

ВЕРХНЕЕ КРИТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ДВУМЕРНЫХ И КВАЗИДВУМЕРНЫХ
СВЕРХПРОВОДНИКОВ ВБЛИЗИ АНДЕРСОНОВСКОГО ПЕРЕХОДА
МЕТАЛЛ-ДИЭЛЕКТРИК

Э.З.Кучинский, М.В.Садовский
Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург, 620219

*Статья поступила в редакцию 6 января 1993 г.,
принята после переработки к печати 22 апреля 1993 г.*

Ключевые слова: локализация, самосогласованная теория, магнитное поле, коэффициент диффузии, двумерные и квазидвумерные системы.

Рассчитана температурная зависимость орбитального верхнего критического поля H_{c2} , перпендикулярного плоскости двумерных и квазидвумерных сверхпроводников, находящихся вблизи перехода Андерсона. В двумерном случае учтено обратное влияние магнитного поля на коэффициент диффузии (нарушение инвариантности относительно обращения времени) и показано, что такое влияние существенно лишь при малых по сравнению с температурой сверхпроводящего перехода температурах. Показано, что близость к переходу Андерсона может существенно изменить характер температурной зависимости H_{c2} .

I. ВВЕДЕНИЕ

С развитием теории сильно неупорядоченных систем стало ясно, что основные результаты теории "грязных" сверхпроводников [1—4] должны быть изменены [5,6] в области вблизи андерсоновского перехода металл-диэлектрик. При этом было показано [5,6], что сверхпроводимость сохраняется даже в фазе андерсоновского диэлектрика, пока система достаточно близка к переходу Андерсона, так что радиус локализации R_{loc} достаточно велик и выполняется условие:

$$\frac{1}{N(E)R_{loc}^d} \ll T_c, \Delta, \quad (1)$$

где $N(E)$ — плотность состояний на уровне Ферми E , Δ — сверхпроводящая щель, T_c — температура сверхпроводящего перехода, d — размерность системы.

Для трехмерного проводника область вблизи перехода Андерсона — это область длин свободного пробега l порядка обратного импульса Ферми p_F^{-1} . Двумерные проводники локализованы при сколь угодно малой степени беспорядка [7,8]. Квазидвумерные проводники являются металлами при малом беспорядке,

однако для достижения перехода Андерсона требуется существенно меньший беспорядок, чем в трехмерных системах [9].

Наиболее ярко отклонения от стандартной теории "грязных" сверхпроводников проявляются в поведении верхнего критического поля H_{c2} . Для трехмерных сверхпроводников верхнее критическое поле в точке андерсоновского перехода было рассчитано в работах [5,6] на основе самосогласованной теории локализации в форме, предложенной Фоллхардом и Вольфле [10,11]. Было показано, что существенно изменяется соотношение Горькова [2], а кривая температурной зависимости $H_{c2}(T)$ приобретает положительную кривизну.

В работе [12] был проведен анализ $H_{c2}(T)$ в окрестности андерсоновского перехода как в металлической, так и в диэлектрической фазе, а также было учтено обратное влияние магнитного поля на коэффициент диффузии, проявляющееся, например, в эффекте отрицательного магнитосопротивления [13,14]. При этом использовалась самосогласованная теория локализации, предложенная в работе [14] для случая нарушения инвариантности относительно обращения времени. Обратное влияние поля на диффузию оказалось наиболее существенным при рассмотрении H_{c2} сверхпроводника, находящегося в области локализации.

В двумерных и квазидвумерных сверхпроводниках достижение андерсоновского перехода и области локализации существенно облегчается. Поэтому анализ поведения $H_{c2}(T)$ таких сверхпроводников представляет большой интерес, особенно в связи с тем, основные ВТСП соединения относятся именно к этому классу веществ.

II. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Общий подход к рассмотрению H_{c2} в сильно неупорядоченных системах изложен в работе [12].

Двухчастичные мацубаровские функции Грина при малых q и ω_m в диффузионном и куперовском каналах для двумерного случая имеют вид:

$$\begin{cases} \Phi_E(q\omega_m = 2\varepsilon_n) \\ \Psi_E(q\omega_m = 2\varepsilon_n) \end{cases} = - \frac{N(E)}{i|\omega_m| + i \left\{ \begin{matrix} D_1(\omega_m) \\ D_2(\omega_m) \end{matrix} \right\} q^2}. \quad (2)$$

Здесь $\omega_m = 2\pi mT$, $\varepsilon_n = 2\pi(n + \frac{1}{2})T$ — мацубаровские частоты.

"Коэффициенты диффузии" D_1 и D_2 , вообще говоря, не равны друг другу в присутствии внешнего магнитного поля, нарушающего инвариантность относительно обращения времени. В этом случае необходимо рассматривать связанную систему уравнений для обеих двухчастичных функций [14].

В квазидвумерном случае мы не будем учитывать нарушение инвариантности относительно обращения времени за счет влияния магнитного поля. (Возможность такого пренебрежения видна из дальнейшего рассмотрения.) Тогда, для малых q и ω_m имеем следующее представление [9] двухчастичных функций Грина в диффузионном и куперовском каналах:

$$\Phi_E(q\omega_m) = \Psi_E(q\omega_m) = - \frac{N(E)}{i|\omega_m| + iD_{||}(\omega_m)q_{||}^2 + i\frac{D_{\perp}(\omega_m)}{a^2}(1 - \cos(q_{\perp}a))}, \quad (3)$$

где $q_{||}$ и q_{\perp} — составляющие вектора q соответственно вдоль и перпендикулярно плоскости, $D_{||}(\omega_m)$ и $D_{\perp}(\omega_m)$ — соответственные обобщенные коэффициенты диффузии, a — межплоскостное расстояние.

Стандартная схема определения верхнего критического поля эффективно сводится к задаче на нахождение низшего энергетического уровня электрона в магнитном поле. Случай магнитного поля, параллельного проводящим плоскостям, описывается в данной задаче линейным дифференциальным уравнением Матье [15], что приводит к существенным затруднениям в дальнейших расчетах. Поэтому ниже мы будем рассматривать только случай магнитного поля, перпендикулярного проводящим плоскостям.

Повторяя стандартную схему рассмотрения сверхпроводящего перехода во внешнем магнитном поле [4], получаем уравнение, определяющее температурную зависимость $H_{c2}(T)$ в виде:

$$\ln \frac{T}{T_c} = 2\pi T \sum_{\epsilon_n} \left\{ \frac{1}{1|\epsilon_n| + 2\pi D(2|\epsilon_n|)\frac{H}{\Phi_0}} - \frac{1}{2|\epsilon_n|} \right\}. \quad (4)$$

Здесь $\Phi_0 = \pi c/e$ — квант магнитного потока, $T_c \cong \langle \omega \rangle e^{-1/gN(E)}$ — температура перехода в рамках теории БКШ в отсутствие магнитного поля, $\langle \omega \rangle$ — средняя частота квантов, обеспечивающих парное взаимодействие. Под “коэффициентом диффузии” $D(\omega)$ следует понимать $D_2(\omega)$ для двумерной системы и $D_{||}(\omega)$ для квазидвумерной.

Как видно из уравнения (4), особенности поведения верхнего критического поля связаны с особенностями частотного поведения коэффициента диффузии. Стандартный анализ теории “грязных” сверхпроводников [2,4] основан на замене $D(\omega)$ в (4) на друдевский коэффициент диффузии D_0 , что вполне оправдано в трехмерном металле с $l \gg p_F^{-1}$, в двумерной же системе, которая локализована при сколь угодно слабом беспорядке, это формально неверно.

III. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

A. Самосогласованная теория локализации в слабом магнитном поле

1. Двумерные системы

Самосогласованная теория локализации, предложенная Фоллхардом и Вольфле [10,11], существенно опиралась на наличие инвариантности относительно обращения времени. При наличии внешнего магнитного поля в системе такая инвариантность нарушается и необходимо пользоваться схемой самосогласованной теории с двумя коэффициентами диффузии в диффузионном и куперовском каналах, предложенной в работе [14].

Самосогласованная система уравнений для коэффициентов диффузии в этом случае имеет вид:

$$\frac{D_0}{D_2} = 1 + \frac{1}{\pi N(E)} \sum_{|q| < q_0} \frac{1}{\omega + D_1 q^2}$$

$$\frac{D_0}{D_1} = 1 + \frac{1}{\pi N(E)} \sum_{|k| < q_0} \frac{1}{\omega + D_2 k^2}, \quad (5)$$

где $k^2 = 4m\omega_H(n + 1/2)$, $\omega_H = \frac{eH}{mc}$ — циклотронная частота, n — номер уровня Ландау, q_0 — импульс обрезания ($q_0 \approx l^{-1}$), определяемый из условия $D_0 q_0^2 = 1/2\tau$, где $\tau = (2\pi\rho u^2 N(E))^{-1}$ — борновское время свободного пробега, ρ — концентрация примесей, u — их потенциал.

Введем $d_1 = D_1/D_0$, $d_2 = D_2/D_0$ и безразмерный параметр порядка $\lambda = 1/2\pi E\tau$, тогда система уравнений (5) переписывается в виде:

$$\frac{1}{d_2} = 1 + \frac{\lambda}{d_1} \ln \left(1 + d_1 \frac{1}{2\omega\tau} \right)$$

$$\frac{1}{d_1} = 1 + \frac{\lambda}{d_2} \sum_{n=0}^{N_0} \frac{1}{n + 1/2 + \frac{\omega}{4m\omega_H D_0} \frac{1}{d_2}}, \quad (6)$$

где $N_0 = 1/8m\omega_H D_0 \tau$ — число уровней Ландау до импульса обрезания.

Заметим, кстати, что система уравнений (5) при использовании предполагает малость магнитного поля, а именно $N_0 \gg 1$, что приводит к условию:

$$H \ll \frac{\Phi_0}{D_0 \tau}. \quad (7)$$

С нужной для дальнейшего использования в уравнении (4) точностью, выделяя области с характерным частотным поведением, решение системы (6) для коэффициента диффузии в куперовском канале может быть представлено в виде:

При малых магнитных полях $\omega_H \ll \frac{\lambda e^{-1/\lambda}}{\tau}$

$$d_2 = \begin{cases} 1 & \text{при } \omega \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \\ 2\omega\tau e^{1/\lambda} & \text{при } \omega \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \end{cases}, \quad (8)$$

то есть влиянием магнитного поля на диффузию можно пренебречь.

При больших магнитных полях $\omega_H \gg \frac{\lambda e^{-1/\lambda}}{\tau}$

$$d_2 = \begin{cases} 1 & \text{при } \omega \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \\ \frac{1}{\lambda \ln(1/2\omega\tau)} & \text{при } \frac{e^{-1/\lambda^2 \ln Q}}{2\tau} \ll \omega \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \\ 2\omega\tau\lambda \ln Q e^{1/\lambda^2 \ln Q} & \text{при } \omega \ll \frac{e^{-1/\lambda^2 \ln Q}}{2\tau} \end{cases} \quad (9)$$

где $Q = \frac{\pi\gamma\lambda}{\tau\omega_H}$, $\gamma \approx 1,781$.

Здесь мы пренебрегаем поправками от магнитного поля, малыми по сравнению со значением коэффициента диффузии d_2 в отсутствие магнитного поля, описываемым выражением (8).

2. Квазидвумерные системы

Самосогласованная теория локализации для квазидвумерных систем, предложенная в работе Пригодина и Фирсова [9], также существенно использует инвариантность относительно обращения времени, то есть применима лишь в условиях отсутствия магнитного поля. Однако, как будет видно из дальнейшего рассмотрения, учет обратного влияния магнитного поля на диффузию в двумерных системах существенен для поведения верхнего критического поля лишь при очень низких температурах, много меньших T_c . Аналогичная ситуация имеет место в трехмерных системах [12]. Поэтому для квазидвумерных систем влиянием магнитного поля на диффузию будем пренебрегать и пользоваться для определения обобщенного коэффициента диффузии схемой работы [9].

Самосогласованное уравнение для коэффициента диффузии в этом случае имеет вид:

$$\frac{D_{\perp}^0}{D_{\perp}} = \frac{D_{\parallel}^0}{D_{\parallel}} = 1 + \frac{1}{\pi N(E)} \sum_{|q| < q_0} \frac{1}{\omega + D_{\parallel} |q|^2 + \frac{D_{\perp}}{a^2} (1 - \cos(q_{\perp} a))} \quad (10)$$

Здесь $D_{\parallel}^0 = \frac{v_F^2 \tau}{2}$, $D_{\perp}^0 = (ta)^2 \tau$ — друдевские коэффициенты диффузии в плоскости и перпендикулярное ей, t — интеграл перескока между плоскостями, a — расстояние между плоскостями.

Вводя безразмерный коэффициент диффузии $d = \frac{D_{\perp}}{D_{\perp}^0} = \frac{D_{\parallel}}{D_{\parallel}^0}$ и проинтегрировав по импульсам, параллельному и перпендикулярному плоскости, уравнение (10) запишем в виде:

$$d = 1 - 2\lambda \ln \left(\frac{\sqrt{1 + \frac{d}{2\omega\tau}} + \sqrt{1 + \frac{d}{2\omega\tau} + \frac{2\tau t^2 d}{\omega}}}{1 + \sqrt{1 + \frac{2\tau t^2 d}{\omega}}} \right) \quad (11)$$

Введем критический интеграл перескока.

$$t_c = \frac{e^{-1/2\lambda}}{\tau}. \quad (12)$$

Тогда решение уравнения (11), выделяя области с различным частотным поведением, можно представить в следующем виде:

1. При $t \gg t_c$, то есть в металлической фазе достаточно далеко от от андерсоновского перехода

$$d = \begin{cases} 2\lambda \ln t / t_c = \alpha & \text{при } \omega \ll \omega^* = \frac{\alpha e^{-1/\lambda}}{2\tau} \\ 2\omega \tau e^{1/\lambda} & \text{при } \omega^* \ll \omega \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \\ 1 & \text{при } \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \ll \omega \end{cases} \quad (13)$$

2. При $t \geq t_c$, то есть в металлической фазе в непосредственной окрестности андерсоновского перехода

$$d = \begin{cases} 2\lambda \ln t / t_c = \alpha & \text{при } \omega \ll \omega_c = \frac{\alpha^3}{2\lambda^2 \tau t^2} \\ \left(\frac{2\lambda^2 \omega}{\tau t^2} \right)^{1/3} & \text{при } \omega_c \ll \omega \ll \omega^* \approx \frac{\lambda e^{-1/\lambda}}{2\tau} \\ 2\omega \tau e^{1/\lambda} & \text{при } \omega^* \ll \omega \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \\ 1 & \text{при } \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \ll \omega \end{cases} \quad (14)$$

3. При $t \leq t_c$, то есть в диэлектрической фазе в непосредственной окрестности андерсоновского перехода

$$d = \begin{cases} \frac{2\lambda^2 \omega}{\alpha^2 \tau t^2} & \text{при } \omega \ll \omega_c = \frac{\alpha^3}{2\lambda^2 \tau t^2} \\ \left(\frac{2\lambda^2 \omega}{\tau t^2} \right)^{1/3} & \text{при } \omega_c \ll \omega \ll \omega^* \approx \frac{\lambda e^{-1/\lambda}}{2\tau} \\ 2\omega \tau e^{1/\lambda} & \text{при } \omega^* \ll \omega \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \\ 1 & \text{при } \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \ll \omega \end{cases} \quad (15)$$

4. При $t \ll t_c$, то есть в диэлектрической фазе далеко от перехода Андерсона, поведение коэффициента диффузии отличается от его поведения в чисто двумерной системе только малыми по сравнению с самим коэффициентом диффузии по-

правками по интегралу перескока, которыми мы будем пренебрегать и, следовательно, определяется выражением (8).

Здесь ω^* — частота, при которой коэффициент диффузии меняет свое частотное поведение с трехмерно подобного на двумерно подобное, ω_c — характерная частота, при которой происходит смена частотного поведения трехмерно подобного коэффициента диффузии.

Из выражений (13), (14), (15) видно, что t_c — имеет смысл критического интеграла перескока, при котором система переходит из диэлектрической фазы в металлическую.

В. ВЕРХНЕЕ КРИТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

1. Двумерные системы

Пренебрегая влиянием магнитного поля на диффузию, имеем для коэффициента диффузии частотную зависимость, определяемую выражением (8). Легко понять, что особенности в поведении верхнего критического поля, связанные с особенностями частотного поведения коэффициента диффузии, будут проявляться

лишь при температурах $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$. При более высоких температурах наблюдается полное соответствие с обычной теорией “грязных” сверхпроводников. Соответственно, из уравнения для верхнего критического поля (4) получаем два сильно различающихся случая поведения $H_{c2}(T)$:

1. Для $T_c \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$

$$H_{c2}(T) = \frac{4}{\pi^2} \frac{\Phi_0}{D_0} T \ln \left(\frac{T_c}{T} \right) \quad \text{при } T \sim T_c \quad (16)$$

$$H_{c2}(T) = \frac{1}{2\gamma} \frac{\Phi_0 T_c}{D_0} \left(1 - 2,12 \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right) \quad \text{при } \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \ll T \ll T_c. \quad (17)$$

При $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ верхнее критическое поле определяется уравнением:

$$\ln \left(\frac{\gamma}{2\pi} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T} \right) = \left(1 + 4\pi \frac{D_0}{\Phi_0} \frac{\tau H_{c2}}{e^{-1/\lambda}} \right) \ln \left(\frac{\gamma}{2\pi} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c} \left(1 + 4\pi \frac{D_0}{\Phi_0} \frac{\tau H_{c2}}{e^{-1/\lambda}} \right) \right), \quad (18)$$

из которого в явном виде легко получить зависимость $T(H_{c2})$.

Итак, видим, что вплоть до очень низких температур $\sim \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ верхнее критическое поле определяется друдевским коэффициентом диффузии и мы получаем стандартную выпуклую кривую $H_{c2}(T)$, характерную для обычной теории “грязных”

сверхпроводников. Отношение $-\frac{H_{c2}(T)}{T_c \left(\frac{dH_{c2}}{dT} \right)_{T_c}}$ при $\frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \ll T \ll T_c$ имеет стандартную величину 0,69. Известное соотношение Горькова [2] между наклоном кривой $H_{c2}(T)$ при $T = T_c$ и проводимостью системы формально не выполняется. (Проводимость системы при $T = 0$ отсутствует, так как двумерная система локализована при сколь угодно слабом беспорядке.) Однако, если вместо проводимости системы взять друдевскую проводимость σ_0 , имеем, как обычно:

$$-\frac{\sigma_0}{N(E)} \left(\frac{dH_{c2}}{dT} \right)_{T_c} = \frac{8}{\pi^2} e^2 \Phi_0. \quad (19)$$

Заметим, что σ_0 может хорошо аппроксимировать проводимость двумерной неупорядоченной системы при достаточно высоких температурах.

При низких температурах $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ в поведении верхнего критического поля, которое описывается уравнением (18), наблюдаются существенные отклонения от обычной теории "грязных" сверхпроводников. Кривая $H_{c2}(T)$ приобретает положительную кривизну и верхнее критическое поле расходится при $T \rightarrow 0$.

Поведение верхнего критического поля при $T_c \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ показано на рис. 1, кривая 1.

2. При $T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ верхнее критическое поле во всей области температур определяется уравнением (18). Кривая $H_{c2}(T)$ — вогнута и расходится при $T \rightarrow 0$. В области малых полей $H_{c2} \ll \frac{\Phi_0}{D_0} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, то есть при $T - T_c$, используя уравнение (18), выражение для верхнего критического поля можно представить в явном виде:

$$H_{c2} = \frac{1}{4\pi} \frac{\Phi_0}{D_0} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \frac{\ln(T_c/T)}{\ln\left(\frac{\gamma}{2\pi} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T}\right)}. \quad (20)$$

Для наклона кривой $H_{c2}(T)$ в точке сверхпроводящего перехода получаем следующее соотношение:

$$-\frac{\sigma_0}{N(E)} \left(\frac{dH_{c2}}{dT} \right)_{T_c} = \frac{e^2}{2\pi} \Phi_0 \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c \ln\left(\frac{\gamma}{2\pi} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c}\right)}. \quad (21)$$

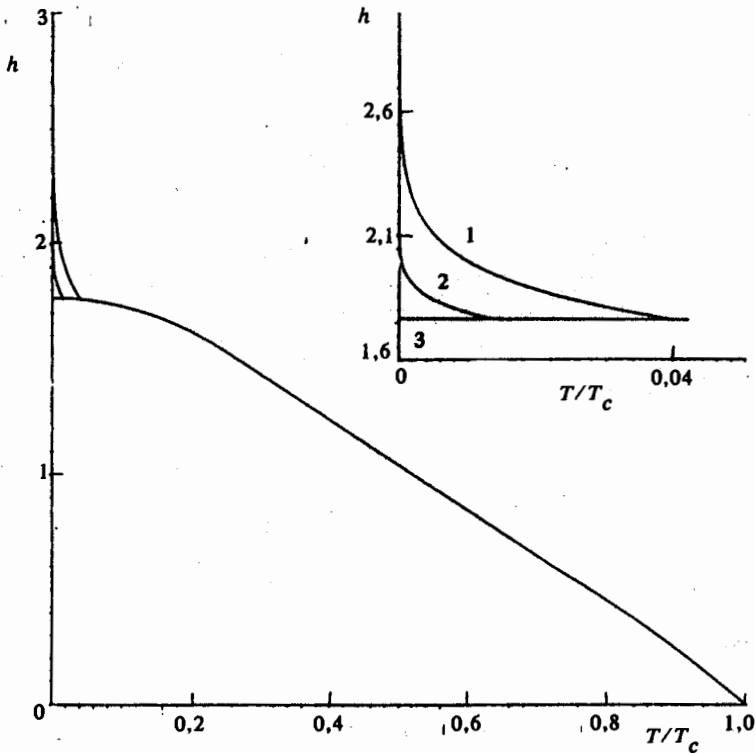


Рис. 1. Температурная зависимость верхнего критического поля двумерного сверхпроводника ($\frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c} = 0,4$, $\lambda = 0,1$, $h = \frac{\omega_H}{\pi \lambda T_c}$). 1 — без учета влияния магнитного поля на диффузию, 2 — с учетом влияния магнитного поля на диффузию, 3 — стандартная теория "грязных" сверхпроводников

Поведение верхнего критического поля в случае $T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ показано на рис. 2, кривая 1.

Как видно из выражений (8) и (9), учет обратного влияния магнитного поля на диффузию становится существенным лишь при больших полях $H_{c2} \gg \frac{\Phi_0}{D_0} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ и, следовательно, при низких температурах $T \ll T_c$. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Подставляя выражение (9) в уравнение для верхнего критического поля (4), получаем следующие результаты:

1. Случай $e^{-1/\lambda} \frac{1}{\tau} \ll T_c \ll \frac{1}{\tau}$

При высоких температурах $T \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ коэффициент диффузии, входящий в уравнение (4), совпадает с друдевским D_0 , поэтому верхнее критическое поле определяется выражениями (16) и (17).

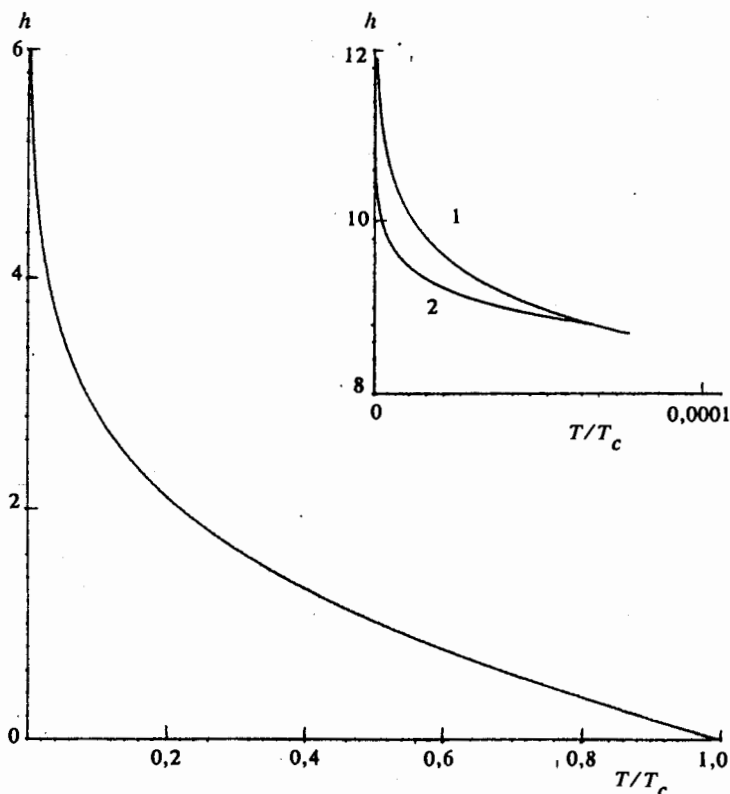


Рис. 2. Температурная зависимость верхнего критического поля двумерного сверхпроводника ($\frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c} = 4$, $\lambda = 0,126$, $h = \frac{\omega_H}{\pi \lambda T_c}$). 1 — без учета влияния магнитного поля на диффузию, 2 — с учетом влияния магнитного поля на диффузию

При $\frac{e^{-1/\lambda^2 \ln(\frac{\gamma^2}{\pi} \frac{1}{\tau T_c})}}{\tau} \ll T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ получаем следующее выражение:

$$H_{c2}(T) = \frac{1}{2\gamma} \frac{\Phi_0 T_c}{D_0} \left(1 - 3,56 \frac{T}{T_c} \right). \quad (22)$$

Выражение (22) отличается от (17) только температурными поправками. Можно сказать, что учет влияния поля на диффузию приводит к расширению области температур, где формально применимо описание верхнего критического поля стандартной теорией "грязных" сверхпроводников.

При $T \ll \frac{e^{-1/\lambda^2 \ln(\frac{\gamma^2}{\pi} \frac{1}{\tau T_c})}}{\tau}$ верхнее критическое поле определяется уравнением:

$$\ln \left(\frac{\gamma}{2\pi e} \frac{e^{-1/\lambda^2 \ln Q}}{\tau T} \right) = \frac{2\gamma}{Q} \frac{\lambda \ln Q}{e^{-1/\lambda^2 \ln Q}} \ln \left(\frac{\gamma^2}{\pi Q} \frac{1}{\tau T_c} \right), \quad (23)$$

$$\text{где } Q = \frac{\gamma \Phi_0}{2\pi D_0 H_{c2}} \frac{1}{\tau}.$$

Из уравнения (23) в явном виде легко получить зависимость $T_c(H_{c2})$.

Кривая верхнего критического поля в данном случае вогнута, как и в случае, описываемом уравнением (18), когда мы пренебрегали влиянием поля на диффузию. Однако, учет такого влияния устраняет расходимость H_{c2} при $T \rightarrow 0$.

$$H_{c2}(T = 0) = \frac{\gamma \Phi_0}{2\pi D_0} \frac{1}{\tau}. \quad (24)$$

Следует заметить, что на самом деле значение $H_{c2}(T = 0)$ будет даже несколько меньше, так как уже при данном значении магнитного поля число уровней Ландау до импульса обрезания становится порядка единицы, то есть верхнее критическое поле выходит за рамки применимости неравенства (7), а, следовательно, и системы уравнений (6). Однако, порядок $H_{c2}(T = 0)$ выражение (24) дает правильно.

Поведение $H_{c2}(T)$ с учетом влияния поля на диффузию приведено на рис. 1, кривая 2.

$$2. \text{ Случай } T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$$

В области малых полей $H_{c2} \ll \frac{\Phi_0}{D_0} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, то есть при $T \sim T_c$, учет влияния поля на диффузию несуществен и верхнее критическое поле определяется выражением (20). При низких температурах $H_{c2}(T)$ определяется выражением (23), то есть учет влияния поля на диффузию устраняет расходимость орбитального верхнего критического поля при $T \rightarrow 0$.

Поведение $H_{c2}(T)$ при $T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ показано на рис. 2, кривая 2.

3. Несколько отдельно стоит случай $T_c \gg \frac{1}{\tau}$. Здесь при $\frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \ll T \ll T_c$ верхнее критическое поле определяется друдевским коэффициентом диффузии, а значит выражением (17), следовательно, $H_{c2} \gg \frac{\Phi_0}{D_0} \frac{1}{\tau}$. Таким образом мы выходим за пределы применимости условия (7) и до импульса обрезания у нас нет ни одного уровня Ландау, то есть во втором уравнении системы уравнений для коэффициентов диффузии (6) пропадает второе слагаемое в правой части. В результате получаем $d_1 = 1$ и $d_2 = \frac{1}{1 + \lambda \ln(1 + \frac{1}{2\omega\tau})}$. Следовательно, при

$T \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ верхнее критическое поле определяется выражениями (16) и (17); а при $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ выражением (22), которое отличается от (17) лишь температурными поправками. Итак, при $T_c \gg \frac{1}{\tau}$ верхнее критическое поле во всей

области температур определяется друдевским коэффициентом диффузии, то есть теорией "грязных" сверхпроводников.

Следует заметить, что случай $T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ возможен лишь при условии достаточно сильного беспорядка и существенного подавления T_c за счет него. Действительно, при типичных $T_c \sim 10^{-4} E_F$ данный случай осуществим лишь при $\lambda > 0,2$. Для существования сверхпроводимости необходимо выполнения условий (1), которое приводит к требованию $T_c \gg \lambda \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$. Осуществление данного условия при столь большом беспорядке ($\lambda > 0,2$) затруднено, следовательно, T_c будет существенно подавлено за счет локализации.

2. Квазидвумерные системы

Частотное поведение коэффициента диффузии определяется выражениями (13), (14) и (15). Также как и в двумерной системе, особенности в поведении верхнего критического поля, связанные с особенностями частотного поведения коэффициента диффузии, проявляются лишь при температурах $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, а при больших температурах $H_{c2}(T)$ ведет себя как в обычных "грязных" сверхпроводниках. Поведение коэффициента диффузии при малых частотах существенно зависит от интеграла перескока t . Соответственно, получаем следующие случаи поведения верхнего критического поля:

1. При $t \ll t_c$ система находится в диэлектрической фазе, далеко от андерсоновского перехода и поведение коэффициента диффузии отличается от чисто двумерного случая лишь незначительными поправками по интегралу перескока, поэтому верхнее критическое поле может рассматриваться в рамках чисто двумерного подхода.

2. При $t \lesssim t_c$ система находится в диэлектрической окрестности перехода Андерсона. Частотная зависимость коэффициента диффузии описывается в этом случае выражением (15). Тогда из анализа уравнения (4) приходим к следующим результатам:

При $T \gg \lambda \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ поведение верхнего критического поля будет таким же, как в чисто двумерной системе.

При $L^3 \lambda^3 \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \ll T \ll \lambda \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, где $L = |2 \ln t / t_c|$, верхнее критическое поле имеет вид:

$$H_{c2}(T) = H_{c2}^0 \left(1 - 0,18 \left(\frac{\tau T}{\lambda e^{-1/\lambda}} \right)^{2/3} \frac{\Phi_0 e^{-1/\lambda}}{D_0 \tau H_{c2}^0} \right), \quad (25)$$

где $H_{c2}^0 = H_{c2}(T = 0)$ определяется из уравнения:

$$\ln \left(2\gamma \frac{D_0 H_{c2}^0}{\Phi_0 T_c} \right) = \frac{1}{4\pi} \frac{\Phi_0}{D_0} \frac{e^{-1/\lambda} \ln(1/\lambda)}{\tau H_{c2}^0}, \quad (26)$$

решение которого при $T_c \gg \frac{e^{-1/\lambda} \ln(1/\lambda)}{\tau}$ можно представить в явном виде:

$$H_{c2}^0 \approx \frac{1}{2\gamma} \frac{\Phi_0}{D_0} T_c \quad (27)$$

Температурная поправка в выражении (25) говорит о появлении вогнутости в кривой $H_{c2}(T)$.

При $T \ll L^3 \lambda \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ верхнее критическое поле описывается уравнением:

$$\ln \left(2\gamma \frac{D_0 H_{c2}}{\Phi_0 T_c} \right) = \frac{1}{4\pi} \frac{\Phi_0}{D_0} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau H_{c2}} \left(L^2 \ln \left(\frac{\gamma}{2\pi} \frac{L^3 \lambda e^{-1/\lambda}}{\tau T} \right) + \ln \frac{1}{\lambda} \right). \quad (28)$$

Кривая $H_{c2}(T)$ в этом случае вогнутая и верхнее критическое поле расходится при $T \rightarrow 0$. Аналогично двумерному случаю эта расходимость устраняется с учетом влияния магнитного поля на диффузию.

Поведение $H_{c2}(T)$ при $t \leq t_c$ показано на рис. 3 и 4, кривая 2.

3. При $t \geq t_c$ система находится в металлической окрестности перехода Андерсона. Частотная зависимость коэффициента диффузии описывается в этом случае выражением (14), подставив которое в уравнение (4) приходим к следующим результатам:

При $T \gg \lambda \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ поведение верхнего критического поля будет таким же, как в чисто двумерной системе.

При $L^3 \lambda \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \ll T \ll \lambda \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ верхнее критическое поле описывается выражением (25).

При $T \ll L^3 \lambda \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ верхнее критическое поле имеет вид:

$$H_{c2}(T) = H_{c2}^0 \left(1 - \frac{1}{6} \frac{1}{(\lambda L)^2} \left(\frac{\Phi_0 T}{D_0 H_{c2}^0} \right)^2 \right) \quad (29)$$

и отличается от выражения (25) только температурной поправкой, которая здесь квадратична по температуре. Поэтому кривая $H_{c2}(T)$ при $T \ll L^3 \lambda \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ становится выпуклой.

Поведение $H_{c2}(T)$ при $t \geq t_c$ показано на рис. 3 и 4, кривые 3.

4. При $t \gg t_c$ система находится в металлической фазе далеко от перехода Андерсона. Частотная зависимость коэффициента диффузии описывается в этом

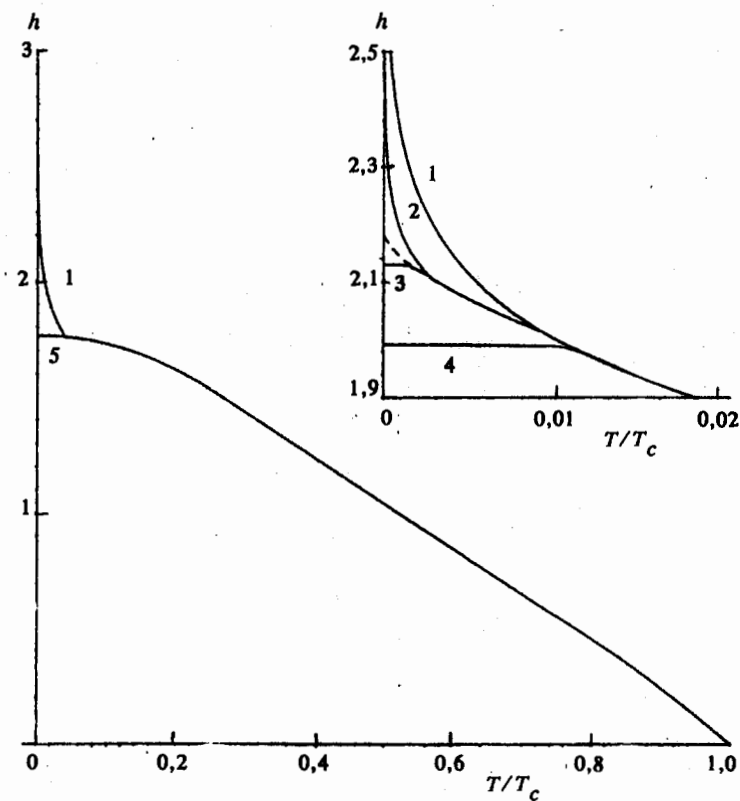


Рис. 3. Температурная зависимость верхнего критического поля квазидвумерного сверхпроводника ($\frac{e^{-1/\lambda}}{\sqrt{T_c}} = 0,4$, $\lambda = 0,1$, $h = \frac{\omega H}{\pi \lambda T_c}$) для различных значений интеграла перескока. 1 — чисто двумерная зависимость ($t = 0$), 2 — диэлектрическая окрестность перехода Андерсона ($L = |2 \ln t / t_c| = 0,7$), 3 — металлическая окрестность перехода Андерсона ($L = 0,7$), 4 — металл, достаточно далеко от перехода Андерсона ($L = 3$), 5 — чисто трехмерная зависимость ($\lambda L = 1$). Пунктирная кривая — зависимость в точке андерсоновского перехода ($L = 0$)

случае выражением (13), подставив которое в (4), приходим к следующим результатам:

При $T \gg \lambda L \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ поведение верхнего критического поля будет таким же, как в чисто двумерной системе.

При $T \ll \lambda L \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ возможны три случая:

(а) При $T_c \gg \sqrt{\lambda L} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, что всегда выполняется в наиболее реалистичном

случае $T_c \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, верхнее критическое поле описывается выражением (29), где H_{c2}^0 определяется уравнением:

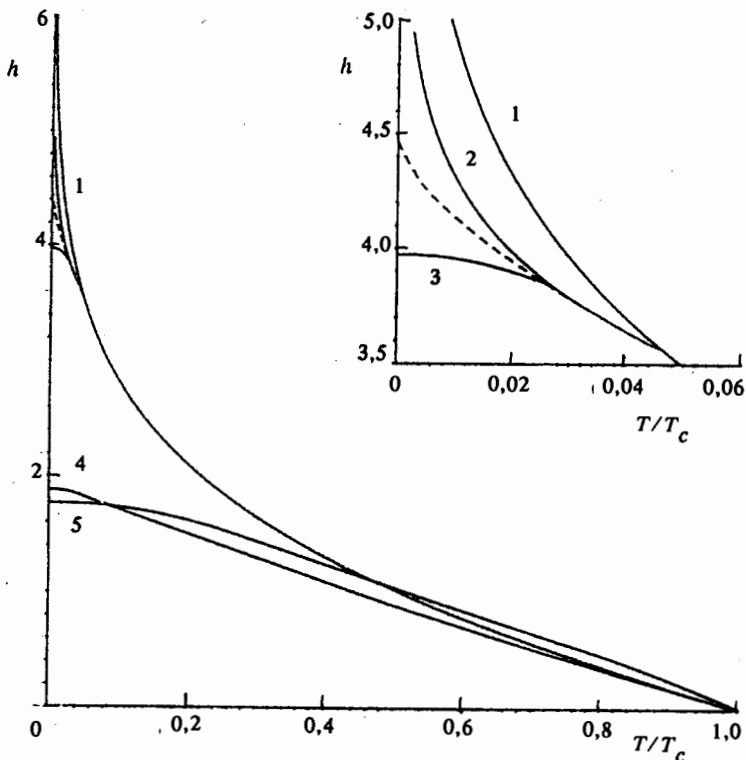


Рис. 4. Температурная зависимость верхнего критического поля квазидвумерного сверхпроводника ($\frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c} = 4, \lambda = 0,126, h = \frac{\omega_H}{\pi \lambda T_c}$) для различных значений интеграла перескока.

1 — чисто двумерная зависимость ($t=0$), 2 — диэлектрическая окрестность перехода Андерсона ($L = |2\ln t/t_c| = 0,7$), 3 — металлическая окрестность перехода Андерсона ($L = 0,7$), 4 — металл, достаточно далеко от перехода Андерсона ($L = 3$), 5 — чисто трехмерная зависимость ($\lambda L = 1$). Пунктирная кривая — зависимость в точке андерсоновского перехода ($L = 0$)

$$\ln \left(2\gamma \frac{D_0}{\Phi_0} \frac{H_{c2}^0}{T_c} \right) = \frac{\ln(1/\lambda L)}{4\pi} \frac{\Phi_0}{D_0} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau H_{c2}^0}. \quad (30)$$

Кривая зависимости верхнего критического поля от температуры в этом случае выпуклая.

(б) При $T_c \ll \sqrt{\lambda L} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ выражение для верхнего критического поля имеет вид:

$$H_{c2}(T) = \frac{1}{4\pi} \frac{\Phi_0}{D_0} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \frac{\ln(T_c/T)}{\ln(1/\lambda L)}. \quad (31)$$

Это выражение сохраняется, пока $H_{c2}(T) \ll H_{c2}^0$, при более низких темпе-

ратурах верхнее критическое поле определяется выражением (29). H_{c2}^0 в данном случае находится из уравнения:

$$\ln \left(2\gamma\lambda L \frac{D_0}{\Phi_0} \frac{H_{c2}^0}{T_c} \right) = -4\pi \frac{D_0}{\Phi_0} \frac{\tau H_{c2}^0}{e^{-1/\lambda}} \ln \left(\frac{1}{\lambda L} \right). \quad (32)$$

Выражение (31) дает вогнутую, а (29) — выпуклую кривую зависимости $H_{c2}(T)$.

(в) При $T_c \ll \frac{\lambda L}{\ln 1/\lambda L} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ верхнее критическое поле приобретает чисто трехмерный вид [12]:

$$H_{c2}(T) = \begin{cases} \frac{4}{\pi^2} \frac{\Phi_0}{D(0)} T \ln(T_c/T) & \text{при } T \sim T_c \\ \frac{1}{2\gamma} \frac{\Phi_0}{D(0)} T_c \left(1 - 2,12 \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right) & \text{при } T \ll T_c, \end{cases} \quad (33)$$

где $D(0) = \lambda L D_0$ — обобщенный коэффициент диффузии при нулевой частоте.

При $\lambda L \sim 1$, то есть при $t \sim 1/\tau$, данное поведение будет наблюдаться при любом T_c , так как система становится практически трехмерной. $H_{c2}(T)$ для данного случая показано на рис. 3 и 4, кривые 5.

Поведение $H_{c2}(T)$ при $t \gg t_c$ показано на рис. 3 и 4, кривые 4.

IV. ВЫВОДЫ

В двумерной системе поведение верхнего критического поля отличается от описываемого теорией “грязных” сверхпроводников лишь при низких температурах $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$. В этом случае кривая $H_{c2}(T)$ вогнута и верхнее критическое поле расходится при $T \rightarrow 0$. Учет влияния магнитного поля на диффузию снимает эту расходимость.

В квазидвумерной системе с ростом t наблюдается плавный переход от чисто двумерного поведения верхнего критического поля при $t \ll t_c$ до чисто трехмерного при $t \sim \frac{1}{\tau}$.

В наиболее реалистичном случае, когда $T_c \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, отклонение от обычного температурного поведения H_{c2} наблюдается лишь в области очень малых температур $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, вблизи же T_c никаких изменений $H_{c2}(T)$ не происходит. В тоже время наклон кривой верхнего критического поля при $T = T_c$ определяется “соотношением Горькова” (19), в которое входит друдевская проводимость системы. Лишь при $t \sim \frac{1}{\tau}$, когда система уже становится практически трехмерной, соот-

ношение Горькова [2] принимает свой нормальный вид, то есть в нем стоит реальная проводимость системы.

При $T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ с увеличением интеграла перескока t поведение $H_{c2}(T)$ меняется во всей области температур от вогнутого чисто двумерного до выпуклого чисто трехмерного. Наклон кривой $H_{c2}(T)$ в $T = T_c$ при $t < t_c$, а также в случае достаточно малого t , такого что $T_c \gg \lambda L \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ при $t > t_c$, определяется соотношением (21) и не зависит от интеграла перескока. В области, где интеграл перескока удовлетворяет условию $\frac{\lambda L}{\ln 1/\lambda L} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \ll T_c \ll \lambda L \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, верхнее критическое поле при $T - T_c$ определяется выражением (31), $\left(\frac{dH_{c2}(T)}{dT}\right)_{T_c}$ растет с увеличением интеграла перескока и удовлетворяет следующему соотношению:

$$-\frac{\sigma_0}{N(E)} \left(\frac{dH_{c2}}{dT}\right)_{T_c} = \frac{e^2}{2\pi} \Phi_0 \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c \ln(1/\lambda L)}. \quad (34)$$

Наконец, в области где $T_c \ll \frac{\lambda L}{\ln 1/\lambda L} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, то есть $t \sim 1/\tau$, наклон верхнего критического поля подчиняется стандартному соотношению Горькова.

Все аномалии поведения H_{c2} , полученные в данной работе, в конечном счете являются следствием соответствующих аномалий частотной зависимости обобщенного коэффициента диффузии вблизи андерсоновского перехода и, в этом смысле, отражают изменение характера электронных состояний в окрестности перехода металл-диэлектрик.

В заключение уместно обсудить некоторые экспериментальные аспекты обсуждаемой проблемы. Качественные зависимости $H_{c2}(T)$ типа представленных на рис. 1 и 2 наблюдались в целом ряде сильно неупорядоченных двумерных систем [16], таких как тонкие пленки In/InO_x [17] или Vi [18]. Обсуждавшиеся до сих пор теоретические объяснения такого поведения (см. обзор [16]), основывались на результатах, полученных в приближении слабого рассеяния, заведомо неприменимых в непосредственной окрестности перехода металл-диэлектрик. К сожалению, объем имеющихся экспериментальных данных по таким пленкам еще недостаточен для проведения детального сравнения теории с экспериментом, хотя качественное соответствие несомненно имеется.

Данные по ВТСП системам еще более отрывочны. Возможно, наибольший интерес представляют работы по радиационному (нейтронному) разупорядочению таких систем [19,20], в которых была достаточно детально прослежена эволюция сверхпроводящего состояния в процессе постепенного разупорядочения вплоть до перехода в диэлектрическое состояние. ВТСП системы особенно привлекательны, как уже отмечалось выше, ввиду их квазидвумерного характера и их способности оставаться в сверхпроводящем состоянии в непосредственной окрестности перехода металл-диэлектрик. В них действительно наблюдаются аномалии температурного

поведения H_{c2} типа представленных на рис. 4, хотя сложность сопоставления данных по этим системам с теорией прежде всего связана с известной (экспериментальной) невозможностью изучать поведение H_{c2} в области температур существенно ниже T_c (для этого требуются мегагауссные поля). Кроме того, особенности, связанные с квазидвумерным характером этих систем, можно изучать только на монокристаллах. Эксперименты по контролируемому разупорядочению монокристаллов достаточно редки, а надежные данные по $H_{c2}(T)$ в этих условиях почти не встречаются. В этой связи можно сослаться лишь на работу [20], в которой была детально прослежена эволюция $H_{c2}(T)$ при $T - T_c$ монокристаллов $YBa_2Cu_3O_7$ при последовательном и достаточно сильном разупорядочении. Полученное в [20] поведение качественно соответствует ситуации, представленной на рис. 4, однако требуются дальнейшие исследования в области более низких температур и высоких полей.

Более подробное обсуждение экспериментальной ситуации, особенно по ВТСП системам, можно найти в обзоре [21].

Работа поддерживается Научным Советом по проблеме ВТСП и выполнена в рамках проекта № 90135 Государственной программы исследований по сверхпроводимости.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Абрикосов А.А., Горьков Л.П. — ЖЭТФ, 1958, т. 35, с. 1158; ЖЭТФ, 1959, т. 36, с. 319.
2. Горьков Л.П. — ЖЭТФ, 1959, т. 37, с. 1407.
3. Anderson P.W. — J. Phys. Chem. Solid, 1959, v. 11, p. 26.
4. Де Жен П. — Сверхпроводимость металлов и сплавов. — М.: Мир, 1968. (De Gennes P.G. Superconductivity of Metals and Alloys. W.A. Benjamin, NY, 1966).
5. Булаевский Л.Н., Садовский М.В. — Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 39, с. 524.
6. Bulaevskii L.N., Sadovskii M.V. — J. Low-Temp. Phys., 1985, v. 59, p. 89.
7. Abrahams E., Anderson P.W., Licciardello D.C., Ramakrishnan T.V. — Phys. Rev. Lett., 1979, v. 42, p. 673.
8. Anderson Localization, Ed. by Y.Nagaoka & H.Fukuyama, Springer-Verlag, Berlin-NY, 1982.
9. Prigodin V.N., Firsov Yu.A. — J. Phys. C, 1984, v. 17, p. L979.
10. Vollhardt D., Wölfle P. — Phys. Rev. B, 1980, v. 22, p. 4666.
11. Sadovskii M.V. — Soviet Scientific Reviews. Ed. by I.M.Khalatnikov, v. 7, p. 1, Harwood Academic Publ., NY, 1985.
12. Кучинский Э.З., Садовский М.В. — СФХТ, 1991, т. 4, № 12, с. 2278.
13. Altshuler B.I., Aronov A.G., Khmel'nitskii D.E., Larkin A.I. In "Quantum Theory of Solids", Ed. by I.M.Lifshits, p. 130, Moscow: Mir Publishers, 1982.
14. Yoshioka D., Ono Y., Fukuyama H. — J. Phys. Soc. Japan, 1981, v. 50, p. 3419.
15. Bulaevskii L.N. — Int. J. Mod. Phys. B, 1990, v. 4, № 11&12, p. 1849.
16. Белевцев Б.И. — УФН, 1990, т. 160, с. 64.
17. Hebard A.F., Paalanen M.A. — Phys. Rev. B, 1984, v. 30, p. 4063.
18. Белевцев Б.И., Фомин А.В. — ФНТ, 1989, т. 15, с. 397.
19. Алексахин Б.А. и др. — ЖЭТФ, 1989, т. 95, с. 678.

20. Goshchitskii et al. — In "High-Temperature Superconductivity". Ed. by V.L.Aksenov, N.N.Bogolubov, N.M.Plakida. World Scientific, Singapore 1990, p. 104.
21. Sadovskii M.V. — In "Studies on High-Temperature Superconductivity". Ed. by A.V.Narlikar. Nova Science Publishers, NY (in press).

UPPER CRITICAL FIELD OF 2D AND QUASI-2D SUPERCONDUCTORS NEAR THE ANDERSON
"METAL-INSULATOR" TRANSITION

E.Z.Kuchinskii, M.V.Sadovskii

Temperature dependence of orbital upper critical field H_{c2} perpendicular to the plane of 2D and quasi-2D superconductors near the Anderson transition has been calculated. The reverse effect of the magnetic field on the diffusion coefficient is allowed for in the 2D case and this effect is shown to be essential only at low (as compared to the superconducting transition temperature) temperatures. It is revealed that the proximity to the Anderson transition may change noticeably the behavior of the temperature dependence of H_{c2} .