q}) \gamma_{RA}^2(\mathbf{q}\omega) G^A(\varepsilon - \omega \mathbf{p} - \mathbf{q}) [G^R(\varepsilon \mathbf{p})]^2 = \\ &= -\frac{1}{2\gamma^2} \operatorname{Im} \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \gamma_{RA}^2(\mathbf{q}\omega) v(\mathbf{q}). \end{aligned} \quad (14)$$

Нетрудно видеть, что

$$G^R(\varepsilon + \omega \mathbf{p}_+) G^A(\varepsilon \mathbf{p}_-) \gamma_{RA}(\mathbf{q}\omega) = -2\pi i \int \frac{d^d \mathbf{p}'}{(2\pi)^d} \Phi_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}^{RA}(\mathbf{q}\omega). \quad (15)$$

Тогда, используя известное соотношение, используемое в самосогласованной теории при выводе (3) [13]

$$\begin{aligned} \int \frac{d^d \mathbf{p}'}{(2\pi)^d} \Phi_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}^{RA}(\mathbf{q}\omega) &\approx -\frac{1}{2\pi i N_0} [G^R(E_F + \omega \mathbf{p}_+) - G^A(E_F \mathbf{p}_-)] \times \\ &\times \int \frac{d^d \mathbf{p}'}{(2\pi)^d} \int \frac{d^d \mathbf{p}''}{(2\pi)^d} \left\{ 1 + \frac{d}{F_F^2 q^2} (\mathbf{p}\mathbf{q})(\mathbf{p}''\mathbf{q}) \right\} \Phi_{\mathbf{p}\mathbf{p}''}^{RA}(\mathbf{q}\omega), \end{aligned} \quad (16)$$

из (13) и (15) получаем выражение для интересующей нас величины в самосогласованной теории

$$\gamma_{RA}(\mathbf{q}\omega) = \left(\omega - \frac{1}{m} \mathbf{p}\mathbf{q} + 2i\gamma \right) \frac{\omega + M_{E_F}(\mathbf{q}\omega) - \frac{1}{m} \mathbf{p}\mathbf{q}}{\omega^2 + \omega M_{E_F}(\mathbf{q}\omega) - \frac{d}{2m} \mathbf{q}^2} \approx \frac{2\gamma}{-i\omega + D_{E_F}(\mathbf{q}\omega) \mathbf{q}^2}, \quad (17)$$

где последнее выражение справедливо при малых ω и \mathbf{q} . Таким образом, величина $\gamma(\mathbf{q}\omega)$ в самосогласованной теории фактически имеет тот же вид,

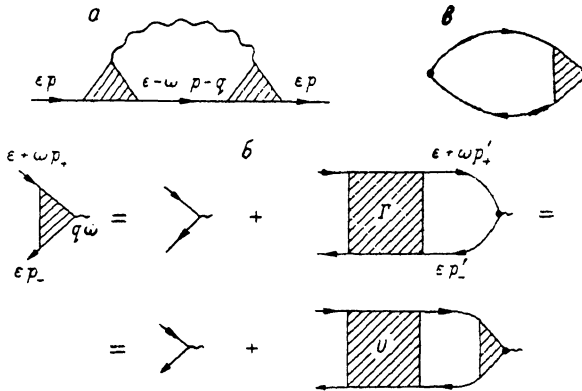


Рис. 2.

что и в «грязном» металле, [2-4], но с заменой классического коэффициента диффузии на обобщенный, определенный выше в (4). Отсюда видно, например, что в области локализации ($E_F < E_c$) при $\omega \rightarrow 0$ из (17) и (6)–(8) получаем

$$\gamma_{RA}(\mathbf{q}\omega) \approx \frac{2\gamma i}{\omega + i\delta} A_{E_F}(\mathbf{q}). \quad (18)$$

Этот результат носит довольно общий характер в смысле критерия локализации работы [18].

Тогда (14) имеет вид

$$\frac{\delta N(\varepsilon)}{N_0} = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} \int_0^\infty d\omega \frac{1}{[-i\omega + D_{E_F}(\mathbf{q}\omega) \mathbf{q}^2]^2} \quad (19)$$

и, используя приближение (6) ($q \rightarrow 0$), получаем

$$\begin{aligned} \frac{\delta N(\varepsilon)}{N_0} \equiv & \left(\frac{\delta N(\varepsilon)}{N_0} \right)_1 + \left(\frac{\delta N(\varepsilon)}{N_0} \right)_2 = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\omega \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} v(\mathbf{q}) D_{EF} \mathbf{q}^2 \times \\ & \times \left\{ \frac{\omega}{[\omega^2 + (\omega_0^2(E_F) \tau_{EF} + D_{EF} \mathbf{q}^2)^2]^2} + \right. \\ & \left. + \frac{\omega_0^2(E_F) \tau_{EF}}{\omega} \frac{\omega_0^2(E_F) \tau_{EF} + D_{EF} \mathbf{q}^2}{[\omega^2 + (\omega_0^2(E_F) \tau_{EF} + D_{EF} \mathbf{q}^2)^2]^2} \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

Вычисляя интеграл по ω , находим

$$\left(\frac{\delta N(\varepsilon)}{N_0} \right)_1 = -\frac{1}{\pi} \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} v(\mathbf{q}) \frac{D_{EF} \mathbf{q}^2}{\varepsilon^2 + [\omega_0^2(E_F) \tau_{EF} + D_{EF} \mathbf{q}^2]^2}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta N(\varepsilon)}{N_0} \right)_2 = & \frac{1}{\pi} \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} v(\mathbf{q}) D_{EF} \mathbf{q}^2 \left\{ \frac{1}{\varepsilon^2 + [\omega_0^2(E_F) \tau_{EF} + D_{EF} \mathbf{q}^2]^2} \frac{\omega_0^2(E_F) \tau_{EF}}{\omega_0^2(E_F) \tau_{EF} + D_{EF} \mathbf{q}^2} + \right. \\ & \left. + \frac{\omega_0^2(E_F) \tau_{EF}}{[\omega_0^2(E_F) \tau_{EF} + D_{EF} \mathbf{q}^2]^3} \ln \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2 + [\omega_0^2(E_F) \tau_{EF} + D_{EF} \mathbf{q}^2]^2} \right\} \Big|_{|\varepsilon| \rightarrow 0} \simeq \\ \simeq & \frac{2}{\pi} \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} v(\mathbf{q}) \frac{\omega_0^2(E_F) \tau_{EF}}{[\omega_0^2(E_F) \tau_{EF} + D_{EF} \mathbf{q}^2]^3} D_{EF} \mathbf{q}^2 \ln \frac{|\varepsilon|}{\omega_0^2(E_F) \tau_{EF} + D_{EF} \mathbf{q}^2}. \end{aligned} \quad (22)$$

При $\omega_0^2(E_F) = 0$, т. е. в металлической фазе, отличен от нуля только вклад (21). Принимая модель точечного взаимодействия, $v(\mathbf{q}) = v_0$, путем простой оценки интеграла в (21) находим

$$\left(\frac{\delta N(\varepsilon)}{N_0} \right)_1 = \frac{v_0}{\pi} \frac{S_d}{d-2} \begin{cases} |\varepsilon|^{\frac{d-2}{2}} - \tilde{E}^{\frac{d-2}{2}}, & |\varepsilon| \gg \omega_0^2(E_F) \tau_{EF}, \\ \omega_0^{d-2}(E_F) \tau_{EF}^{\frac{d-2}{2}} - \tilde{E}^{\frac{d-2}{2}}, & |\varepsilon| \ll \omega_0^2(E_F) \tau_{EF}, \end{cases} \quad (23)$$

где $S_d = 2^{-(d-1)} \pi^{d/2} / \Gamma(d/2)$. Здесь введена характерная энергия \tilde{E} , связанная с параметром обрезания на верхнем пределе интегрирования в (21). Это обрезание необходимо в связи с неприменимостью «диффузионного» приближения ($M_{EF}(q\omega) \rightarrow M_{EF}(\omega)$) для подынтегрального выражения для больших импульсов. Аналогично рассмотрению такого же обрезания в (5), проведенному в [16, 17], мы выбираем параметр обрезания, равным по порядку величины импульсу Ферми $p_F = \sqrt{2m\tilde{E}_F}$, так что

$$\tilde{E} = D_{EF} p_F^2. \quad (24)$$

Альтернативным является выбор параметра обрезания, равным l^{-1} , — обратной борновской длине свободного пробега [14, 15], но вблизи порога подвижности, очевидно, имеем $l^{-1} \sim p_F$, так что оба выбора эквивалентны. Согласно скэйлинговой аргументации Ли [8], вблизи порога подвижности, когда $R_{10c}(E_F) \gg l$, p_F^{-1} , параметр обрезания $\sim R_{10c}^{-1}(E_F)$, однако такой выбор противоречит самбсогласованной теории локализации. Оценка (23) справедлива при

$$|\varepsilon|, \omega_0^2(E_F) \tau_{EF} \ll \tilde{E}. \quad (25)$$

Для специального случая $d=2$ вместо (30) имеем

$$\frac{\delta N(\varepsilon)}{N_0} = \frac{v_0}{2\pi D_{EF}} \begin{cases} \ln \frac{|\varepsilon|}{\tilde{E}}, & |\varepsilon| \gg \omega_0^2(E_F) \tau_{EF}, \\ \omega_0^2(E_F) \tau_{EF} / \tilde{E}, & |\varepsilon| \ll \omega_0^2(E_F) \tau_{EF}. \end{cases} \quad (26)$$

В экспоненциально малой окрестности уровня Ферми доминирует вклад (22) и оценка соответствующего интеграла дает

$$\left(\frac{\delta N(\varepsilon)}{N_0}\right)_2 = \frac{v_0}{\pi} \frac{S_d}{4-d} D_{EF}^{-d/2} [\omega_0^2(E_F) \tau_{EF}]^{\frac{d-2}{2}} \ln \frac{|\varepsilon|}{\omega_0^2(E_F) \tau_{EF}}. \quad (27)$$

В металлической фазе ($\omega_0^2=0$) (23), (26) сводятся к известным результатам работ [2, 3] с учетом перенормировки коэффициента диффузии. При $|\varepsilon| \gg \omega_0^2(E_F) \tau_{EF}$ такое же поведение сохраняется и в диэлектрической фазе. При $|\varepsilon| \ll \omega_0^2(E_F) \tau_{EF}$ излом в плотности состояний на уровне Ферми, имеющийся в металле, сглаживается, сменяясь плавным минимумом. Однако в экспоненциально малой окрестности уровня Ферми возникает логарифмическая особенность (27). Естественно, наше рассмотрение годится лишь при условии $\delta N(\varepsilon)/N_0 \ll 1$.

Приведем теперь конкретные зависимости, возникающие в самосогласованной теории локализации для диэлектрической фазы. При $2 < d < 4$ решение уравнений (5) дает [16] (мы опускаем несущественные константы)

$$\omega_0^2(E_F) \tau_{EF} \sim \frac{\lambda}{4-d} \frac{E_F}{(p_F R_{10c}(E_F))^d} \underset{E_F \lesssim E_c}{\sim} \frac{\lambda E_F}{4-d} \left| \frac{E_F - E_c}{E_c} \right|^{d\nu}, \quad (28)$$

$$\tilde{E} \sim E_F \left| \frac{d\omega_0^2(E_F)}{4E_F^2} \right|^{\frac{d-2}{2}} \sim E_F \left| \frac{1}{p_F R_{10c}(E_F)} \right|^{d-2} \underset{E_F \lesssim E_c}{\sim} E_F \left| \frac{E_F - E_c}{E_c} \right|^{(d-2)\nu}, \quad (29)$$

$$D_{EF} \sim \frac{1}{m} (p_F R_{10c}(E_F))^{2-d} \underset{E_F \lesssim E_c}{\sim} \frac{1}{m} \left| \frac{E_F - E_c}{E_c} \right|^{(d-2)\nu}, \quad (30)$$

где $\lambda = \gamma/\pi E_F$ — безразмерная константа теории возмущений по случайному полю, $\nu = 1/d - 2$ — критический индекс радиуса локализации. Порог подвижности E_c в модели точечных рассеивателей, хаотически распределенных в пространстве, задается выражением [16]

$$E_c \sim \left\{ \frac{d}{d-2} (2\pi)^{-d/2} \Gamma^{-1}(d/2) \right\}^{\frac{2}{4-d}} E_{sc}, \quad (31)$$

где $E_{sc} = m^{\frac{d}{4-d}} (\rho V^2)^{\frac{2}{4-d}}$ — энергия «сильной связи» [1, 18] (при $E_F \sim E_{sc}$ имеем $\lambda \sim 1$ и теория возмущений становится неприменимой). Из (28), (29) видно, что условие (25) легко выполняется. Для $|\varepsilon| \ll \omega_0^2(E_F) \tau_{EF}$ из (23) и (28)—(30) имеем

$$\left(\frac{\delta N}{N_0}\right)_1 \sim v_0 \frac{4-d}{d-2} m^{\frac{d}{2}} E_F^{\frac{d}{2}-1} [1 - (p_F R_{10c}(E_F))^{d-2}] \underset{E_F \rightarrow E_c}{\sim} -v_0 N_0 \left| \frac{E_F - E_c}{E_c} \right|^{-(d-2)\nu}. \quad (32)$$

Аналогичным образом из (27) получим

$$\left(\frac{\delta N(\varepsilon)}{N_0}\right)_2 \sim -v_0 m^{\frac{d}{2}} E_F^{\frac{d}{2}-1} \ln \frac{|\varepsilon|}{\lambda E_F} (p_F R_{10c}(E_F))^{-d} \sim -v_0 N_0 \ln \frac{|\varepsilon|}{\lambda E_F} \left| \frac{E_F - E_c}{E_c} \right|^{d\nu}. \quad (33)$$

Расходимость поправок к плотности состояний при $E_F \rightarrow E_c$ (аналогичная (32) расходимость возникает и в металлической области) указывает на

неприменимость наших приближений в непосредственной окрестности порога подвижности.

Для $d=2$ следует использовать [13]

$$\omega_0^2(E_F) \tau_{E_F} \sim E_F \exp\left(-\frac{1}{\lambda}\right); \quad \tilde{E} \sim E_F \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\lambda}\right)\right], \quad (34)$$

так что фактически в силу $\lambda \ll 1$ доминирует вклад (27)

$$\frac{\delta N(\epsilon)}{N_0} \sim \nu_0 N_0 \begin{cases} \ln \frac{|\epsilon|}{E_F}, & |\epsilon| \geq E_F \exp\left(-\frac{1}{\lambda}\right), \\ \frac{1}{\lambda} \ln \frac{|\epsilon|}{E_F}, & |\epsilon| \ll E_F \exp\left(-\frac{1}{\lambda}\right), \end{cases} \quad (35)$$

где $N_0 = m/2\pi$ — плотность состояний свободных электронов в двумерном пространстве.

3. Кулоновское взаимодействие

В этом разделе рассмотрим случай кулоновского взаимодействия, причем вычисления проведем в мацубаровской технике и конкретно для трехмерного случая. Волнистой линии на рис. 2, а сопоставили динамически экранированное взаимодействие

$$V(\mathbf{q}\omega_m) = \frac{4\pi e^2}{\mathbf{q}^2 \epsilon(\mathbf{q}\omega_m)}, \quad \omega_m = 2\pi mT, \quad (36)$$

где диэлектрическая проницаемость

$$\epsilon(\mathbf{q}\omega_m) = 1 + \frac{4\pi e^2}{\mathbf{q}^2} \Pi(\mathbf{q}\omega_m), \quad (37)$$

причем поляризационный оператор $\Pi(\mathbf{q}\omega_m)$ определяется графиком рис. 2, в.

«Треугольная» вершина в мацубаровской технике определяется выражением

$$\gamma(\mathbf{q}\omega_m \epsilon_n) = \theta(\epsilon_n) \theta(\epsilon_n + \omega_m) + \theta(-\epsilon_n) \theta(-\epsilon_n - \omega_m) + \\ + 2\gamma \left\{ \frac{\theta(\epsilon_n) \theta(-\epsilon_n - \omega_m)}{-\omega_m + D_{E_F}(-\omega_m) \mathbf{q}^2} + \frac{\theta(-\epsilon_n) \theta(\epsilon_n + \omega_m)}{\omega_m + D_{E_F}(\omega_m) \mathbf{q}^2} \right\}, \quad \epsilon_n = (2n+1)\pi T, \quad (38)$$

$$D_{E_F}(\omega_m) = \frac{2E_F}{dm} \frac{i}{M_{E_F}(\omega_m)}, \quad M_{E_F}(\omega_m) = \frac{i}{\tau_{E_F}} - \frac{\omega_0^2(E_F)}{i\omega_m}. \quad (39)$$

Поляризационный оператор при этом равен

$$\Pi(\mathbf{q}\omega_m) = N_0 \left\{ A_{E_F}(\mathbf{q}) \delta_{\omega_m 0} + \frac{D_{E_F}(\omega_m) \mathbf{q}^2}{\omega_m + D_{E_F}(\omega_m) \mathbf{q}^2} \theta(\omega_m) + \right. \\ \left. + \frac{D_{E_F}(\omega_m) \mathbf{q}^2}{-\omega_m + D_{E_F}(-\omega_m) \mathbf{q}^2} \theta(-\omega_m) \right\} \equiv \Pi_{loc}(\mathbf{q}\omega_m) + \Pi_{reg}(\mathbf{q}\omega_m), \quad (40)$$

где $A_{E_F}(\mathbf{q})$ определена выше в (8), а $\theta(\omega_m) = \begin{cases} 1 & m \geq 0, \\ 0 & m < 0. \end{cases}$ Видим, что в (40) возник «локализационный» вклад

$$\Pi_{loc}(\mathbf{q}\omega_m) = N_0 A_{E_F}(\mathbf{q}) \delta_{\omega_m 0}. \quad (41)$$

Появление этого вклада отражает известное отличие в поведении статического адиабатического и изотермического отклика в системах с неэргодическим поведением [19, 20]. Мацубаровский отклик «чувствует» проявление неэргодичности [20], а локализация — типично неэргодическое явление [21–23]. Поляризационный оператор пропорционален электронной сжимаемости. Статическая изотермическая сжимаемость [20]

$$\chi^T(\mathbf{q}0) = \Pi(\mathbf{q}\omega_m = 0), \quad (42)$$

а адиабатическая

$$z_-^A(\mathbf{q}0) = \Pi_{\text{рег}}(\mathbf{q}i\omega_m \rightarrow \omega + i\delta \rightarrow 0), \quad (43)$$

так что [22, 23]

$$z^T(\mathbf{q}0) - z^A(\mathbf{q}0) = N_0 A_{EF}(\mathbf{q}) = N_0 \frac{1}{1 + R_{10c}^2(E_F) \mathbf{q}^2}. \quad (44)$$

Статический изотермический поляризационный оператор

$$\Pi(\mathbf{q}\omega_m = 0) = N_0 \left\{ \frac{1}{1 + R_{10c}^2(E_F) \mathbf{q}^2} + \frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{q}^2 + R_{10c}^2(E_F)} \right\} = N_0. \quad (45)$$

Соответственно статическая адиабатическая диэлектрическая проницаемость равна

$$\epsilon^A(\mathbf{q}\omega \rightarrow 0) = 1 + \frac{4\pi e^2}{\mathbf{q}^2} \Pi_{\text{рег}}(\mathbf{q}\omega \rightarrow 0) = \begin{cases} 1 + \frac{\chi_D^2}{\mathbf{q}^2}, & q \geq R_{10c}^{-1}(E_F), \\ 1 + \chi_D^2 R_{10c}^2(E_F), & q \leq R_{10c}^{-1}(E_F), \end{cases} \quad (46)$$

где $\chi_D^2 = 4\pi e^2 N_0$, а статическая изотермическая проницаемость

$$\epsilon^T(\mathbf{q}0) = 1 + \frac{4\pi e^2}{\mathbf{q}^2} \Pi(\mathbf{q}\omega_m = 0) = 1 + \frac{\chi_D^2}{\mathbf{q}^2}. \quad (47)$$

Именно эта диэлектрическая проницаемость определяет экранирование статического внешнего поля в реальном эксперименте [24]. Из (47) видно, что статическое поле полностью экранируется даже в локализованной фазе. Физический смысл этого результата подробнее обсуждается нами в другой работе (см. также [24]). Для нас, однако, наличие «локализационного» члена (41) несущественно, его учет при вычислении графика рис. 2, а приводит к вкладу, исчезающему при $T \rightarrow 0$, и мы можем ограничиться учетом лишь регулярного вклада $\Pi_{\text{рег}}(\mathbf{q}\omega_m)$.

Использование (38) при вычислении вклада рис. 2, а позволяет найти [2] (дополнительная двойка учитывает спиновое вырождение)

$$\begin{aligned} \delta N(\epsilon_n) &= \frac{2}{\pi} \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} T \sum_m V(\mathbf{q}\omega_m) \gamma^2(\mathbf{q}\omega_m \epsilon_n) \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} G^2(\epsilon_n \mathbf{p}) G(\epsilon_n + \omega_m \mathbf{p} + \mathbf{q}) \approx \\ &\approx -2iN_0 T \sum_m \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{q}\omega_m) \left\{ \frac{\theta(\epsilon_n) \theta(-\epsilon_n - \omega_m)}{[-\omega_m + D_{EF}(-\omega_m) \mathbf{q}^2]^2} - \frac{\theta(-\epsilon_n) \theta(\epsilon_n + \omega_m)}{[\omega_m + D_{EF}(\omega_m) \mathbf{q}^2]^2} \right\}, \end{aligned} \quad (48)$$

$$V(\mathbf{q}\omega_m \rightarrow 0) \approx \frac{-\omega_m + D_{EF}(-\omega_m) \mathbf{q}^2}{N_0 D_{EF}(-\omega_m)} \theta(-\omega_m) + \frac{\omega_m + D_{EF}(\omega_m) \mathbf{q}^2}{N_0 D_{EF}(\omega_m)} \theta(\omega_m). \quad (49)$$

Тогда при $\epsilon_n > 0$

$$\begin{aligned} \delta N(\epsilon_n > 0) &= -\frac{iT}{\pi^2} \sum_{\omega_m = -\infty}^{-\epsilon_n} D_{EF}^{-1}(\omega_m) \int_0^\infty dq [D_{EF}(-\omega_m) \mathbf{q}^2 - \omega_m]^{-1} = \\ &= -\frac{iT}{\pi^2 D_{EF}^{3/2}} \sum_{\omega_m = -\infty}^{-\epsilon_n} \omega_m^{-2} [\omega_m - \omega_0^2(E_F) \tau_{EF}]^2 \int_0^\infty dx [x^2 - \omega_m + \omega_0^2(E_F) \tau_{EF}]^{-1}. \end{aligned} \quad (50)$$

Выполняя обычное аналитическое продолжение и вычисляя мнимую часть, находим поправку к плотности состояний

$$\delta N(\epsilon) = \frac{1}{2\pi^3 D_{EF}^{3/2}} \int_0^\epsilon d\omega [f(\omega + \epsilon) + f(\omega - \epsilon) - 1] \text{Im } \Phi(\omega), \quad (51)$$

где $f(\epsilon)$ — фермиевская функция распределения,

$$\Phi(\omega) = [i\omega + \omega_0^2(E_F)\tau_{EF}]^2 \omega^{-2} \int_0^\infty dx [x^2 + i\omega + \omega_0^2(E_F)\tau_{EF}]^{-1} \approx$$

$$\approx \begin{cases} \frac{\pi}{2\sqrt{2}\omega}, & \omega \gg \omega_0^2(E_F)\tau_{EF}, \\ \frac{3\pi}{2\sqrt{2}} \omega^{-1} [\omega_0^2(E_F)\tau_{EF}]^{1/2}, & \omega \ll \omega_0^2(E_F)\tau_{EF}. \end{cases} \quad (52)$$

Используя асимптотику (52) в (51), получаем

$$\delta N(\varepsilon) \approx \begin{cases} \frac{1}{2^{3/2}\pi^2 D_{EF}^{3/2}} \left[T^{1/2} \varphi\left(\frac{|E|}{2T}\right) - \tilde{E}^{1/2} \right], & |\varepsilon|, T \gg \omega_0^2(E_F)\tau_{EF}, \\ \frac{1}{2^{3/2}\pi^2 D_{EF}^{3/2}} \left[(\omega_0^2(E_F)\tau_{EF})^{1/2} - \tilde{E}^{1/2} \right] + \\ + \frac{3(\omega_0^2(E_F)\tau_{EF})^{1/2}}{2^{3/2}\pi^2 D_{EF}^{3/2}} \ln \frac{\text{Max}\{|\varepsilon|, T\}}{\omega_0^2(E_F)\tau_{EF}}, & |\varepsilon|, T \ll \omega_0^2(E_F)\tau_{EF}, \end{cases} \quad (53)$$

где [2]

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^\infty dy \sqrt{y} \left[\frac{1}{\text{ch}^2(x-y)} + \frac{1}{\text{ch}^2(x+y)} \right] \approx \begin{cases} 1.0, & x \ll 1, \\ \sqrt{2x}, & x \gg 1, \end{cases} \quad (54)$$

что обобщает результат Аронова—Альтшулера [2] и с точностью до константы совпадает с результатами (23), (27), полученными для взаимодействия нулевого радиуса.

4. Хартриевские и другие диаграммы

Выше мы рассматривали лишь фоковскую поправку, изображаемую графиком рис. 2, а. В действительности, в первом порядке теории возмущений по взаимодействию имеется еще целый ряд диаграмм, примеры которых показаны на рис. 3. Рассмотрим прежде всего «хартриевский» график рис. 3, а. В рамках самосогласованной теории локализации мы можем оценить его вклад аналогично тому, как это было сделано в работах [3, 4]. В самом деле, полная вершинная часть в самосогласованной теории представляется в виде (при малых \mathbf{q} , ω)

$$\Gamma_{pp'}^{RA}(\mathbf{q}\omega) \approx \frac{2\rho V^2\gamma}{-i\omega + D_{EF}(\omega)\mathbf{q}^2}, \quad (55)$$

обобщающем известное диффузионное выражение, получающееся суммированием лестничных диаграмм. Результат (55) почти очевиден, легко убедиться, что использование его в уравнении (13) дает (17). Тогда благодаря виду (55) для случая взаимодействия посредством потенциала отталкивания с конечным радиусом действия аналогично [3, 4], нетрудно убедиться, что отношение графиков для собственно-энергетических частей рис. 3, а и рис. 2, а оценивается как

$$F = \int d\Omega v (2\rho_F \sin \theta/2) \left| \int d\Omega v (0) \right| \quad (56)$$

(важно, что в хартриевском графике в отличие от фоковского существенны не малые импульсы, передаваемые по линии взаимодействия, а передаваемая частота, равная нулю). Интегралы по телесному углу в (56) берутся от Фурье-образа потенциала взаимодействия $v(\mathbf{q})$, θ — угол между двумя импульсами на Ферми-поверхности. Нетрудно видеть, что $F < 1$, если потенциал взаимодействия спадает на длине, превышающей несколько межатом-

ных расстояний. Например, для случая экранированного кулоновского взаимодействия в трехмерном случае [3, 4] имеем

$$F = \frac{1}{2} \int_0^\pi d\theta \sin \theta \frac{1}{1 + \frac{x_D^2}{4p_F^2} \sin^2 \theta/2} = \frac{x_D^2}{4p_F^2} \ln \left[1 + \frac{4p_F^2}{x_D^2} \right], \quad (57)$$

так что $F \ll 1$ при $x_D^2 \ll p_F^2$, но $F \rightarrow 1$ при $p_F^2 \ll x_D^2$. Для точечного взаимодействия $F=1$ и с учетом спина харттриевский вклад рис. 3, а в два раза больше фоковского рис. 2, а. В этом случае все рассмотренные выше по-

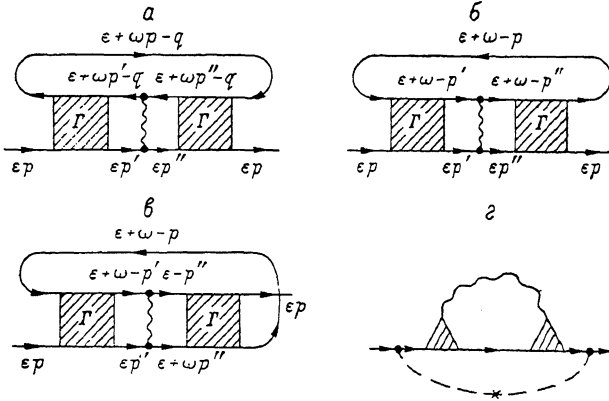


Рис. 3.

правки к плотности состояний просто меняют знак. Вклад графика рис. 3, б содержащий взаимодействие в «куперовском» канале, в отсутствие взаимодействия (магнитное поле, магнитные примеси и т. п.), равен вкладу графика рис. 3, а и, таким образом, тоже имеет малость порядка F . Аналогичная малость имеется и в фоковском графике рис. 3, в с взаимодействием в «куперовском» канале. Отличие его от графика рис. 2, а, так же как и в случае рис. 3, а, связано с немалостью импульса, передаваемого по линии взаимодействия. Для графика рис. 3, г легко получить оценку

$$\text{Im} \Sigma(\epsilon p) = \rho V^2 \delta N(\epsilon), \quad (58)$$

так что возникает дополнительная малость по ρV^2 . Таким образом, проведенное рассмотрение, основанное на графике рис. 2, а, является оправданным для потенциала взаимодействия с не слишком малым радиусом действия. Вопрос же о роли высших порядков по взаимодействию остается открытым.

Авторы благодарны Д. И. Хомскому и М. И. Ауслендеру за обсуждение ряда вопросов, затронутых в этой работе.

Л и т е р а т у р а

- [1] М. В. Садовский, УФН, 133, 223, 1981.
- [2] Б. Л. Альтшулер, А. Г. Аронов. ЖЭТФ, 77, 2028, 1979.
- [3] B. L. Altshuler, A. G. Aronov, P. A. Lee. Phys. Rev. Lett., 44, 1288, 1980.
- [4] B. L. Altshuler, A. G. Aronov, D. E. Khmel'nitskii, A. I. Larkin. In: Quantum Theory of Solids, ed. by I. M. Lifshits, p. 130. M., Mir, 1983.
- [5] A. I. Efros, B. I. Shklovskii. J. Phys., C8, 149, 1975.
- [6] Б. И. Шкловский, А. Л. Эфрос. Электронные свойства легированных полупроводников. М., Наука, 1979.
- [7] W. L. McMillan. Phys. Rev., B24, 2739, 1981.
- [8] P. A. Lee. Phys. Rev., B26, 5882, 1982.
- [9] А. М. Финкельштейн. ЖЭТФ, 84, 168, 1983.
- [10] C. Castellani, C. DiCastro, G. Forgacs, E. Tabet. Preprint, 1982.

- [11] G. S. Grest, P. A. Lee. Phys. Rev. Lett., 50, 693, 1983.
- [12] R. Oppermann. Zs. Phys., B49, 273, 1983.
- [13] D. Vollhardt, P. Wolfle. Phys. Rev., B22, 4666, 1980.
- [14] D. Vollhardt, P. Wolfle. Phys. Rev. Lett., 48, 699, 1982.
- [15] P. Wolfle, D. Vollhardt. In: Anderson Localization, ed. by Y. Nagaoka, H. Fukuyama, p. 26. Springer Verlag, 1982.
- [16] А. В. Мясников, М. В. Садовский. ФТТ, 24, 3569, 1982.
- [17] Е. А. Котов, М. В. Садовский. Zs. Phys., B51, 17, 1983.
- [18] М. В. Садовский. ЖЭТФ, 83, 1418, 1982.
- [19] R. Kubo. J. Phys. Soc. Japan, 12, 570, 1957 (перевод в сб.: Вопросы квантовой теории необратимых процессов, под ред. В. Л. Бонч-Бруевича. М., ИЛ, 1961).
- [20] P. C. Kwock, T. D. Schulz. J. Phys., C2, 1196, 1969.
- [21] В. Л. Березинский, Л. П. Горьков. ЖЭТФ, 77, 2498, 1979.
- [22] W. Gotze. Phil. Mag., B43, 219, 1981.
- [23] P. Prelovsek. Phys. Rev., B23, 1304, 1981.
- [24] J. Jackle. Phil. Mag., B46, 313, 1982.

Институт физики металлов УНЦ АН СССР
Свердловск

Поступило в Редакцию
23 июня 1983 г.