Сверхпроводимость: физика, химия, техника
1992, т. 5, № 11

КРИТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СВЕРХПРОВОДНИКА С ПАРАМАГНИТНЫМИ ИОНАМИ

М.В.Медведев, Д.Р.Плотицин, М.В.Садовский
Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург

Статья поступила в редакцию 3 апреля 1992 г., принята после переработки к печати 5 июня 1992 г.

Ключевые слова: критическое состояние, модель Бина, редкоземельные ионы, локализованные магнитные моменты, магнитная восприимчивость, гистерезис намагниченности, критический ток.

Теория критического состояния сверхпроводников II рода обобщается на случай высокотемпературных сверхпроводников с РЗМ ионами, локализованные магнитные моменты которых дают парамагнитный вклад в намагниченность в смешанном состоянии. В рамках модели Бина рассчитаны кривые первоначального намагничивания и гистерезис намагниченности для бесконечной сверхпроводящей пластины, цилиндра и параллелепипеда (с анизотропией критических токов). Получены поправки, связанные с парамагнитным вкладом локализованных моментов к известным формулам, связывающим плотность критического тока с шириной петли гистерезиса и размером образца. Проведенные оценки показывают, что эти поправки существенны для количественного определения критического тока из магнитных измерений в области гелиевых температур.

I. ВВЕДЕНИЕ

После открытия высокотемпературного сверхпроводника $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ [1] довольно скоро было установлено, что замена иттрия на целый ряд редкоземельных элементов (R) с ненулевыми магнитными моментами (R = Nd, Sm, Gd, Dy, Ho, Er, Tm, Yb) практически не влияет на критическую температуру сверхпроводящего перехода в соединениях типа $RBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ [2,4]. Причина, по-видимому, состоит в том, что в этих соединениях плотность сверхпроводящих электронов, связанных с медь-кислородными слоями и цепочками, и плотность локализованных $4f$-электронов, ответственных за магнитные моменты R^{3+} ионов, практически не перекрываются, и поэтому не возникает подавление сверхпроводимости за счет рассеяния сверхпроводящих пар электронов на парамагнитных моментах.

В то же время очевидно, что существование локализованных парамагнитных моментов заметно меняет магнитные свойства таких ВТСП в смешанном состоянии по сравнению с $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$. В местах проникновения магнитного поля в сверхпроводник, помимо обычного диамагнитного экранирования абрикосовских вихрей сверхпроводящими токами, возникают дополнительные парамагнитные вклады в намагниченность от подмагничивания локализованных моментов редкоземельных ионов.

Это обстоятельство было отмечено уже в первых работах по исследованию систем $RBa_2Cu_3O_{7-\delta}$, например в [3,4], где при намагничивании $ErBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ при $T = 77$ К было обнаружено, что уже начиная с полей порядка 1400 гс парамагнитный вклад начинает преобладать над диамагнитным. Заметим, что по результатам измерений необратимой намагниченности сверхпроводников II рода можно оценивать их критические токи, используя модель критического состояния. Для высокотемпературных сверхпроводников с парамагнитными ионами модель критического состояния нуждается в обобщении, так как необходимо учесть эффекты намагничивания локализованных магнитных моментов. Такое обобщение и является целью настоящей работы.

II. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Как известно из электродинамики, микроскопические уравнения магнитного поля, после усреднения по малому объему, окружающему точку r, дают (см. формулы (62.2)—(62.4) в [5]:

$$\mathrm{rot}\,\langle \mathbf{H}_{\mathrm{micro}}(\mathbf{r})\rangle = \mathrm{rot}\,\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{4\pi}{c}\langle \mathbf{j}_{\mathrm{micro}}(\mathbf{r})\rangle\,, \tag{1}$$

где $\mathbf{B}(\mathbf{r}) \equiv \langle \mathbf{H}_{\mathrm{micro}}(\mathbf{r})\rangle$ — локальная магнитная индукция, а угловые скобки означают пространственное усреднение. (В теории критического состояния сверхпроводников II рода введение локальной магнитной индукции $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ подразумевает усреднение по области, размер которой намного больше расстояния между вихрями [6].) В проводящих магнетиках микроскопический ток $\mathbf{j}_{\mathrm{micro}}(\mathbf{r})$ состоит из двух слагаемых — тока проводимости $\mathbf{j}_{\mathrm{cond}}(\mathbf{r})$ и молекулярных токов в закрепленных ионах $\mathbf{j}_{\mathrm{mol}}(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{j}_{\mathrm{micro}}(\mathbf{r}) = \mathbf{j}_{\mathrm{cond}}(\mathbf{r}) + \mathbf{j}_{\mathrm{mol}}(\mathbf{r})\,. \tag{2}$$

Учитывая связь среднего от объемных молекулярных токов с намагниченностью локализованных моментов:

$$\langle \mathbf{j}_{\mathrm{mol}}(\mathbf{r})\rangle = c\,\mathrm{rot}\,\mathbf{M}_{\mathrm{loc}}(\mathbf{r})\rangle\,, \tag{3}$$

получим (ср. с (62.4) в [5])

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{4\pi}{c}\langle \mathbf{j}_{\mathrm{cond}}(\mathbf{r})\rangle + 4\pi\,\mathrm{rot}\,\langle \mathbf{M}_{\mathrm{loc}}(\mathbf{r})\rangle\,. \tag{4}$$

В критическом состоянии сверхпроводника II рода плотность тока $\langle \mathbf{j}_{\mathrm{cond}}(\mathbf{r})\rangle$ является плотностью критического сверхпроводящего тока $\mathbf{j}_c(\mathbf{r})$ [6,7]. Поэтому основное уравнение критического состояния сверхпроводника II рода с локализованными парамагнитными моментами имеет вид:

$$\text{rot}\, \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{4\pi}{c}\, \mathbf{j}_c(\mathbf{r}) + 4\pi\, \text{rot}\, \langle \mathbf{M}_{\text{loc}}(\mathbf{r}) \rangle\,. \tag{5}$$

Удобно ввести величину:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}(\mathbf{r}) - 4\pi \langle \mathbf{M}_{\text{loc}}(\mathbf{r}) \rangle\,, \tag{6}$$

которая является локальной магнитной индукцией без вклада от усредненной намагниченности локализованных магнитных моментов. Таким образом, $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ по существу является средним значением внешнего магнитного поля, уменьшенного в сверхпроводнике за счет диамагнитной экранировки сверхпроводящими токами. Тогда мы может переписать уравнение (5) в более традиционной форме:

$$\text{rot}\, \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{4\pi}{c}\, \mathbf{j}_c(\mathbf{r}) \tag{7}$$

и использовать для $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ решения, полученные в теории критического состояния [7] при различном выборе модельных зависимостей критического тока $\mathbf{j}_c$ от магнитного поля. При этом важно, что для систем типа $RBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ можно считать, что температура перехода и сверхпроводящий ток практически не зависят от наличия в системе парамагнитных редкоземельных ионов. Однако, чтобы определять полную локальную индукцию $\mathbf{B}(\mathbf{r})$, необходимо уметь вычислять усредненную намагниченность локализованных магнитных моментов $\langle \mathbf{M}_{\text{loc}}(\mathbf{r}) \rangle$.

Вычислим $\langle \mathbf{M}_{\text{loc}}(\mathbf{r}) \rangle$ в рамках микроскопического подхода. В общем случае локализованный магнитный момент $\mu_{\text{loc}}(\mathbf{r})$ на узле i, занятом редкоземельным ионом, находится в поле обменных и магнитных диполь-дипольных сил, действующих со стороны других редкоземельных ионов, в кристаллическом поле и в магнитном поле, измененном благодаря эффектам экранирования. Так как температура магнитного упорядочения $T_{\text{м}}$ в системах $RBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ меньше или порядка 1 K, то для гелиевых и более высоких температур эффектами обменных и диполь-дипольных взаимодействий можно пренебречь. Для простоты первоначального анализа ограничимся случаем иона с нулевым орбитальным моментом (из трехвалентных ионов R^{3+} этому требованию отвечает Gd со спином $S = 7/2$), чтобы избежать рассмотрения эффектов кристаллического поля. Тогда взаимодействие локализованного момента с магнитным полем описывается зеемановским гамильтонианом:

$$H_Z = -g\mu_B \mathbf{S}\mathbf{H}_{\text{eff}}(i)\,, \tag{8}$$

где g — фактор Ланде и μ_B — магнетон Бора. Очевидно, что в нормальном состоянии при $T > T_c$ эффективное магнитное поле $\mathbf{H}_{\text{eff}}(i)$ было бы одинаковым для всех узлов и равнялось внешнему приложенному полю $\mathbf{H}_a$. При $T < T_c$ это поле зависит от положения узла i в решетке сверхпроводника и микроскопической картины распределения вихрей.

С помощью (8) получим среднее термодинамическое значение локализованного магнитного момента:

$$\mu_{\text{loc}}^z(i) = g\mu_B\langle S^z(i)\rangle = g\mu_B b_S\left(\frac{g\mu_B H_{\text{eff}}(i)}{k_B T}\right), \tag{9}$$

где ось z направлена по полю $\mathbf{H}_{\text{eff}}(i)$ и $b_S(x)$ — модифицированная функция Бриллюэна:

$$b_S(x) = \frac{2S+1}{2}\,\text{cth}\left(\frac{2S+1}{2}\,x\right) - \frac{1}{2}\,\text{cth}\left(\frac{1}{2}\,x\right). \tag{10}$$

Тогда усредненная по объему V намагниченность локализованных магнитных моментов равна:

$$\langle M_{\text{loc}}^z(\mathbf{r})\rangle = \frac{1}{V}\sum_{i\in V}\mu_{\text{loc}}^z(i) = \frac{N_i}{V}\frac{1}{N_i}\sum_{i\in V}\mu_{\text{loc}}^z(H_{\text{eff}}(i)) \approx$$

$$\approx n\,\mu_{\text{loc}}^z(\langle H_{\text{eff}}(i)\rangle) = n\,\mu_{\text{loc}}^z(H(\mathbf{r})) \tag{11}$$

или же

$$\langle M_{\text{loc}}^z(\mathbf{r})\rangle = ng\,\mu_B b_S\left(\frac{g\,\mu_B H(\mathbf{r})}{k_B T}\right). \tag{12}$$

Здесь N_i — число парамагнитных моментов в малом объеме V, $n = N_i/V$ — их концентрация, а пространственное среднее от локализованных магнитных моментов в микроскопических эффективных полях $H_{\text{eff}}(i)$ мы аппроксимировали значением локализованного момента в усредненном эффективном магнитном поле $\langle H_{\text{eff}}(i)\rangle = H(\mathbf{r})$.

III. ПЛАСТИНА В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим, как наличие парамагнитных моментов в ВТСП модифицирует результаты Бина для бесконечной сверхпроводящей пластины толщиной D в параллельном магнитном поле H_a [7]. Примем модель Бина для критического тока $j_c = j_0 = \text{const}$, а также его предположение, что первое критическое поле H_{c1} очень мало и его можно просто положить равным нулю.

Если за начало координат выбрать середину пластины и ось x направить перпендикулярно ее плоскости, то уравнение (7) станет одномерным:

$$\frac{d}{dx}H(x) = \pm\frac{4\pi}{c}j_0 \tag{13}$$

с граничными условиями $H(x = D/2) = H_a$. Знак + в (13) отвечает увеличению внешнего поля H_a в области $x > 0$, а знак − — его уменьшению.

Для первоначального намагничивания при увеличении H_a из (13) получаем:

$$H(x) = H_a - H_p\left(1 - \frac{2x}{D}\right) ; \tag{14}$$

$$H_p = \frac{2\pi j_0 D}{c}, \tag{15}$$

где H_p — характерное поле проникновения магнитного потока до середины пластинки, а также

$$x_p = \frac{D}{2}\left(1 - \frac{H_a}{H_p}\right) \tag{16}$$

— величину, определяющую глубину проникновения $D/2 - x_p$ поля от поверхности пластины $x = D/2$ в режиме $H_a < H_p$. Тогда полная локальная магнитная индукция $B^z(x)$ равна:

$$B^z(x) = H(x) + 4\pi\langle M^z_{\mathrm{loc}}(x)\rangle =$$

$$= H_a - H_p\left(1 - \frac{2x}{D}\right) + 4\pi n g\,\mu_B b_S\left(\frac{g\,\mu_B}{k_B T}\left[H_a - H_p(1 - \frac{2x}{D})\right]\right). \tag{17}$$

Расчет средней индукции всего образца $\langle B\rangle$

$$\langle B\rangle = \frac{2}{D}\int\limits_0^{D/2} dx B_z(x) \tag{18}$$

для последующего вычисления средней намагниченности $\langle M\rangle$ с учетом диамагнитных и парамагнитных вкладов

$$4\pi\langle M\rangle = \langle B\rangle - H_a \tag{19}$$

связан с вычислением интегралов типа

$$\int dy b_S(y) = \ln\left\{\frac{\mathrm{sh}\left(\frac{2S+1}{2}y\right)}{\mathrm{sh}\left(\frac{1}{2}y\right)}\right\}. \tag{20}$$

При этом интересно отметить, что выражение (20) можно связать со свободной энергией $F_S(H)$ изолированного парамагнитного спина S во внешнем поле H, так как

$$F_S(H) = -k_B T \ln Sp \exp\left(\frac{g\,\mu_B S^z H}{k_B T}\right) = -k_B T \ln\left\{\frac{\mathrm{sh}\left(\frac{2S+1}{2}\frac{g\,\mu_B H}{k_B T}\right)}{\mathrm{sh}\left(\frac{g\,\mu_B H}{2k_B T}\right)}\right\}. \tag{21}$$

Тогда, учитывая (17)—(21), для первоначальной кривой намагничивания $\langle M\rangle$ можно получить в интервале полей $0 < H_a < H_p$:

$$4\pi\langle M\rangle = -H_a + \frac{1}{2}\frac{H_a^2}{H_p} + \frac{4\pi}{H_p}\Big[F_S(0) - F_S(H_a)\Big] \; ; \tag{22}$$

$$F_S(0) = -k_BT\ln\,(2S+1) = \lim_{H_a\to 0} F_S(H_a)\,. \tag{23}$$

а для полей $H_a > H_p$:

$$4\pi\langle M\rangle = -\frac{1}{2}H_p + \frac{4\pi n}{H_p}\,[F_s(H_a - H_p) - F_S(H_a)]\;. \tag{24}$$

Рассмотрим предельное поведение, следующее из формул (22) и (24). В пределе $H_a \gg H_p$ следует, что

$$\frac{1}{H_p}\,[F_S(H_a - H_p) - F_S(H_a)] \approx \Delta - \frac{\partial F_S(H_a)}{\partial H_a} = g\,\mu_B b_S\left(\frac{g\,\mu_B H_a}{k_BT}\right) \tag{25}$$

$$4\pi\langle M\rangle \approx -\frac{1}{2}H_p + 4\pi n g\,\mu_B b_S\left(\frac{g\,\mu_B H_a}{k_BT}\right), \tag{26}$$

так что в высоких полях поведение средней намагниченности описывается функцией Бриллюэна.

В случае $g\,\mu_B H_a$, $g\,\mu_B H_p \ll k_BT$ можно использовать высокотемпературное разложение $F_S(H)$:

$$F_S(H) \approx -k_BT\left[\ln\,(2S+1) + \frac{S(S+1)}{6}\left(\frac{g\,\mu_B H}{k_BT}\right)^2 - \cdots\right] \tag{27}$$

и получить:

$$4\pi\langle M\rangle \approx -H_a + \frac{1}{2}\frac{H_a^2}{H_p} + 2\pi n\,\frac{S(S+1)}{3}\,\frac{g^2\mu_B^2H_a^2}{k_BTH_p} \tag{28}$$

при $0 < H_a < H_p$ и

$$4\pi\langle M\rangle \approx -\frac{1}{2}H_p + 2\pi n\,\frac{S(S+1)}{3}\,\frac{g^2\mu_B^2(2H_a - H_p)}{k_BT} \tag{29}$$

при $H_p < H_a$. Следует иметь в виду, что в формулы (22), (24), (28) и (29) температура входит не только явным образом через температурную зависимость намагничивания парамагнитных моментов, но и неявно через H_p (15), где зависимость от температуры содержится в плотности критического тока $j_0(T)$.

Вычисление петли гистерезиса при изменении внешнего поля от $H_{\max}$ до $-H_{\max}$ и обратно дает различные результаты в зависимости от соотношения $H_{\max}$ и H_p. В случае $H_{\max} > H_p$ получаем при уменьшении поля:

$$4\pi\langle M\downarrow(H_{\max} > H_a > H_{\max} - 2H_p)\rangle = -\frac{1}{2}H_p + H_{\max} - H_a - \frac{(H_{\max} - H_a)^2}{4H_p} +$$

$$+\frac{4\pi n}{H_p}\left\{F_S(H_a) + F_S(H_{\max} - H_p) - 2F_S\left(\frac{H_{\max} + H_a}{2}\right)\right\}; \tag{30}$$

$$4\pi\langle M\downarrow(H_{\max} - 2H_p > H_a > -H_{\max})\rangle = \frac{1}{2} + \frac{4\pi n}{H_p}\left[F_S(H_a) - F_S(H_a + H_p)\right]. \tag{31}$$

Результаты для намагниченности при увеличении поля получаются из (30) и (31) с помощью соотношения:

$$\langle M\downarrow(H_a)\rangle = -\langle M\uparrow(-H_a)\rangle. \tag{32}$$

Таким образом, в случае $H_{\max} \gg 2H_p$ для ширины петли гистерезиса ΔM в интервале полей $H_{\max} - 2H_p > H_a > -H_{\max} + 2H_p$ найдем:

$$4\pi\Delta M = H_p + \frac{4\pi n}{H_p}\left[2F_S(H_a) - F_S(H_a + H_p) - F_S(H_p - H_a)\right] \approx$$

$$\approx H_p + 4\pi n\frac{g^2\mu_B^2 H_p}{k_B T}b_S'\left(\frac{g\mu_B H_a}{k_B T}\right) \text{ при } H_a \gg H_P, \tag{33}$$

$$4\pi\Delta M \approx H_p + \frac{8\pi n}{H_p}\left[F_S(0) - F_S(H_p)\right] \text{ при } H_a = 0.$$

Здесь $b_S'(x) = \dfrac{d}{dx}b_S(x)$ и $\Delta M = \langle M\downarrow\rangle - \langle M\uparrow\rangle$. Из (33) видно, что даже в случае $H_a = 0$ и простейшей модели Бина для температур $k_B T \sim g\mu_B H_p$ связь между шириной петли гистерезиса и полем проникновения H_p (т.е. фактически критическим током j_0) дается трансцендентным уравнением. Простая взаимосвязь возникает в предельных случаях $k_B T \gg g\mu_B H_p$ и $k_B T \ll g\mu_B H_p$.

Для $k_B T \gg g\mu_B H_p$, $g\mu_B H_a$ с помощью (27) находим из (33), что

$$4\pi\Delta M \approx H_p(1 + 4\pi\chi_{\text{юс}}), \tag{34}$$

где

$$\chi_{loc} = n\frac{g^2\mu_B^2 S(S+1)}{3k_BT} \tag{35}$$

— парамагнитная восприимчивость локализованных магнитных моментов редкоземельных ионов при высоких температурах $k_BT \gg g\mu_BH$ и отсутствии эффектов кристаллического поля. Тогда с помощью (15) получим для случая $k_BT \gg g\mu_BH_a$, $g\mu_BH_p$:

$$j_0 \approx \frac{2c}{D}\frac{\Delta M}{1+4\pi\chi_{loc}}. \tag{36}$$

Для Gd принимаем $S = 7/2$ и $g = 2$, а в качестве концентрации используем ее значение для Y в системе $YBa_2Cu_3O_7$, равное $n_Y \approx 0{,}577\cdot10^{22}$ см$^{-3}$. Тогда получим $4\pi\chi_{loc}T = 4\pi n[S(S+1)/3]g^2\mu_B^2/k_B \approx 0{,}946$ K. Таким образом, поправки к величине критического тока вполне заметны при гелиевых температурах и несущественны при азотных.

В низкотемпературном пределе $g\mu_B|H| \gg k_BT$ можно использовать разложение:

$$F_S(H) \approx -\left[g\mu_BB|H|S + k_BT\exp\left(-\frac{g\mu_B|H|}{k_BT}\right) + \cdots\right] \tag{37}$$

и получить при $T = 0$ из (33)

$$\begin{aligned} 4\pi\Delta M &= H_p + 8\pi ng\mu_BS(1 - |H_a|/H_p) \text{ при } |H_a| < H_p \\ &= H_p \text{ при } |H_a| > H_p \end{aligned}. \tag{38}$$

Таким образом, на петле гистерезиса при $|H_a| < H_p$ должен появиться низкополевой пик (для Gd оценки дают $8\pi ng\mu_BS \approx 9{,}4\cdot10^3$ гаусс). Хотя, строго говоря, предел $T = 0$ не имеет прямого физического смысла, так как уже при $T < 1$ K необходимо учитывать обменные и диполь-дипольные взаимодействия, опущенные нами при выводе формул (8)—(12), результат (38) имеет отношение к ситуации $T_M \ll T \ll g\mu_BH/k_B$.

Наконец, укажем результаты для суммы намагниченностей на нижней и верхней ветви петли гистерезиса:

$$\begin{aligned} \langle M\downarrow\rangle + \langle M\uparrow\rangle &= \frac{n}{H_p}[F_S(H_p - H_a) - F_s(H_p + H_a)] = \\ &= 2ng\mu_Bb_S\left(\frac{g\mu_BH_a}{k_BT}\right) \text{ при } H_a \gg H_p, \\ &= 2ng\mu_Bb_S\left(\frac{g\mu_BH_a}{k_BT}\right)\frac{H_a}{H_p} \text{ при } H_a \ll H_p, \\ &= 2\chi_{loc}(T)H_a \text{ при } k_BT \gg g\mu_BH_a, g\mu_BH_p. \end{aligned} \tag{39}$$

Объединяя (36) и (39), в высокотемпературном пределе получим:

$$j_0 = \frac{2c}{D}\Delta M\left[1 + \frac{2\pi}{H_a}(\langle M\downarrow\rangle + \langle M\uparrow\rangle)\right]^{-1} . \qquad (40)$$

IV. СВЕРХПРОВОДЯЩИЙ ЦИЛИНДР И ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

Рассматриваемый выше случай редкоземельного иона с нулевым орбитальным моментом и бесконечной сверхпроводящей пластины интересен тем, что позволяет рассчитать необратимую намагниченность сверхпроводника для разных соотношений поля и температур, формально не прибегая к численным расчетам. К сожалению, включение эффектов кристаллического поля и изменение геометрии образца делают такой расчет невозможным для произвольных соотношений полей и температур.

Из предыдущего видно, что наиболее интересные результаты получаются в пределе $g\mu_B H_a \ll k_B T$, когда фактически работает приближение $\langle M^z_{\text{loc}}(H^z(\mathbf{r}))\rangle \approx$ $\approx \chi_{\text{loc}} H^z(\mathbf{r})$. Очевидно, что это приближение можно использовать и в более общем случае редкоземельных ионов с ненулевыми орбитальными вкладами, т.е. мы можем воспользоваться феноменологическим соотношением:

$$\langle M^z_{\text{loc}}(H^z(\mathbf{r}))\rangle \approx \chi^z_{\text{loc}} H^z(\mathbf{r}) . \qquad (41)$$

В общем случае χ^z_{loc} анизотропна, т.е. зависит от ориентации магнитного поля относительно осей кристалла и, в отличие от (35), включает в себя зависимость от параметров кристаллического поля. Микроскопический расчет χ^z_{loc} представляет собой отдельную задачу, здесь мы рассматриваем ее как экспериментальный параметр.

Для сверхпроводящего цилиндра радиуса R в магнитном поле H_a, параллельном его оси, из уравнения:

$$\frac{dH(r)}{dr} = \pm\frac{4\pi}{c} j_0 \qquad (42)$$

с граничным условием $H(r = R) = H_a$ можно получить при первоначальном намагничивании усредненное заэкранированное поле $H(r)$ и поле проникновения H_p:

$$H(r) = H_a - H_p(1 - r/R)\ , \quad H_p = \frac{4\pi j_0 R}{c}\ , \qquad (43)$$

а с учетом (41) полную локальную индукцию:

$$B(r) = (1 + 4\pi\chi^z_{\text{loc}})H(r)\ . \qquad (44)$$

В результате, первоначальная намагниченность $\langle M\rangle$ всего образца в полях $0 < H_a < H_p$, будет равна

$$4\pi\langle M\rangle = -H_a + (1 + 4\pi\chi^z_{\rm loc})\frac{H_a^2}{H_p}\left(1 - \frac{H_a}{3H_p}\right), \tag{45}$$

а в полях $H_p < H_a$

$$4\pi\langle M\rangle = 4\pi\chi^z_{\rm loc}H_a - (1 + 4\pi\chi^z_{\rm loc})H_p/3\,. \tag{46}$$

Вычисление петли гистерезиса в наиболее интересном случае $H_{\rm max} > H_p$ дает при уменьшении поля

$$4\pi\langle M\downarrow(H_{\rm max} > H_a > H_{\rm max} - 2H_p)\rangle = 4\pi\chi^z_{\rm loc}H_a + \\ + (1 + 4\pi\chi^z_{\rm loc})\left(-\frac{1}{3}H_p + H_{ma} - \frac{H_{ma}^2}{2H_p} + \frac{H_{ma}^3}{12H_p^2}\right), \tag{47}$$

где $H_{ma} \equiv H_{\rm max} - H_a$. Аналогично:

$$4\pi\langle M\downarrow(H_{\rm max} - 2H_p > H_a > -H_{\rm max})\rangle = 4\pi\chi^z_{\rm loc}H_a + (1 + 4\pi\chi^z_{\rm loc})H_p/3\,. \tag{48}$$

Намагниченность при увеличении поля получается с помощью (32).

Тогда для интервала внешних полей $H_{\rm max} - 2H_p > H_a > -H_{\rm max} + 2H_p$ следует:

$$4\pi\Delta M = \frac{2}{3}(1 + 4\pi\chi^z_{\rm loc})H_p\,; \tag{49}$$

$$\langle M\downarrow\rangle + \langle M\uparrow\rangle = 2\chi^z_{\rm loc}H_a \tag{50}$$

и с использованием выражения (43) для H_p получим:

$$j_0 = \frac{3c\Delta M}{2R(1 + 4\pi\chi^z_{\rm loc})} \approx \frac{3c\Delta M}{2R}\left[1 - \frac{2\pi(\langle M\downarrow\rangle + \langle M\uparrow\rangle)}{H_a}\right]. \tag{51}$$

Обратимся теперь к случаю сверхпроводящего образца прямоугольного сечения $d_x \times d_y$ и бесконечной длины в параллельном магнитном поле, направленном вдоль оси z. Этот случай интересен тем, что в рамках модели Бина он позволяет учесть анизотропию критических токов для разных кристаллографических направлений [8,9,10]. Мы будем обозначать эти токи как j_{0x} и j_{0y}. В рамках приближения (41) между полной локальной индукцией $B(x,y)$ и усредненным заэкранированным полем $H(x,y)$ внутри сверхпроводника выполняется соотношение:

$$B(x,y) = (1 + 4\pi\chi^z_{loc})H(x,y)\ . \tag{52}$$

Учитывая детальные расчеты для анизотропного сверхпроводящего параллелепипеда с использованием $H(x,y)$, проведенные в [9], приведем только конечные результаты, относящиеся к случаю $H_{yp} = 2\pi j_{0x}d_y/c < H_{xp} = 2\pi j_{0y}d_x/c$, когда поле проникновения H_{yp} до середины образца вдоль оси y меньше, чем поле проникновения H_{xp} вдоль оси x.

Первоначальная кривая намагничивания при $0 < H_a < H_{yp}$ имеет вид:

$$4\pi\langle M\rangle = -H_a + (1 + 4\pi\chi^z_{loc})\left\{\left(1 + \frac{j_{0x}d_y}{j_{0y}d_x}\right)\frac{H_a^2}{2H_{yp}} - \frac{j_{0x}d_y}{3j_{0y}d_x}\frac{H_a^3}{H_{yp}^2}\right\}, \tag{53}$$

а при $H_{yp} < H_a$

$$4\pi\langle M\rangle = 4\pi\chi^z_{loc}H_a - \frac{1}{2}(1 + 4\pi\chi^z_{loc})H_{yp}\left(1 - \frac{j_{0x}d_y}{3j_{0y}d_x}\right). \tag{54}$$

Кроме того, в случае $H_{max} > H_{yp}$ намагниченность при убывании поля равна:

$$4\pi\langle M\downarrow\rangle(H_{max} > H_a > H_{max} - 2H_{yp})\rangle = 4\pi\chi^z_{loc}H_a + (1 + 4\pi\chi^z_{loc})\times$$

$$\times\left\{H_{ma} - \frac{H_{yp}}{2}\left(1 - \frac{j_{0x}d_y}{3j_{0y}d_x}\right) - \frac{H_{ma}^2}{4H_{yp}}\left(1 + \frac{j_{0x}d_y}{j_{0y}d_x}\right) + \frac{j_{0x}d_y}{12j_{0y}d_x}\frac{H_{ma}^3}{H_{yp}^2}\right\}; \tag{55}$$

$$4\pi\langle M\downarrow(H_{max} - 2H_{yp} > H_a > -H_{max})\rangle =$$

$$= 4\pi\chi^z_{loc}H_a + \frac{1}{2}(1 + 4\pi\chi^z_{loc})H_{yp}\left(1 - \frac{j_{0x}d_y}{3j_{0y}d_x}\right). \tag{56}$$

Вычислив $4\pi\langle M\uparrow\rangle$, получим для интервала полей $H_{max} - 2H_{yp} > H_a > -H_{max} + 2H_{yp}$:

$$4\pi\Delta M = (1 + 4\pi\chi^z_{loc})H_{yp}\left(1 - \frac{j_{0x}d_y}{3j_{0y}d_x}\right); \tag{57}$$

$$\langle M\downarrow\rangle + \langle M\uparrow\rangle = 2\chi^z_{loc}H_a \tag{58}$$

или, комбинируя (57) и (58), окончательно получаем:

$$4\pi\Delta\tilde{M} \equiv \frac{4\pi\Delta M}{1 + [2\pi(\langle M\downarrow\rangle + \langle M\uparrow\rangle)/H_a]} = H_{yp}\left(1 - \frac{j_{0x}d_y}{3j_{0y}d_x}\right). \tag{59}$$

Определив χ^z_{loc} из измерений $\langle M\downarrow\rangle + \langle M\uparrow\rangle$ или экстраполировав на низкотемпературную область из измерений в нормальном состоянии, можно определить перенормированную ширину петли гистерезиса $\Delta\tilde{M}$, которая введена в (59). Тогда дальнейшая процедура использования формулы (59) для оценки анизотропных критических токов j_{0x} и j_{0y} будет аналогична описанной в [8,9,10], и мы не будем ее касаться.

В заключение этого раздела отметим два обстоятельства. Во-первых, экспериментальным указанием на неприменимость формул, полученных в настоящем разделе, может быть появление нелинейности на полевой зависимости $\langle M\downarrow\rangle + \langle M\uparrow\rangle$ от внешнего поля H_a, что отражает появление нелинейных полевых вкладов в $\langle M^z_{loc}\rangle$. Во-вторых, вообще говоря, величина $\langle M\downarrow\rangle + \langle M\uparrow\rangle$ содержит не только обратимый вклад от локализованных магнитных моментов, но также обратимые вклады от намагничивания вихревой решетки, поверхностного лондоновского слоя и т.д. [11], которые мы здесь не обсуждаем. Отделить парамагнитный обратимый вклад от других обратимых вкладов можно, если исследовать серию твердых растворов $Y_{1-x}R_xBa_2Cu_3O_{7-\delta}$.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, существование РЗМ ионов с парамагнитными моментами может заметно влиять на распределение магнитной индукции внутри высокотемпературного сверхпроводника в критическом состоянии. Подмагничивание локализованных магнитных моментов ведет к появлению дополнительного вклада в ширину петли гистерезиса необратимой намагниченности. Поэтому традиционный подход к определению критического тока из магнитных измерений, использующий формулу Бина:

$$j_0 = K\frac{\Delta M}{D}, \tag{60}$$

где ΔM — ширина петли гистерезиса, D — поперечный размер образца, а K — фактор, зависящий от геометрии и выбора системы единиц, требует существенной корректировки, если необходимо получить более надежную количественную оценку критического тока. По-видимому, в большинстве случаев, эта корректировка сведется к тому, что вместо экспериментально измеренной величины ΔM в формулу Бина (60) нужно подставить перенормированную

$$\Delta\tilde{M} = \frac{\Delta M}{1 + 4\pi\chi^z_{loc}}, \tag{61}$$

причем парамагнитная восприимчивость локализованных моментов χ^z_{loc} может быть определена в ходе тех же магнитных измерений. Так как χ^z_{loc} возрастает с понижением температуры $\sim T^{-1}$, то ясно, что роль такой перенормировки усиливается и становится довольно существенной в области гелиевых температур.

Данная работа поддерживается Научным советом по проблеме ВТСП и выполнена в рамках проектов 90-090 и 90-135 Государственной программы исследований по ВТСП.

Список литературы

1. Wu M.K. et al. — Phys. Rev. Lett., 1987, v. 58, p. 908.
2. Hor P.H. et al. — Phys. Rev. Lett., 1987, v. 58, p. 1891.
3. Бергер И.Ф. и др. — ФММ, 1987, т. 64, с. 394.
4. Gosh chi tskii B.N., Kozhevnikov V.L., Sadovskii M.V. — Int. J. Mod. Phys., 1988, v. 2, p. 1331.
5. Тамм И.Е. Основы теории электричества. — М.: Наука, 1989.
6. Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников. — М.: Наука, 1982.
7. Bean C.P. — Phys. Rev. Lett., 1962, v. 8, p. 250; Rev. Mod. Phys., 1964, v. 36, p. 31.
8. Gyorgy E.M. et al. — Appl. Phys. Lett., 1989, v. 55, p. 283.
9. Peterson R.L. — J. Appl. Phys., 1990, v. 67, p. 6930.
10. Мощалков В.В. и др. — СФХТ, 1989, т. 2, с. 84.
11. Fietz W.A., Webb W.W. — Phys. Rev., 1969, v. 178, p. 657.