

ОБОЗРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Псевдощель в высокотемпературных сверхпроводниках

М.В. Садовский

Обзор посвящен описанию основных экспериментальных фактов и ряда теоретических моделей, касающихся псевдощелевого состояния высокотемпературных сверхпроводников. На фазовой диаграмме ВТСП-купратов псевдощелевое состояние наблюдается в области концентраций носителей тока меньше оптимальных и проявляется в целом ряде аномалий их электронных свойств. Причиной возникновения псевдощелевых аномалий являются, по-видимому, флуктуации антиферромагнитного ближнего порядка, развивающиеся по мере приближения системы к области существования антиферромагнитной фазы. Взаимодействие носителей тока с этими флуктуациями приводит к анизотропной перестройке электронного спектра и к нефермижидкостному поведению на определенных участках поверхности Ферми. Обсуждаются простые теоретические модели, описывающие основные свойства псевдощелевого состояния, в том числе особенности сверхпроводящего состояния, вызванные такой перестройкой электронного спектра.

PACS numbers: 74.20.Mn, 74.72.-h, 74.25.-q, 74.25.Jb

Содержание

1. Введение (539).
 2. Основные экспериментальные факты (540).
 - 2.1. Теплоемкость и туннелирование. 2.2. ЯМР и кинетические свойства. 2.3. Оптическая проводимость. 2.4. Поверхность Ферми и ARPES. 2.5. Другие эксперименты.
 3. Теоретические модели псевдощелевого состояния (547).
 - 3.1. Рассеяние на флуктуациях ближнего порядка. Качественные соображения. 3.2. Рекуррентная процедура для функций Грина. 3.3. Спектральная плотность и плотность состояний. 3.4. Двухчастичная функция Грина и оптическая проводимость.
 4. Сверхпроводимость в псевдощелевом состоянии (554).
 - 4.1. Уравнения Горькова. 4.2. Критическая температура и температурная зависимость щели. 4.3. Куперовская неустойчивость. 4.4. Уравнения Гинзбурга – Ландау и основные свойства сверхпроводника с псевдощелью вблизи T_c . 4.5. Эффекты несамоусредняемости параметра порядка.
 5. Заключение. Проблемы и перспективы (562).
- Список литературы (563).

1. Введение

Изучение высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) в оксидах меди остается одним из центральных направлений физики конденсированного состояния. Несмотря на большие усилия как экспериментаторов,

так и теоретиков, природа этого явления остается не вполне выясненной. Общеизвестно, что основные трудности здесь связаны с весьма необычными свойствами этих систем в нормальном (несверхпроводящем) состоянии, без понимания природы которых трудно рассчитывать на окончательное выяснение микроскопического механизма ВТСП. В последние годы одним из основных вопросов физики ВТСП-систем является изучение аномалий так называемого псевдощелевого состояния [1], наблюдающегося в области фазовой диаграммы, соответствующей концентрациям носителей тока меньше оптимальной (т.е. соответствующей максимальной температуре сверхпроводящего перехода T_c), которую обычно называют областью "недодопированных" составов. В этой области наблюдаются многочисленные аномалии электронных свойств как в нормальном, так и в сверхпроводящем состоянии, связанные с падением плотности одночастичных возбуждений и анизотропной перестройкой спектральной плотности носителей тока. Понимание природы и свойств псевдощелевого состояния является центральной проблемой в любом подходе к описанию сложной фазовой диаграммы ВТСП-систем. Этому вопросу посвящены уже сотни экспериментальных и теоретических работ¹.

Целью настоящего обзора является изложение основных экспериментальных фактов, касающихся наблюдения псевдощелевого состояния в недодопированных

М.В. Садовский. Институт электрофизики УрО РАН, 620016 Екатеринбург, ул. Амурдсена 106, Российская Федерация
Тел. (3432) 67-87-86. Факс (3432) 67-87-94
E-mail: sadovski@iep.uran.ru

Статья поступила 27 ноября 2000 г.,
после доработки 8 февраля 2001 г.

¹ Достаточно сказать, что в известном архиве электронных препринтов cond-mat имеется более 600 работ, так или иначе посвященных физике псевдощелевого состояния, а на последней крупной конференции по сверхпроводимости M²S – HTSC-VI в Хьюстоне (февраль 2000 г.) этому вопросу было посвящено четыре секционных заседания — больше, чем какому-либо другому вопросу физики ВТСП.

ВТСП-купратах, а также рассмотрение ряда простых теоретических моделей этого состояния. Обзор не является исчерпывающим ни в плане описания экспериментальных данных, ни в теоретической части. Экспериментальные результаты излагаются достаточно кратко, с учетом того, что в литературе уже имеется ряд хороших обзоров [2–6], так или иначе посвященных этим вопросам. В теоретической части изложение также является достаточно субъективным и отражающим, в основном, точку зрения автора. Существует два основных теоретических сценария для объяснения псевдощелевых аномалий ВТСП-систем. Первый основан на модели формирования куперовских пар уже выше температуры сверхпроводящего перехода [7–10] с последующим установлением их фазовой когерентности при $T < T_c$. Второй предполагает, что происхождение псевдощелевого состояния связано с флуктуациями ближнего порядка "диэлектрического" типа, существующими в области недодопированных составов на фазовой диаграмме. При этом наиболее популярной является картина антиферромагнитных (AFM) флуктуаций [11–15], хотя нельзя исключить аналогичную роль флуктуаций волн зарядовой плотности (CDW), структурных искажений или фазового расслоения на микроскопических масштабах. По мнению автора, в последнее время появился целый ряд экспериментов, достаточно убедительно свидетельствующих в пользу именно второго сценария. Поэтому в теоретической дискуссии мы ограничимся обзором только соответствующих моделей, с достаточно подробным изложением результатов автора и его сотрудников, а также ряда других авторов, работы которых близки нам по основным идеям и используемым подходам. Соответственно, в большей части обзора имеется в виду именно модель антиферромагнитных флуктуаций, хотя ее еще нельзя считать окончательно подтвержденной.

Список цитируемых работ также не претендует на полноту и, тем более, не отражает какие-либо соображения приоритета. Предполагается, что читатель найдет нужные дополнительные ссылки в цитируемых работах. Автор заранее приносит свои извинения многочисленным авторам работ, которые не упомянуты в списке литературы, в основном, чтобы не сделать его слишком длинным.

2. Основные экспериментальные факты

Варианты типичной фазовой диаграммы ВТСП-купратов показаны на рис. 1. В зависимости от концентрации носителей тока (как правило, дырок) в высокопроводящей плоскости CuO_2 наблюдается целый ряд фаз и областей с аномальными физическими свойствами. В области малых концентраций дырок все известные ВТСП-купраты являются антиферромагнитными диэлектриками. С повышением концентрации носителей тока температура Нееля T_N быстро падает от величин порядка нескольких сотен градусов Кельвина, обращаясь в нуль при концентрации дырок p меньше или порядка 0,05 и система становится (плохим) металлом. При дальнейшем росте концентрации дырок система становится сверхпроводником, причем температура сверхпроводящего перехода растет с увеличением концентрации носителей, проходя через характерный максимум при $p_0 \sim 0,15–0,17$ (оптимальное допирование), а

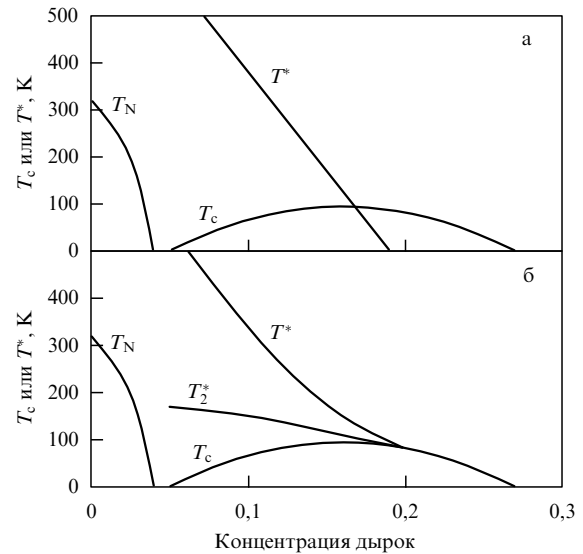


Рис. 1. Варианты фазовой диаграммы ВТСП-купратов.

затем уменьшается и исчезает при $p \sim 0,25–0,30$, хотя в этой (передопированной) области металлическое поведение сохраняется. При этом в области $p > p_0$ металлические свойства достаточно традиционны (фермижидкостное поведение), тогда как при $p < p_0$ система является аномальным металлом, не описываемым, по мнению большинства авторов, теорией ферми-жидкости².

Аномалии физических свойств, связываемые, в настоящее время с образованием псевдощелевого состояния, наблюдаются в металлической фазе при $p < p_0$ и температурах $T < T^*$, где T^* уменьшается от температур порядка T_N при $p \sim 0,05$, обращаясь в нуль при некоторой "критической" концентрации носителей p_c , слегка превышающей p_0 (рис. 1а). Например, согласно [6] это происходит при $p = p_c \approx 0,19$. По мнению ряда авторов (в основном сторонников сверхпроводящей природы псевдощели) T^* сливается с линией сверхпроводящей T_c вблизи оптимальной концентрации p_0 (рис. 1б). Ниже мы увидим, что большинство новых экспериментальных данных скорее всего подтверждают вариант фазовой диаграммы, показанный на рис. 1а (подробнее см. [6]). Нужно подчеркнуть, что величина T^* , по мнению большинства исследователей, не имеет смысла температуры какого-либо фазового перехода, а просто задает характерный масштаб температуры, ниже которой в системе возникают псевдощелевые аномалии. Какие-либо особенности термодинамических величин, характерные для фазовых переходов, в этой области фазовой диаграммы просто отсутствуют³. Общее утверждение состоит в том, что все эти аномалии, на простейшем языке, связаны с подавлением (в данной

² Заметим, что вопрос о наличии или отсутствии фермижидкостного поведения в ВТСП-системах достаточно запутан в дискуссиях многочисленных авторов, придерживающихся противоположных точек зрения и зачастую даже использующих существенно разные определения самого понятия ферми-жидкость. В дальнейшем при использовании соответствующей терминологии мы будем стараться следовать мнению плохо определенного "большинства".

³ Отметим, однако, противоположную точку зрения, высказанную в недавней работе [16], где линия T^* на фазовой диаграмме прямо связывается с некоторым "скрытым" нарушением симметрии, сильно "замытым" внутренним беспорядком.

области) плотности состояний одночастичных возбуждений вблизи уровня Ферми, что и соответствует общей концепции псевдощели⁴. При этом величина T^* просто пропорциональна энергетической ширине псевдощели. Иногда выделяют еще один характерный масштаб температуры T_2^* , как это показано на рис. 1б, который связывают с переходом от режима "слабой" псевдощели к режиму "сильной" псевдощели [14], основываясь на некотором изменении характера спинового отклика системы в окрестности этой температуры. В дальнейшем мы почти не затрагиваем соответствующие детали.

Перейдем теперь к более подробному рассмотрению наиболее типичных экспериментальных проявлений соответствующих аномалий в ВТСП-купратах.

2.1. Теплоемкость и туннелирование

Рассмотрим данные по электронному вкладу в теплоемкость ВТСП-купратов. В металлах этот вклад обычно записывается в виде $C = \gamma(T)T$, так что в нормальном состоянии ($T > T_c$) $\gamma \sim N(0)$, где $N(0)$ — плотность состояний на уровне Ферми. При $T = T_c$ возникает известная аномалия, связанная с фазовым переходом II рода, и величина $\gamma(T)$ имеет характерный пик (скачок). В качестве примера на рис. 2 приведены типичные экспериментальные данные, полученные на системе $Y_{0,8}Ca_{0,2}Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$ при различных значениях δ [18]. В оптимально допированных и передоприванных образцах $\gamma(T)$ остается практически постоянным во всей области $T > T_c$, тогда как для недоприванных образцов наблюдается существенное понижение $\gamma(T)$ в области температур $T < 150-200$ К. Это обстоятельство непосредственно указывает на падение плотности электронных состояний на уровне Ферми и образование псевдощели при $T < T^*$.

Заметим также, что величина скачка теплоемкости в окрестности температуры сверхпроводящего перехода T_c существенно уменьшается при переходе в область недоприванных составов. При этом более детальный анализ [6] показывает, что соответствующий скачок $\Delta\gamma_c$ начинает резко уменьшаться, начиная с "критической" концентрации носителей $p_c \approx 0,19$, что и рассматривается как момент появления псевдощели в электронном спектре.

Из данных по теплоемкости, основываясь на более или менее традиционных представлениях теории БКШ, можно также попытаться оценить ширину энергетической щели в электронном спектре и ее температурную зависимость. На рисунке 3 приведены данные [19], полученные на системе $YBa_2Cu_3O_{6+x}$ (YBCO), из которых видно, что оцененная таким образом энергетическая щель в спектре не обращается в нуль при $T = T_c$ (как это должно быть в традиционном сверхпроводнике), а существенно "затягивается" в область более высоких температур, причем этот эффект тем сильнее, чем больше степень недопривания образца. Часто эти данные наивно интерпретируются как свидетельство в

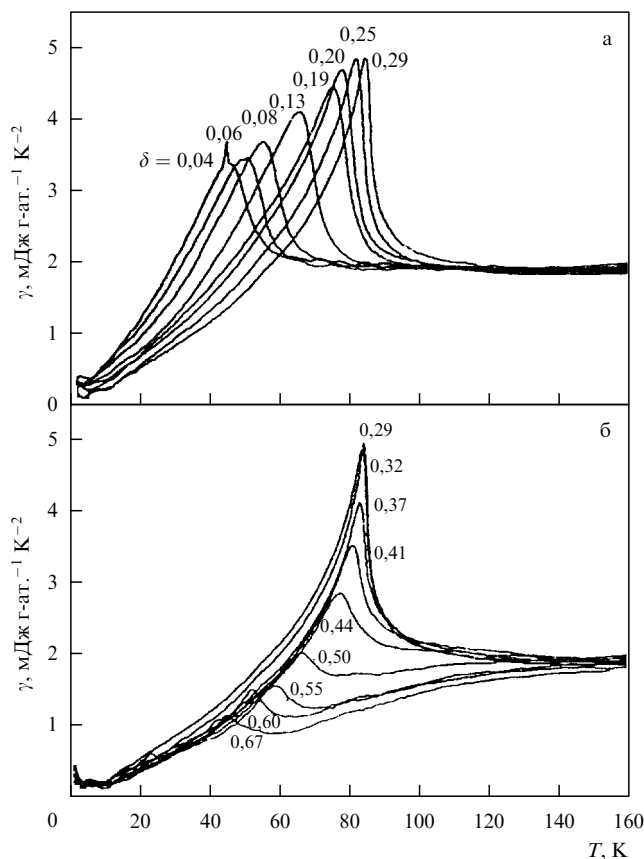


Рис. 2. Коэффициент электронной теплоемкости γ в передоприванном (а) и недоприванном (б) $Y_{0,8}Ca_{0,2}Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$ [18].

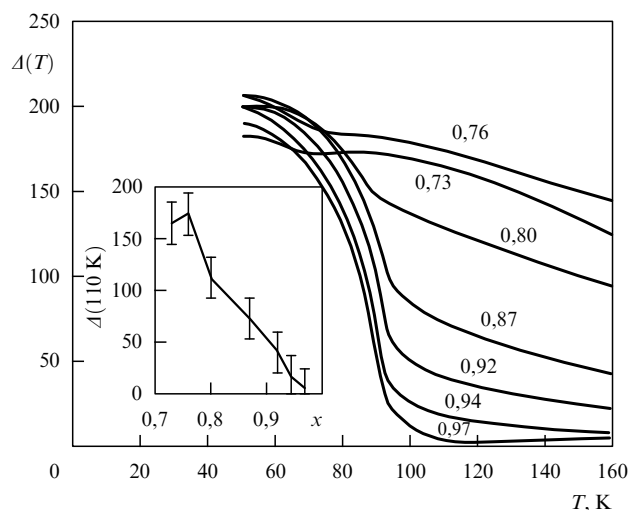


Рис. 3. Температурная зависимость энергетической щели для разных составов $YBa_2Cu_3O_{6+x}$, определенная из данных по теплоемкости [19]. Цифры у разных кривых обозначают соответствующие значения x . На вставке: щель при $T = 110$ К.

пользу существования куперовских пар при температурах $T > T_c$.

Образование псевдощели в плотности состояний хорошо видно и в экспериментах по одночастичному туннелированию. Так, в часто цитируемой работе [20] проводились туннельные эксперименты на монокристаллах $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ (Bi-2212) с различным содержанием

⁴ Понятие псевдощели было впервые сформулировано Моттом в качественной теории неупорядоченных (некристаллических) полупроводников [17]. Псевдощель по Мотту представляет собой область пониженной плотности электронных состояний в интервале энергий, соответствующих запрещенной зоне идеального кристалла, и представляет собой "воспоминание" об этой зоне, сохраняющееся и при сильном разупорядочении (аморфизации, плавлении и т.п.).

кислорода. Для недодопированных образцов четко наблюдалось образование псевдощели в плотности состояний при температурах существенно превышающих T_c . При этом псевдощель плавно эволюционировала в сверхпроводящую щель в области $T < T_c$, что, опять-таки, многими воспринималось как прямое подтверждение сверхпроводящей природы псевдощели. Некоторые следы существования псевдощели наблюдались в этой работе и для слегка передопированных образцов.

При обсуждении туннельных экспериментов на ВТСП-купратах всегда возникают вопросы о качестве поверхности исследуемых образцов. Поэтому особый интерес представляют недавние работы [21, 22], в которых измерялся внутренний туннельный эффект на меса-структурах⁵, создаваемых на поверхности той же системы Bi-2212. В этих экспериментах удалось четко продемонстрировать существование сверхпроводящей щели, обращающейся в нуль при $T = T_c$, на фоне плавной псевдощели, существующей и при более высоких температурах. Соответствующие данные показаны на рис. 4а. Хорошо видно, что типичные особенности, соответствующие образованию сверхпроводящей щели, существуют на фоне плавного минимума плотности состояний. Особенно важно, что в работе [22] было продемонстрировано подавление сверхпроводящих особенностей туннельных характеристик внешним магнитным полем, тогда как псевдощель оказалась практически не зависящей от поля, что ясно указывает на ее несверхпроводящую природу. Соответствующие данные показаны на рис. 4б.

2.2. ЯМР и кинетические свойства

Образование псевдощели проявляется также в кинетических свойствах ВТСП-систем в нормальном состоянии, сдвиге Найта и времени релаксации ЯМР. В частности, с ним связывается изменение стандартной (для оптимально допированных составов) линейной температурной зависимости электросопротивления в области $T < T^*$ для недодопированных образцов. Величина сдвига Найта в таких образцах оказывается зависящей от температуры: в области $T < T^*$ происходит быстрое падение его величины. Аналогичным образом в недодопированных образцах ведет себя и величина $(TT_1)^{-1}$, где T_1 — время спин-решеточной релаксации ЯМР. Напомним, что в обычных металлах сдвиг Найта пропорционален $N(0)$, $(TT_1)^{-1} \sim N^2(0)$ (корринговское поведение), а электросопротивление ρ пропорционально частоте рассеяния (обратному времени свободного пробега) $\gamma \sim N(0)$. Поэтому заметное уменьшение всех этих величин естественно связывается с падением плотности электронных состояний $N(0)$ на уровне Ферми⁶. На рисунке 5а, взятом из работы [1], приведена сводка соответствующих экспериментальных данных для недо-

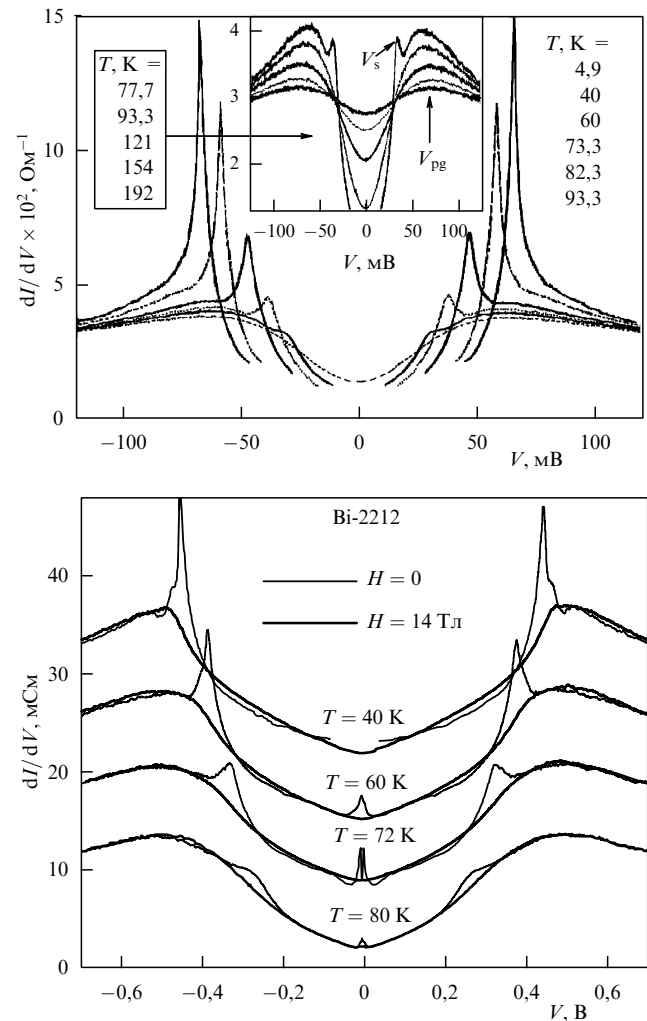


Рис. 4. (а) Дифференциальная проводимость почти оптимально допированного Bi-2212 при различных температурах. На вставке: результаты для высоких температур [21]. (б) Аналогичные данные во внешнем магнитном поле $H = 0$ (тонкие линии) и в поле $H = 14$ Тл (жирные линии) [22].

допированных образцов системы $YBa_2Cu_4O_8$, основанная на работах [23–25]. Заметим, что такая трактовка является, конечно, чрезмерно упрощенной, особенно, когда речь идет о температурных зависимостях соответствующих величин. Например, в случае электросопротивления эта зависимость в значительной мере определяется процессами неупругого рассеяния, физика которых в ВТСП-системах остается не вполне выясненной. При этом уменьшение плотности состояний (частичная диэлектризация спектра) могло бы приводить и к соответствующему росту электросопротивления.

На рисунке 5б приведены данные экспериментов [26] по измерению $(TT_1)^{-1}$ на ядрах ^{63}Cu в слегка недодопированном $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ в достаточно сильном магнитном поле. Видно, что зависимость от магнитного поля практически отсутствует, что является сильным аргументом в пользу несверхпроводящей природы псевдощели — в противном случае магнитное поле должно было бы заметно менять величину эффекта. Заметим, что существенное влияние магнитного поля на сдвиг Найта и частоту ЯМР-релаксации ^{63}Cu наблюдалось в слегка передопированном $TlSr_2CaCu_2O_{6,8}$, где оно

⁵ Меса (исп. mesa, букв. — стол) — плоскогорье, небольшая столовая возвышенность в Испании, странах Латинской Америки... (Советский энциклопедический словарь (М., 1979)).

⁶ Исторически первые данные о заметном падении плотности состояний в недодопированных купратах были получены именно в экспериментах по ЯМР и магнитному рассеянию нейтронов. Поэтому в первое время активно использовался термин "спиновая щель". Из дальнейших исследований стало ясно, что аналогичные эффекты имеют отношение отнюдь не только к спиновым степеням свободы, и термин "псевдощель" стал практически общепринятым.

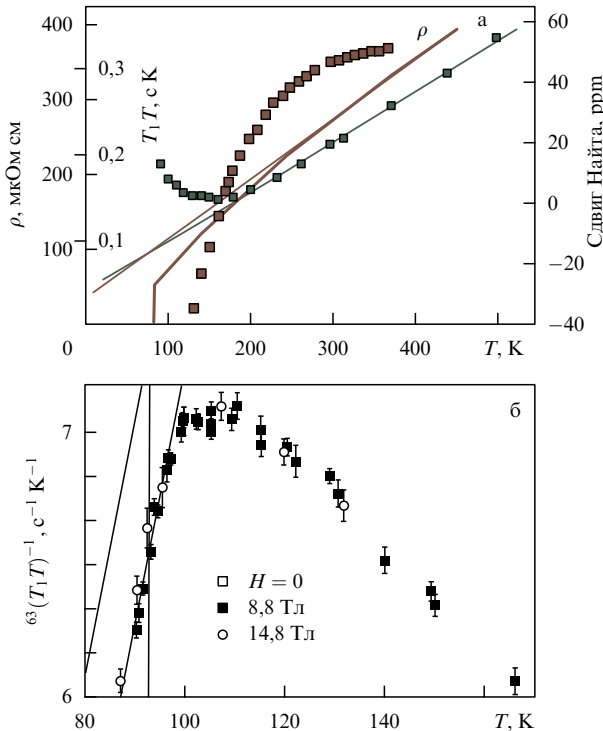


Рис. 5. (а) Влияние образования псевдощели на электросопротивление, сдвиг Найта и время релаксации ЯМР в недодопированном $\text{YBa}_2\text{Cu}_4\text{O}_8$. Изменение температурных зависимостей в области $T < 200 - 300$ К приписывается образованию псевдощели в плотности состояний [1]. (б) Частота ЯМР релаксации $(T_1T)^{-1}$ слегка недодопированного $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ в сильном магнитном поле, ориентированном вдоль кристаллической оси c [26]. Вертикальная линия соответствует T_c в нулевом поле. Наклонная линия дает оценку сдвига данных, ожидавшегося в случае подавления псевдощели магнитным полем, ее положение определяется наблюдавшимся сдвигом T_c

хорошо описывается эффектами подавления сверхпроводящих флуктуаций [27]. Этот факт является свидетельством в пользу исчезновения (при некоторой меньшей концентрации носителей) обсуждавшейся выше псевдощели несверхпроводящей природы (не зависящей от магнитного поля).

Подчеркнем, что в различных экспериментах характерная температура T^* , ниже которой проявляются аномалии, приписываемые образованию псевдощели, несколько меняется, в зависимости от того, какая величина измеряется. Однако во всех случаях имеется систематическая зависимость T^* от степени легирования, и эта температура обращается в нуль при концентрации носителей равной или слегка превышающей оптимальную. Отсюда ясно, что T^* не является какой-то четко определенной температурой (например, фазового перехода), а лишь определяет масштаб температуры (энергии), ниже которой проявляются указанные аномалии. Соответствующий масштаб энергии можно попытаться определить из эксперимента, например моделируя псевдощель V-образной зависимостью (с шириной E_g) плотности состояний от энергии вблизи уровня Ферми (тогда $T^* = 0,4E_g$) [6]. На рисунке 6 приведена сводка данных по найденным таким образом (из обработки самых разных экспериментов) ширинам псевдощели в YBCO в зависимости от концентрации дырок [6]. Видно, что псевдощель "закрывается" при

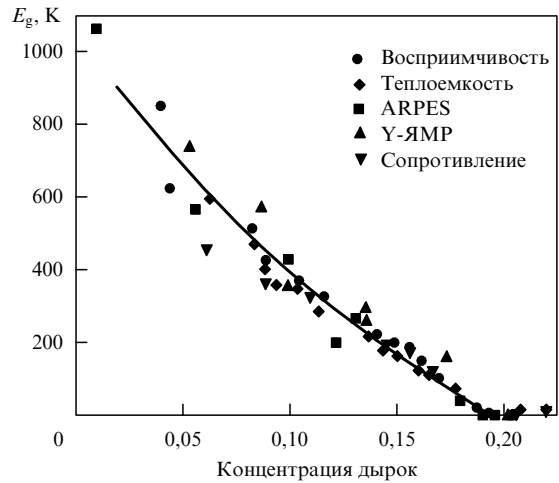


Рис. 6. Зависимость энергетической ширины псевдощели E_g в YBCO от концентрации дырок p по данным различных экспериментов [6].

критическом значении $p_c \approx 0,19$. Еще раз подчеркнем, что как линия T^* на фазовой диаграмме, так и "критическая" концентрация p_c , имеют, по-видимому, довольно условный смысл. Тем не менее в некоторых работах предпринимаются попытки интерпретировать p_c , как некоторую "квантовую" критическую точку [28].

2.3. Оптическая проводимость

Образование псевдощели в области недодопированных составов ВТСП-купратов четко проявляется также в многочисленных экспериментах по измерению оптической проводимости — как при направлении вектора электрического поля вдоль хорошо проводящей плоскости CuO_2 , так и для ортогонального направления вдоль тетрагональной оси c . Соответствующие данные достаточно подробно описаны в [2, 29]. В качестве типичного примера на рис. 7а мы приводим данные работы [30] по оптической проводимости в плоскости CuO_2 недодопированного $\text{La}_{1,87}\text{Sr}_{0,13}\text{CuO}_4$. Характерной особенностью этих данных является наличие узкого друдевского пика в области частот $\omega < 250 \text{ см}^{-1}$ и появление "псевдощелевого провала" в интервале $250 - 700 \text{ см}^{-1}$ с размытым максимумом в окрестности $\omega \sim 800 \text{ см}^{-1}$. Особенно ярко псевдощелевая аномалия проявляется при обработке оптических данных по так называемой обобщенной формуле Друде [2, 29], когда вводятся эффективные (зависящие от частоты внешнего поля) частота рассеяния и масса носителей тока:

$$\frac{1}{\tau(\omega)} = \frac{\omega_{pl}^2}{4\pi} \text{Re} \left[\frac{1}{\sigma(\omega)} \right], \tag{1}$$

$$\frac{m^*(\omega)}{m} = \frac{1}{\omega} \frac{\omega_{pl}^2}{4\pi} \text{Im} \left[\frac{1}{\sigma(\omega)} \right], \tag{2}$$

где $\sigma(\omega)$ — наблюдаемая комплексная проводимость, ω_{pl} — плазменная частота, m — масса свободного электрона. Вообще-то следует заметить, что использование формул (1), (2) является именно обработкой данных, т.е. использованием их для представления в виде $1/\tau(\omega)$ и $m^*(\omega)$ вместо двух других характеристик — действительной и мнимой части проводимости. Соответственно, величины $\tau(\omega)$ и $m^*(\omega)$ не имеют особенно глубокого физического смысла. Тем не менее

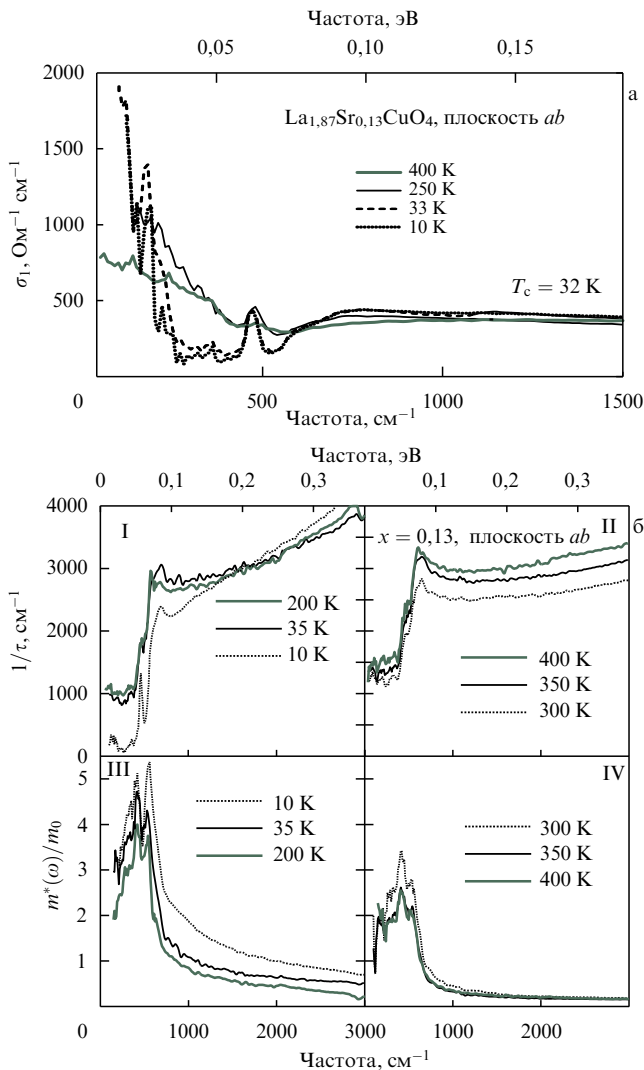


Рис. 7. (а) Действительная часть оптической проводимости в ab -плоскости $\text{La}_{1.87}\text{Sr}_{0.13}\text{CuO}_4$ для различных температур T [30]. (б) Обобщенная частота рассеяния и эффективная масса как функции частоты внешнего поля, полученные из обработки оптических данных для той же системы по обобщенной формуле Друде [30]: (I, III) — для области температур $T < 250\text{ K}$, когда наблюдается линейный рост $1/\tau$ с частотой в области $\omega > 700\text{ cm}^{-1}$, (II, IV) — для более высоких температур, когда линейный рост $1/\tau$ почти незаметен.

такая форма представления экспериментальных данных весьма популярна в литературе.

На рисунке 7б приведены результаты такой обработки данных, показанных на рис. 7а [30]. Видно, что эффективная частота рассеяния при температурах меньше $T^* \sim 450\text{ K}$ резко уменьшается в области частот внешнего поля меньше 700 cm^{-1} , а при больших частотах $1/\tau(\omega)$ линейно растет с ω , демонстрируя аномальное нефермижидкостное поведение. Наличие этого провала в $1/\tau(\omega)$ и отражает, как принято считать, проявление псевдощели в оптических данных. Вместе с тем, учитывая сделанные выше замечания, нельзя не отметить, что представленные на рис. 7б данные по $m^*(\omega)$ вообще не допускают наглядной интерпретации.

Аналогичное поведение $1/\tau(\omega)$ наблюдается и в данных по поперечной оптической проводимости $\sigma_c(\omega)$, практически на всех изученных ВТСП-купратах в области недодопированных составов [2, 29].

2.4. Поверхность Ферми и ARPES

Наиболее яркие эффекты, связанные с образованием псевдощели, проявляются в экспериментах по фотоэмиссии с угловым разрешением (ARPES) [4, 5]. Эти эксперименты прежде всего играют определяющую роль в изучении топологии поверхности Ферми ВТСП-купратов [4, 31, 32], являясь практически единственным источником соответствующей информации.

На рисунке 8 приведены данные [33] о поверхности Ферми системы $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ для двух разных составов. В передопированном состоянии ($x = 0,3$) поверхность Ферми является электронной и центрирована вокруг точки $\Gamma(0,0)$ зоны Бриллюэна (ЗБ). При уменьшении x происходит изменение ее топологии, так что для оптимальной концентрации Sr и в недодопированном состоянии ($x = 0,1$) она становится дырочной и центрированной вокруг точки $Y(\pi, \pi)$. Именно последняя топология поверхности Ферми наблюдается почти во всех ARPES-экспериментах в большинстве остальных ВТСП-купратов.

В качестве интересного примера на рис. 9 из работы [34] показана дырочная поверхность Ферми наиболее изученной методом ARPES системы Bi-2212 в передопированном состоянии. Замечательной особенностью является обнаружение в этих экспериментах больших плоских участков поверхности Ферми, ортогональных симметричным направлениям YM . Этот результат был подтвержден независимо в работе [35] для оптимально допированной системы. Наличие плоских участков поверхности Ферми может быть очень важным при построении микроскопических теорий электронных свойств ВТСП-систем.

Если отвлечься от таких деталей, то, в достаточно грубом приближении, наблюдаемая в ARPES топология поверхности Ферми и спектр элементарных возбуждений

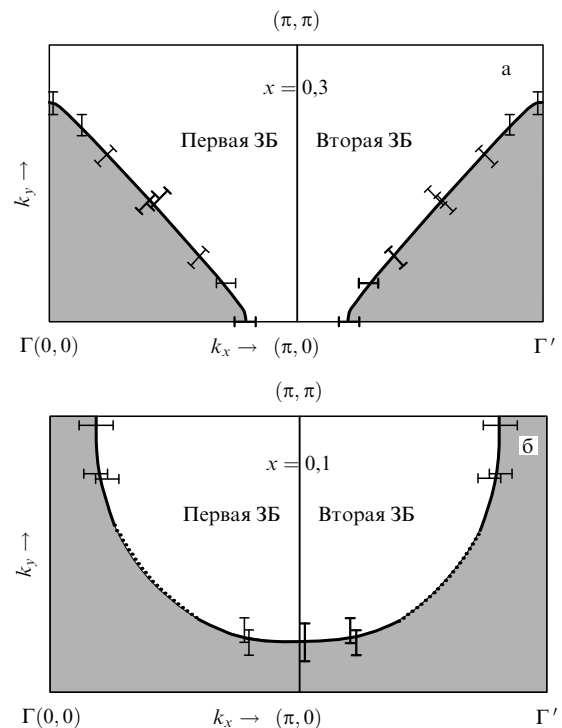


Рис. 8. Поверхность Ферми $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ для передопированного (а) и недодопированного (б) случая [33].

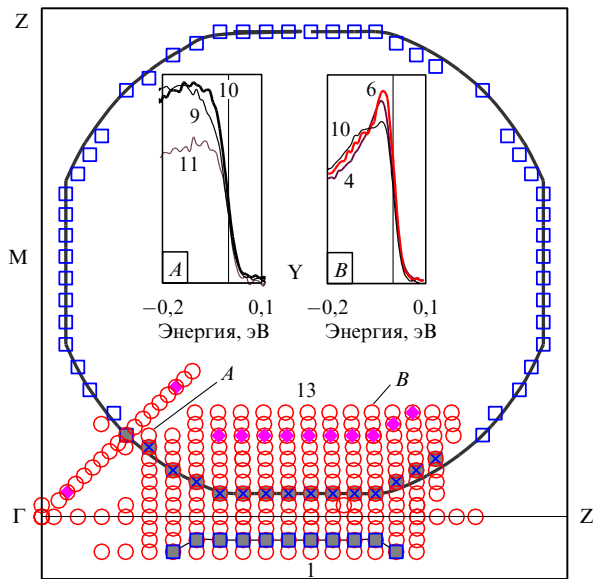


Рис. 9. Поверхность Ферми передопированного Bi-2212 [34]. Кружками показаны точки, в которых производились измерения.

в плоскости CuO₂ достаточно хорошо описываются моделью сильной связи:

$$\epsilon_{\mathbf{k}} = -2t(\cos k_x a + \cos k_y a) - 4t' \cos k_x a \cos k_y a, \quad (3)$$

где $t \approx 0,25$ эВ — интеграл переноса между ближайшими соседями, а t' — интеграл переноса между вторыми ближайшими соседями, который может меняться от $t' \approx -0,45t$ для YBa₂Cu₃O_{7- δ} до $t' \approx -0,25t$ для La_{2-x}Sr_xCuO₄; a — постоянная (квадратной) решетки.

В самое последнее время изложенная выше простая картина подверглась серьезной ревизии в работах [35–38] на основании новых ARPES-данных, полученных с использованием синхротронного излучения более высокой энергии, чем в прежних экспериментах. Утверждается, что поверхность Ферми Bi-2212 является электронной и центрированной вокруг точки Г. Основные разногласия с более ранними данными имеют место в наиболее интересной для нас окрестности точки $(0, \pi)$ в обратном пространстве. Эти результаты встретили резкие возражения других групп ARPES экспериментаторов [39–43]. Вопрос остается предметом оживленной дискуссии, однако в дальнейшем мы придерживаемся традиционной интерпретации.

Имеется несколько хороших обзоров по наблюдению псевдощелевых аномалий в ARPES [3–5], поэтому ниже мы ограничимся основными качественными утверждениями. Интенсивность ARPES (энергетическое распределение фотоэлектронов) фактически определяется как [4]

$$I(\mathbf{k}, \omega) = I_0(\mathbf{k})f(\omega)A(\mathbf{k}, \omega), \quad (4)$$

где \mathbf{k} — импульс в зоне Бриллюэна, ω — энергия начального состояния, измеренная относительно уровня Ферми (химического потенциала)⁷, $I_0(\mathbf{k})$ включает в себя

⁷ В реальных экспериментах ω измеряется относительно уровня Ферми хорошего металла типа Pt и Ag, находящегося в электрическом контакте с образцом.

кинематические факторы и квадрат матричного элемента электрон-фотонного взаимодействия и в достаточно грубом приближении считается константой. Величина

$$A(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} G(\mathbf{k}, \omega + i\delta), \quad (5)$$

где $G(\mathbf{k}, \omega)$ — функция Грина, представляет собой спектральную плотность носителей. Функция распределения Ферми $f(\omega) = [\exp(\omega/T) + 1]^{-1}$ отражает тот факт, что в процессе фотоэмиссии участвуют электроны из занятых состояний. Таким образом, в упомянутом грубом приближении, можно говорить, что в ARPES-экспериментах непосредственно измеряется произведение $f(\omega)A(\mathbf{k}, \omega)$, и мы получаем прямую информацию о спектральных свойствах одночастичных возбуждений системы.

На рисунке 10 показаны типичные ARPES-данные для системы Bi₂Sr₂CaCu₂O₈ [44], полученные в трех различных точках на поверхности Ферми для различных температур. Наличие щели (псевдощели) проявляется в сдвиге (влево) порога энергетического распределения фотоэлектронов (leading edge) из образца, по сравнению с эталонным спектром хорошего металла (Pt). Видно, что щель закрывается при различных температурах для различных значений \mathbf{k} , а величина (ширина) щели умень-

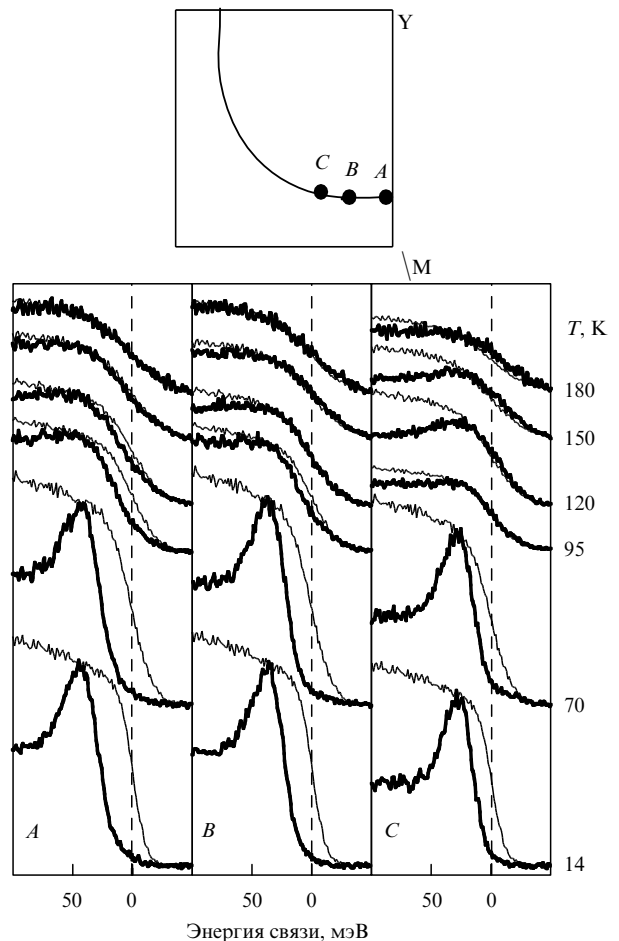


Рис. 10. Спектры ARPES в трех различных точках A, B, C на поверхности Ферми Bi-2212 для недодопированного образца с $T_c = 85$ К. Тонкие кривые — спектр эталонного образца Pt (из работы [44]).

шается по мере удаления от направления $(0, 0) - (0, \pi)$. Псевдощель вообще отсутствует в направлении диагонали зоны $(0, 0) - (\pi, \pi)$. При низких температурах это вполне соответствует картине d-спаривания, которая хорошо установлена из многочисленных экспериментов на ВТСП-купратах [45–47]. Важно, однако, что "щель" в ARPES-данных наблюдается и при температурах значительно превышающих температуру сверхпроводящего перехода T_c .

На рисунке 11 показано угловое поведение ширины щели в зоне Бриллюэна и температурная зависимость ее максимального значения для ряда образцов Bi-2212 разных составов, полученные из ARPES в работе [48]. Видно, что при общей d-волновой симметрии, щель в спектре оптимально допированной системы обращается в нуль практически при $T = T_c$, тогда как для недодопированных образцов возникают "хвосты" температурной зависимости щели в области $T > T_c$, совершенно аналогичные показанным на рис. 3. Качественно можно утверждать, что образование анизотропной в обратном пространстве псевдощели при $T > T_c$, непрерывно переходящей в сверхпроводящую щель при $T < T_c$, приводит к "разрушению" поверхности Ферми недодопированных образцов уже при $T < T^*$ на участках вокруг точки $(0, \pi)$

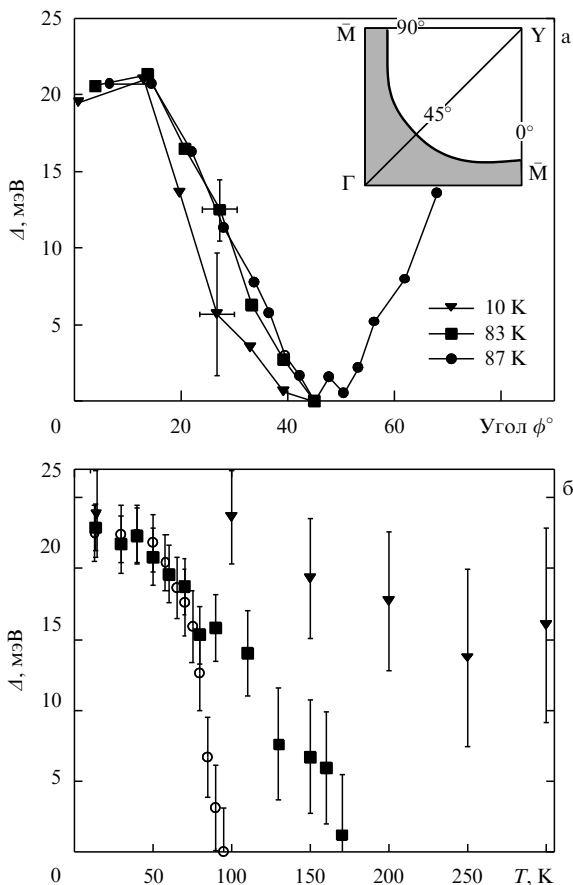


Рис. 11. Угловая и температурная зависимость энергетической щели в Bi-2212, полученная из данных ARPES [49] для образцов с $T_c = 87$ К (почти оптимально допированный), $T_c = 83$ К и $T_c = 10$ К (недодопированные): (а) величина ARPES-щели, измеренная в различных точках поверхности Ферми (показанной на вставке), положение которых определяется полярным углом ϕ , отсчитанным от направления ГМ. Видна d-симметрия щели; (б) температурная зависимость максимальной щели, измеренной вблизи точки М.

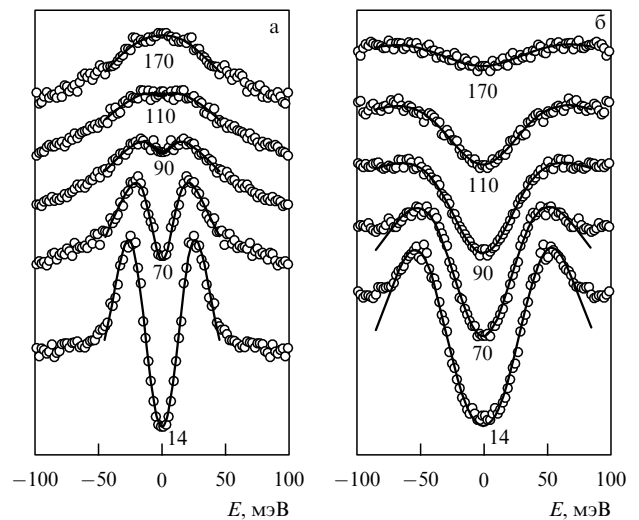


Рис. 12. Симметричные спектры ARPES для передопированного образца Bi-2212 с $T_c = 82$ К (а) и недодопированного образца с $T_c = 83$ К (б) в точке пересечения поверхности Ферми с границей зоны $(0, \pi) - (\pi, \pi)$ [50].

(и симметричных к ней), причем ширина этих участков растет с понижением температуры [49].

Центральный интерес представляет, конечно, эволюция спектральной плотности $A(\mathbf{k}_F, \omega)$ на поверхности Ферми. При довольно слабых предположениях ее можно непосредственно выделить из данных по ARPES [49]. При наличии электрон-дырочной симметрии имеем $A(\mathbf{k}_F, \omega) = A(\mathbf{k}_F, -\omega)$ (что всегда справедливо вблизи уровня Ферми, реально при $|\omega|$ меньше нескольких десятых мэВ), так что с учетом $f(-\omega) = 1 - f(\omega)$ из (4) при $\mathbf{k} = \mathbf{k}_F$ сразу же получаем $I(\omega) + I(-\omega) = A(\mathbf{k}_F, \omega)$. Поэтому спектральную плотность на поверхности Ферми можно получить прямо из эксперимента, построив симметризованный спектр $I(\omega) + I(-\omega)$. В качестве примера такого построения на рис. 12 приведены данные [50] для недодопированного образца Bi-2212 с $T_c = 83$ К и передопированного с $T_c = 82$ К при разных температурах. Видно, что существование псевдощели четко проявляется в виде характерной "двугорбой" структуры спектральной плотности, которая возникает (для недодопированной системы) при температурах, существенно превышающих T_c .

Подчеркнем, что хорошо определенным квазичастицам соответствует достаточно узкий пик спектральной плотности $A(\mathbf{k}_F, \omega)$ при $\omega = 0$. Такое поведение в ВТСП-купратах практически не наблюдается, во всяком случае, при температурах $T > T_c$. Последнее обстоятельство, впрочем, не кажется очень удивительным: трудно представить себе хорошо определенные квазичастицы почти в любой системе при $T > 100$ К! Тем не менее разрешающая способность современных ARPES-установок позволяет, по-видимому, утверждать, что ширина соответствующего пика больше экспериментального разрешения, так что вопрос доступен экспериментальному исследованию [51]. Оказывается, что в сверхпроводящей фазе, при $T \ll T_c$ в окрестности точки пересечения поверхности Ферми с диагональю зоны Бриллюэна (направление $(0, 0) - (\pi, \pi)$), появляется достаточно острый пик спектральной плотности, соответствующий хорошо определенным квазичастицам [51]. При этом вблизи точки $(0, \pi)$ поверхность Ферми "разрушена"

сверхпроводящей щелью, соответствующей спариванию d -типа, которая приводит к двухпиковой структуре спектральной плотности.

Плавная эволюция ARPES-псевдощели при $T > T_c$ в сверхпроводящую щель, соответствующую d -спариванию, при $T < T_c$ часто рассматривается как свидетельство в пользу сверхпроводящей природы псевдощелевого состояния. Однако, скорее всего, это не так. В связи с этим обратим внимание на весьма интересную работу [52], где были проведены ARPES-исследования диэлектрического оксида $\text{Ca}_2\text{CuO}_2\text{Cl}_2$, который структурно аналогичен La_2CuO_4 и становится высокотемпературным сверхпроводником при легировании натрием или калием. Измерения ARPES в этой системе оказались возможными и в диэлектрической фазе, благодаря хорошему качеству поверхности образцов. Замечательной особенностью работы [52] является, по-видимому, первое наблюдение "остаточной" поверхности Ферми в этом моттовском диэлектрике, которая, естественно, везде "закрывается" щелью (вероятно, мотт-хуббардовской природы). В то же время в работе [52] наблюдалась сильная анизотропия этой щели в обратном пространстве с симметрией d -типа, весьма напоминающей аналогичные данные по ВТСП-оксидам в металлической фазе. Вполне разумно считать, что эта анизотропная щель имеет ту же природу, что и псевдощель в области больших энергий, скажем, в Bi-2212 [52]. Ясно, что никакого куперовского спаривания в этом диэлектрике просто нет.

2.5. Другие эксперименты

Псевдощелевое поведение проявляется также в целом ряде других экспериментов, таких, например, как рамановское (комбинационное) рассеяние света на электронах [53] и магнитное рассеяние нейтронов [54]. Все эти данные так или иначе указывают на заметное подавление плотности состояний одночастичных возбуждений вблизи уровня Ферми недодопированных ВТСП-купратов при температурах $T < T^*$, т.е. уже в нормальной фазе. За неимением места мы не будем подробно обсуждать эти данные, тем более, что хороший обзор их можно найти в указанных выше работах, так же как и в [2].

3. Теоретические модели псевдощелевого состояния

3.1. Рассеяние на флуктуациях ближнего порядка.

Качественные соображения

Как уже отмечалось во введении, существует два основных теоретических сценария для объяснения псевдощелевых аномалий ВТСП-систем. Первый основан на модели формирования куперовских пар уже выше температуры сверхпроводящего перехода (precursor pairing), а второй предполагает, что происхождение псевдощелевого состояния связано с флуктуациями ближнего порядка "диэлектрического" типа (например, антиферромагнитного или типа волн зарядовой плотности), существующими в области недодопированных составов, на которых происходит сильное рассеяние электронов, приводящее к псевдощелевой перестройке их спектра. Второй сценарий представляется более предпочтительным как исходя из основных эксперименталь-

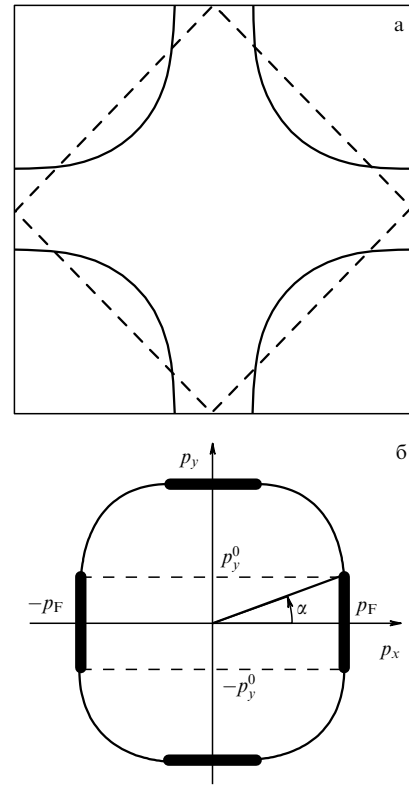


Рис. 13. (а) Поверхность Ферми в зоне Бриллюэна и модель "горячих точек". Штриховыми линиями показаны границы магнитной зоны Бриллюэна, возникающей при удвоении периода, связанном с появлением антиферромагнетизма. "Горячие" точки — точки пересечения поверхности Ферми с границами магнитной зоны. (б) Поверхность Ферми в модели "горячих участков" (показаны жирными линиями), ширина которых $\sim \xi^{-1}$. Угол α определяет размер "горячего" участка [63], $\alpha = \pi/4$ соответствует квадратной поверхности Ферми.

ных данных⁸, обсуждавшихся в разделе 2, так и из того простого обстоятельства, что все псевдощелевые аномалии усиливаются по мере усиления степени недодопирования, когда система все дальше "уходит" от оптимальной для сверхпроводимости области фазовой диаграммы, приближаясь к области диэлектрической (антиферромагнитной) фазы.

Рассмотрим типичную поверхность Ферми носителей в плоскости CuO_2 , показанную на рис. 13а. Фазовый переход в антиферромагнитное состояние вызывает удвоение периода решетки и приводит к появлению в обратном пространстве "магнитной" зоны Бриллюэна, показанной на рис. 13а штриховой линией. Если спектр носителей дается формулой (3) с $t' = 0$, то для случая половинного заполнения зоны поверхность Ферми представляет собой квадрат, совпадающий с границами магнитной зоны, и имеет место полный "нестинг" — плоские участки поверхности Ферми совмещаются при переносе на вектор антиферромагнетизма $\mathbf{Q} = (\pm\pi/a, \pm\pi/a)$. При $T = 0$ электронный спектр неустойчив — всюду на поверхности Ферми открывается щель, и система переходит в диэлектрическое состояние, вызванное антиферромагнит-

⁸ Например, туннельные эксперименты [21, 22], по мнению автора, практически исключают "сверхпроводящий" сценарий формирования псевдощели.

ной волной спиновой плотности (SDW)⁹. Такие рассуждения лежат в основе популярной схемы объяснения антиферромагнетизма ВТСП-купратов, в качестве примера сошлемся, например, на работу [55]. Обзор таких моделей можно найти в [56]. В случае поверхности Ферми, показанной на рис. 13а, при возникновении антиферромагнитного дальнего порядка, в соответствии с общими правилами зонной теории [57], в точках пересечения изоэнергетических поверхностей и, в частности, поверхности Ферми с границами новой (магнитной) зоны Бриллюэна эти поверхности испытывают разрыв, связанный с открытием щели в спектре в точках, соединенных вектором \mathbf{Q} .

В интересующей нас области фазовой диаграммы ВТСП-купратов антиферромагнитного дальнего порядка нет, однако целый ряд экспериментов указывает на существование всюду под линией T^* развитых флуктуаций антиферромагнитного ближнего порядка. В модели "почти антиферромагнитной" ферми-жидкости [58, 59] вводится эффективное взаимодействие электронов со спиновыми флуктуациями, описываемое динамической спиновой восприимчивостью $\chi_q(\omega)$, форма которой определялась из подгонки к данным ЯМР-экспериментов [46, 60]:

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{q}, \omega) = g^2 \chi_q(\omega) \approx \frac{g^2 \xi^2}{1 + \xi^2 (\mathbf{q} - \mathbf{Q})^2 - i\omega/\omega_{\text{sf}}}, \quad (6)$$

где g — константа связи, ξ — корреляционная длина спиновых флуктуаций, $\mathbf{Q} = (\pm\pi/a, \pm\pi/a)$ — вектор антиферромагнитного упорядочения в диэлектрической фазе, ω_{sf} — характерная частота спиновых флуктуаций.

Поскольку динамическая спиновая восприимчивость $\chi_q(\omega)$ имеет пики при волновых векторах в окрестности $(\pm\pi/a, \pm\pi/a)$, в системе возникает два типа квазичастиц — "горячие" квазичастицы, импульсы которых расположены в окрестности "горячих" точек на поверхности Ферми (рис. 13а), а энергии удовлетворяют неравенству

$$|\varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}}| < \frac{v_{\text{F}}}{\xi} \quad (7)$$

(v_{F} — скорость на поверхности Ферми), и "холодные", импульсы которых находятся вблизи участков поверхности Ферми, окружающих диагонали зоны Бриллюэна $|p_x| = |p_y|$ и не удовлетворяют неравенству (7) [14]. Эта терминология связана с тем, что квазичастицы из окрестности "горячих" точек сильно рассеиваются на вектор порядка \mathbf{Q} за счет взаимодействия со спиновыми флуктуациями (6), тогда как для частиц с импульсами вдали от "горячих" точек это взаимодействие является достаточно слабым. В дальнейшем такую модель будем называть моделью "горячих" точек¹⁰.

Корреляционная длина флуктуаций ближнего антиферромагнитного порядка ξ , описываемых формулой (6), играет в дальнейшем важнейшую роль. Надо заме-

нить, что в реальных ВТСП-системах она обычно не очень велика и меняется в пределах $2a < \xi < 8a$ [61, 62].

Характерная частота спиновых флуктуаций ω_{sf} , в зависимости от типа соединения и степени легирования, обычно лежит в интервале 10–100 К [61, 62], так что в большей части псевдощелевой области на фазовой диаграмме достаточно хорошо выполняется неравенство $\pi T \gg \omega_{\text{sf}}$, позволяющее пренебречь спиновой динамикой и ограничиться квазистатическим приближением¹¹:

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{q}) = \tilde{W}^2 \frac{\xi^2}{1 + \xi^2 (\mathbf{q} - \mathbf{Q})^2}, \quad (8)$$

где \tilde{W} — эффективный параметр размерности энергии, который в модели АФМ флуктуаций может быть записан как [14]:

$$\tilde{W}^2 = g^2 T \sum_{m, \mathbf{q}} \chi_q(i\omega_m) = \frac{g^2 \langle S_i^2 \rangle}{3}, \quad (9)$$

где S_i — спин на узле решетки (ионе Cu в плоскости CuO₂ для ВТСП-купратов).

В дальнейшем \tilde{W} и ξ рассматриваются как феноменологические параметры теории. В частности, \tilde{W} определяет эффективную ширину псевдощели. Построение полной микроскопической теории псевдощелевого состояния не входит в нашу задачу, в дальнейшем мы будем заниматься, в основном, моделированием соответствующей перестройки электронного спектра и ее влияния на физические свойства системы, в частности, на сверхпроводимость.

Существенное упрощение расчетов возникает, если от (8) перейти к модельному взаимодействию вида (такое упрощение впервые использовалось в [11]):

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{q}) = W^2 \frac{2\xi^{-1}}{\xi^{-2} + (q_x - Q_x)^2} \frac{2\xi^{-1}}{\xi^{-2} + (q_y - Q_y)^2}, \quad (10)$$

где $W^2 = \tilde{W}^2/4$. Выражение (10) качественно вполне аналогично (8) и мало от него отличается количественно в наиболее интересной области $|\mathbf{q} - \mathbf{Q}| < \xi^{-1}$. Аналогичное, но несколько отличное по форме эффективное взаимодействие использовалось в [14]. Фактически таким образом достигается эффективная одномеризация задачи.

Рассеяние на антиферромагнитных флуктуациях в ВТСП-купратах не всегда имеет максимальную интенсивность на векторе $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$, соизмеримом с периодом исходной решетки, в общем случае вектор \mathbf{Q} может соответствовать несоизмеримому рассеянию. Исходя из наблюдаемой топологии ферми-поверхности с плоскими участками, типа показанной на рис. 9, можно предложить и другую модель рассеяния на флуктуациях ближнего порядка антиферромагнитного типа¹², кото-

¹¹ В терминологии работы [14] это соответствует области "слабой" псевдощели.

¹² Поскольку в дальнейшем мы везде для простоты пренебрегаем спиновой структурой взаимодействия, наше рассмотрение, строго говоря, применимо к случаю взаимодействия электронов с флуктуациями ближнего порядка типа волн зарядовой плотности, однако такое упрощение несущественно с точки зрения качественных проявлений псевдощелевой перестройки электронного спектра. Заметим, что взаимодействие с флуктуациями типа CDW предлагается в ряде работ для объяснения аномалий ВТСП-купратов в интересующей нас области, как альтернатива модели спиновых флуктуаций [64].

⁹ Совершенно аналогичная ситуация имеет место и для диэлектризации за счет образования волны зарядовой плотности.

¹⁰ Подчеркнем, что АФМ природа флуктуаций фактически несущественна для всего последующего анализа, а используемая модель носит более общий характер. Для нас важно наличие сильного рассеяния электронов на векторы из достаточно близкой окрестности выделенного вектора \mathbf{Q} , "перебрасывающего" электроны с одной стороны поверхности Ферми на другую. Такие процессы могут быть связаны и с зарядовыми (CDW) и со структурными флуктуациями.

рую будем называть моделью "горячих" участков [63]. Предположим, что поверхность Ферми двумерной электронной системы имеет вид, представленный на рис. 13б. Размер "горячих" участков определяется угловым параметром α . Хорошо известно, что плоские участки на поверхности Ферми приводят к неустойчивости системы относительно образования волны зарядовой или спиновой плотности с установлением соответствующего дальнего порядка и образованием (диэлектрической) энергетической щели на этих участках. Нас же интересует ситуация, характерная для флуктуационной области соответствующей фазовой диаграммы, когда дальнего порядка нет¹³. Подобная модель поверхности Ферми уже довольно давно рассматривалась в применении к ВТСП-купратам в работах [65–67], где, в частности, были достаточно детально проанализированы микроскопические критерии существования антиферромагнитной и сверхпроводящей фаз (фазовая диаграмма).

Флуктуации ближнего порядка будем считать статическими и гауссовыми¹⁴, определив их корреляционную функцию в следующем виде (аналогично [11]):

$$S(\mathbf{q}) = \frac{1}{\pi^2} \frac{\xi^{-1}}{(q_x - Q_x)^2 + \xi^{-2}} \frac{\xi^{-1}}{(q_y - Q_y)^2 + \xi^{-2}}. \quad (11)$$

Здесь ξ — опять корреляционная длина флуктуаций, а вектор рассеяния берется в виде $Q_x = \pm 2k_F$, $Q_y = 0$ или $Q_y = \pm 2k_F$, $Q_x = 0$. Предполагается, что с этими флуктуациями взаимодействуют электроны только с плоских ("горячих") участков на поверхности Ферми, показанных на рис. 13б, причем это рассеяние носит фактически одномерный характер. В частности, при $\alpha = \pi/4$ имеем просто квадратную поверхность Ферми, а задача становится чисто одномерной. Для $\alpha < \pi/4$ на поверхности Ферми имеются "холодные" участки, на которых рассеяние либо просто отсутствует, либо считается достаточно слабым. Эффективное взаимодействие электронов "горячих" участков с флуктуациями будем описывать величиной $(2\pi)^2 W^2 S(\mathbf{q})$, где параметр W размерности энергии опять определяет энергетический масштаб (ширину) псевдощели¹⁵. Выбор вектора рассеяния $\mathbf{Q} = (\pm 2k_F, 0)$ или $\mathbf{Q} = (0, \pm 2k_F)$ в общем случае подразумевает картину несоизмеримых флуктуаций, поскольку импульс Ферми $p_F = \hbar k_F$, вообще говоря, не связан с периодом обратной решетки. Соизмеримый случай также может быть рассмотрен в рамках этой модели [63].

Основная идея обсуждаемых моделей, как уже отмечалось, состоит в рассмотрении сильного рассеяния на флуктуациях ближнего порядка, которое в соответствии с (6), (10) или (11) эффективно отлично от нуля в ограниченной области обратного пространства с размерами порядка ξ^{-1} вокруг "горячих" точек или участков,

что и приводит к псевдощелевой перестройке электронного спектра в этих областях¹⁶.

Рассмотрим качественно характер соответствующих изменений одноэлектронной спектральной плотности (5). В стандартной теории ферми-жидкости [69] одноэлектронная функция Грина металла имеет вид

$$G(\omega, \mathbf{k}) = \frac{Z_{\mathbf{k}}}{\omega - \xi_{\mathbf{k}} - i\gamma_{\mathbf{k}}} + G_{\text{incoh}}, \quad (12)$$

где $\xi_{\mathbf{k}} = \epsilon_{\mathbf{k}} - \mu$ — энергия квазичастиц, отсчитанная от уровня Ферми (химического потенциала) μ , $\gamma_{\mathbf{k}}$ — их затухание. Вычет в полюсе $0 < Z_{\mathbf{k}} < 1$, G_{incoh} — несингулярный вклад многочастичных возбуждений. Тогда соответствующая спектральная плотность

$$A(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{\pi} Z_{\mathbf{k}} \frac{\gamma_{\mathbf{k}}}{(\omega - \xi_{\mathbf{k}})^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2} + \dots, \quad (13)$$

где многоточием обозначен более или менее постоянный вклад, возникающий из G_{incoh} , а квазичастичный спектр проявляется узким (в меру малости затухания $\gamma_{\mathbf{k}}$) лоренцевским пиком. Соответствующая ситуация иллюстрируется на рис. 14а.

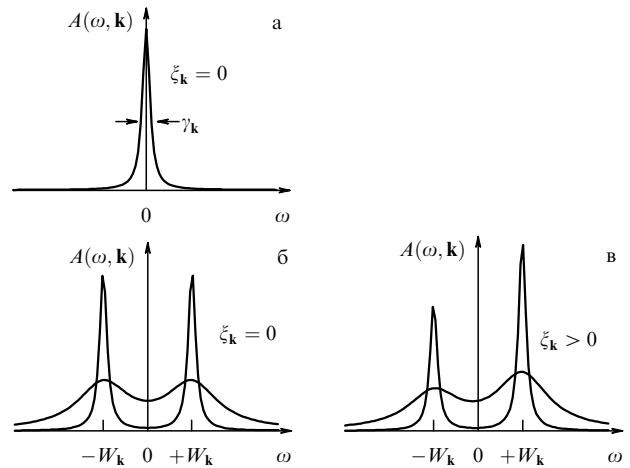


Рис. 14. Качественная картина эволюции спектральной плотности. (а) Нормальный металл (ферми-жидкость) при $\xi_{\mathbf{k}} = 0$, т.е. на поверхности Ферми. (б) Два узких пика, соответствующих "боголюбовским" квазичастицам в системе с диэлектрической щелью $W_{\mathbf{k}}$ (при наличии дальнего порядка типа CDW или SDW). Размытые максимумы — система без дальнего порядка (псевдощелевое поведение), $\xi_{\mathbf{k}} = 0$ (на поверхности Ферми). (в) То же самое, что и в случае (б), но для $\xi_{\mathbf{k}} > 0$, т.е. над поверхностью Ферми. В этом случае возникает характерная асимметрия спектральной плотности.

Если в системе возникает дальний порядок (например, типа SDW или CDW) в спектре элементарных возбуждений системы открывается (диэлектрическая) щель $W_{\mathbf{k}}$ (зависимость от \mathbf{k} подчеркивает возможность

¹³ Предположение о наличии плоских участков фактически не является принципиальным для рассматриваемой ниже модели, но значительно упрощает расчеты, которые, в принципе, можно всегда провести и в более реалистической модели "горячих" точек.

¹⁴ Данное предположение, строго говоря, также применимо только при достаточно высоких температурах.

¹⁵ Можно сказать, что мы вводим эффективную "константу" взаимодействия с флуктуациями вида $W_{\mathbf{p}} = W[\theta(p_x^0 - p_x)\theta(p_x^0 + p_x) + \theta(p_y^0 - p_y)\theta(p_y^0 + p_y)]$ (рис. 13б).

¹⁶ Аналогичная ситуация реализуется в расплавах металлов и полупроводников, где информация об утраченной кристаллической структуре сохраняется в так называемом структурном факторе и приводит к наличию в нем характерного максимума в импульсном пространстве. Эта величина является определяющей в теории электронной структуры жидких металлов и полупроводников по Займану и Эдвардсу [68]. Однако в трехмерных изотропных жидкостях усреднение по углам приводит, как правило, к сильному ослаблению псевдощелевых эффектов.

возникновения ненулевой щели только на некоторой части поверхности Ферми), и одноэлектронная функция Грина приобретает характерный вид функции Горькова [55, 56], в которую можно добавить затухание $\Gamma_{\mathbf{k}}$:

$$G(\omega, \mathbf{k}) = \frac{u_{\mathbf{k}}^2}{\omega - E_{\mathbf{k}} + i\Gamma_{\mathbf{k}}} + \frac{v_{\mathbf{k}}^2}{\omega + E_{\mathbf{k}} - i\Gamma_{\mathbf{k}}}, \quad (14)$$

где спектр возбуждений

$$E_{\mathbf{k}} = \sqrt{\xi_{\mathbf{k}}^2 + W_{\mathbf{k}}^2} \quad (15)$$

и введены коэффициенты Боголюбова:

$$u_{\mathbf{k}}^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\xi_{\mathbf{k}}}{E_{\mathbf{k}}} \right), \quad (16)$$

$$v_{\mathbf{k}}^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi_{\mathbf{k}}}{E_{\mathbf{k}}} \right). \quad (17)$$

Тогда спектральная плотность:

$$A(\omega, \mathbf{k}) = \frac{u_{\mathbf{k}}^2}{\pi} \frac{\Gamma_{\mathbf{k}}}{(\omega - E_{\mathbf{k}})^2 + \Gamma_{\mathbf{k}}^2} + \frac{v_{\mathbf{k}}^2}{\pi} \frac{\Gamma_{\mathbf{k}}}{(\omega + E_{\mathbf{k}})^2 + \Gamma_{\mathbf{k}}^2} + \dots, \quad (18)$$

где теперь возникает *два* пика, узких в меру малости $\Gamma_{\mathbf{k}}$ и соответствующих "боголюбовским" квазичастицам.

Пусть теперь дальний порядок SDW- или CDW-типа отсутствует, но есть сильное рассеяние на флуктуациях с соответствующими волновыми векторами (ср. (6), (10) или (11)). Тогда нетрудно представить себе, что в спектральной плотности, в той области импульсного пространства, где при наличии дальнего порядка открывается диэлектрическая щель, сохраняется "воспоминание" (или "предчувствие") о ней в виде характерной "двугорбой" структуры, как это показано качественно на рис. 14¹⁷. При этом ширина максимумов, естественно, должна определяться параметром типа v_F/ξ , т.е. обратным временем пролета электрона через область размером ξ , в которой эффективно сохраняется "диэлектрическое" упорядочение. Таким образом, полученная качественная картина вполне соответствует приведенным на рис. 12 данным ARPES. Ниже мы увидим, что последовательное рассмотрение приводит именно к таким результатам. Дальнейшее изложение будет посвящено обоснованию изложенной качественной схемы и выводу различных ее следствий.

3.2. Рекуррентная процедура для функций Грина

Рассматриваемая модель псевдощелевого состояния, фактически, является обобщением на двумерный случай модели псевдощели, предложенной много лет назад для флуктуационной области пайерлсовского (CDW) структурного перехода в одномерных системах¹⁸ [70–73]. В частности, в работах [71, 72] было получено точное решение задачи в пределе очень больших корреляционных длин флуктуаций ближнего порядка $\xi \rightarrow \infty$, а в [73] было проведено соответствующее обобщение на случай конечных ξ . Особенностью этих работ, по сравнению с [70], был учет всех диаграмм фейнмановского ряда

теории возмущений по взаимодействию с флуктуациями. Обобщение такого рассмотрения на двумерный случай было проведено в работах [14, 15] в модели "горячих" точек, а в модели "горячих" участков оно вообще достаточно тривиально ввиду отмеченной выше полной одномеризации задачи.

Вклад произвольной диаграммы для собственно-энергетической части одноэлектронной функции Грина N -го порядка по взаимодействию с флуктуациями (10) или (11) может быть приближенно представлен в следующем виде [15]:

$$\Sigma^{(N)}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = W^{2N} \prod_{j=1}^{2N-1} \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_j + in_j v_j \kappa}, \quad (19)$$

где для модели "горячих" точек $\xi_j = \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{Q}}$ и $v_j = |v_{\mathbf{p}+\mathbf{Q}}^x| + |v_{\mathbf{p}+\mathbf{Q}}^y|$ для нечетных j , $\xi_j = \xi_{\mathbf{p}}$ и $v_j = |v_{\mathbf{p}}^x| + |v_{\mathbf{p}}^y|$ для четных j . В модели "горячих" участков $\xi_j = (-1)^j \xi_{\mathbf{p}}$, $v_j = v_F$. В формуле (19) введена обратная корреляционная длина $\kappa = \xi^{-1}$, n_j — число линий взаимодействия, охватывающих j -ю функцию Грина в данной диаграмме, $\varepsilon_n = (2n+1)\pi T$ и, для определенности, $\varepsilon_n > 0$.

По сути дела, выражение (19) представляет собой достаточно удачный Ansatz, позволяющий рассчитать вклад диаграммы любого порядка. В этом случае любая диаграмма с пересечением линий взаимодействия оказывается равной некоторой диаграмме того же порядка без пересечения этих линий. Поэтому, фактически, мы можем рассматривать лишь диаграммы без пересечения линий взаимодействия, учитывая вклад диаграмм с пересечением с помощью дополнительных комбинаторных множителей в вершинах взаимодействия. Такой метод был впервые использован (для другой задачи) в работе Елютина [74] и был применен для одномерной модели псевдощелевого состояния в работе [73]. Выражение (19) не является точным [75], оно может быть оправдано в двумерном случае только для определенных топологий поверхности Ферми, таких, что проекции скоростей электрона в "горячих" точках, связанных вектором \mathbf{Q} , имеют одинаковый знак и, следовательно, $v_{\mathbf{p}}^x v_{\mathbf{p}+\mathbf{Q}}^x > 0$ и $v_{\mathbf{p}}^y v_{\mathbf{p}+\mathbf{Q}}^y > 0$ [15]. Это условие заведомо не выполняется в одномерном случае и для топологии поверхности Ферми, типичной для ВТСП-купратов, показанной на рис. 13а. Однако, как показано в [15], и в этих случаях использование (19) дает весьма удовлетворительное описание, воспроизводя известные точные пределы для $\xi \rightarrow \infty$ и $\xi \rightarrow 0$ ¹⁹.

В результате для одноэлектронной функции Грина возникает следующее рекуррентное соотношение (представление в виде цепной дроби [73]):

$$G^{-1}(\varepsilon_n, \xi_{\mathbf{p}}) = G_0^{-1}(\varepsilon_n, \xi_{\mathbf{p}}) - \Sigma_1(\varepsilon_n, \xi_{\mathbf{p}}), \quad (20)$$

$$\Sigma_k(\varepsilon_n, \xi_{\mathbf{p}}) = W^2 \frac{v(k)}{i\varepsilon_n - \xi_k + ikv_k \kappa - \Sigma_{k+1}(\varepsilon_n, \xi_{\mathbf{p}})}. \quad (21)$$

¹⁹ В самом неблагоприятном случае одномерной модели Ansatz (19) дает очень хорошее количественное приближение, например, для плотности состояний, что видно из прямого сравнения [76] результатов [73] для несоизмеримого случая с результатами точного численного моделирования рассматриваемой задачи, проведенного в работах [77, 78]. В соизмеримом случае (19) не описывает только дайсоновскую сингулярность плотности состояний в центре псевдощели [77, 78], заведомо отсутствующую в двумерном случае.

¹⁷ В дальнейшем, термин "нефермижидкостное поведение" будет употребляться только в этом, достаточно узком, смысле.

¹⁸ В работе [71] эта модель предлагалась для объяснения возникновения псевдощели в жидких полупроводниках.

Комбинаторный множитель:

$$v(k) = k \tag{22}$$

соответствует рассматриваемому случаю соизмеримых флуктуаций с $\mathbf{Q} = (\pm\pi/a, \pm\pi/a)$ [73]. Не составляет труда рассмотреть и случай несоизмеримых флуктуаций, когда \mathbf{Q} не "привязан" к периоду обратной решетки. В этом случае диаграммы, в которых линии взаимодействия охватывают нечетное число вершин, оказываются существенно меньше диаграмм, у которых линии взаимодействия охватывают четное число вершин. Поэтому можно учесть только эти последние диаграммы [71–73]. В этом случае рекуррентное соотношение (21) сохраняется, но комбинаторика диаграмм, а следовательно, и множители $v(k)$ изменяются [73]:

$$v(k) = \begin{cases} \frac{k+1}{2} & \text{при нечетных } k, \\ \frac{k}{2} & \text{при четных } k. \end{cases} \tag{23}$$

В работе [14] была учтена спиновая структура взаимодействия в рамках модели "почти антиферромагнитной" ферми-жидкости (спин-фермионная модель). Оказывается, что ее учет приводит к более сложной комбинаторике диаграмм в соизмеримом случае $\mathbf{Q} = (\pm\pi/a, \pm\pi/a)$. А именно, рассеяние с сохранением спина дает формально соизмеримую комбинаторику, тогда как рассеяние с переворотом спина описывается диаграммами несоизмеримого случая ("заряженного" случайного поля в терминологии [14]). В результате, рекуррентное соотношение для функции Грина, по-прежнему, имеет вид (21), но комбинаторный множитель $v(k)$ принимает вид [14]

$$v(k) = \begin{cases} \frac{k+2}{3} & \text{при нечетных } k, \\ \frac{k}{3} & \text{при четных } k. \end{cases} \tag{24}$$

3.3. Спектральная плотность и плотность состояний

Рекуррентные формулы (20), (21) очень удобны для проведения численных расчетов. В работах [14, 15] были проведены довольно подробные вычисления спектральных плотностей, характеристик ARPES и плотности состояний для различных вариантов модели "горячих" точек. В качестве типичного примера на рис. 15а приведены результаты [15] для спектральной плотности носителей в несоизмеримом случае. Видно, что спектральная плотность вблизи "горячей" точки имеет ожидавшийся нами нефермижидкостный вид и понятие квазичастиц ввести нельзя. Вдали от горячей точки спектральная плотность имеет острый пик, соответствующий хорошо определенным квазичастицам (ферми-жидкость). На рисунке 15б из работы [14] показано произведение функции распределения на спектральную плотность для различных точек на "перенормированной" поверхности Ферми, определяемой из уравнения $\epsilon_{\mathbf{k}} - \text{Re} \Sigma(\omega = 0, \mathbf{k}) = 0$, где "затравочный" спектр $\epsilon_{\mathbf{k}}$ брался в виде (3) с $t = -0,25$ эВ, $t' = -0,35t$ при концентрации дырок $n_h = 0,16$, константе связи в (6) $g = 0,8$ эВ и корреляционной длине $\xi = 3a$ (соизмеримый случай, спин-фермионная модель). Видно полное качественное соответствие с обсуждавши-

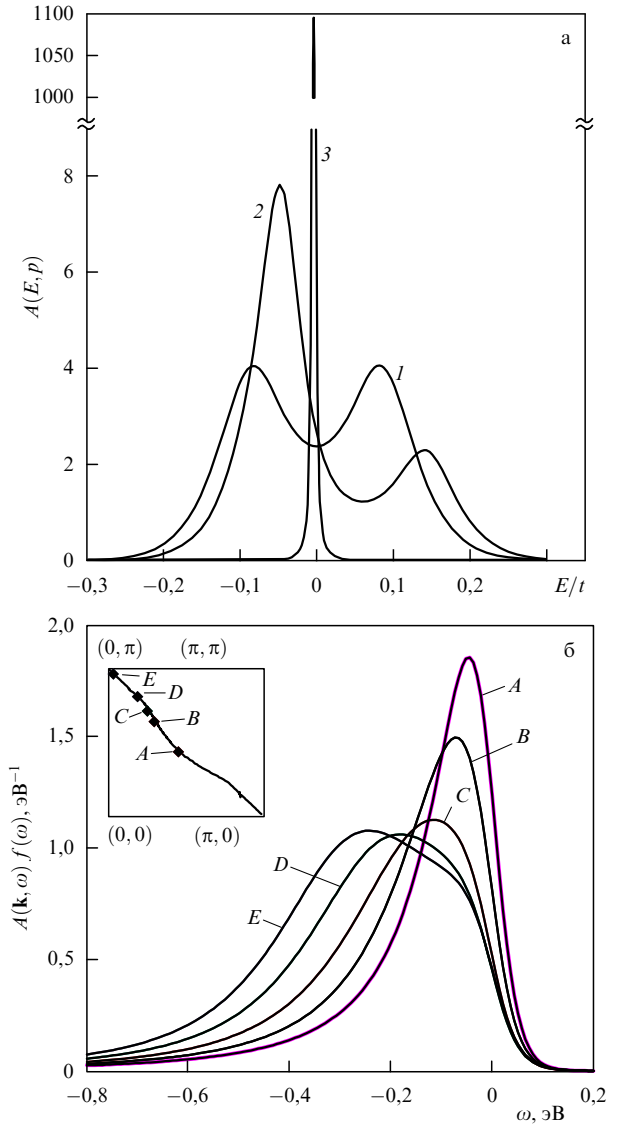


Рис. 15. (а) Спектральная плотность в модели "горячих" точек, случай несоизмеримых флуктуаций, $\kappa a = 0,01$ [15]: в "горячей" точке $p_x a/\pi = 0,142$, $p_y a/\pi = 0,587$ (1); вблизи "горячей" точки при $p_x a/\pi = 0,145$, $p_y a/\pi = 0,843$ (2); вдали от "горячей" точки при $p_x a/\pi = p_y a/\pi = 0,375$ (3). (б) Произведение спектральной плотности на фермиевскую функцию распределения в различных точках поверхности Ферми, показанных на вставке. Спин-фермионная модель, корреляционная длина $\xi = 3a$ [14].

мися выше данными ARPES и качественно различное поведение вблизи и вдали от "горячей" точки. Наконец, на рис. 16 из [14] показаны рассчитанные в рамках спин-фермионной модели со взаимодействием (6) (статический предел) положения максимума $A(\omega, \mathbf{k})$ для двух разных концентраций дырок и соответствующие экспериментальные данные работы [79] по ARPES в системе $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_{1-x}\text{Dy}_x\text{Cu}_2\text{O}_{8+\delta}$. Дело здесь в том, что положения максимума спектральной плотности в плоскости (ω, \mathbf{k}) , определяемые из ARPES, в идеальной системе типа ферми-жидкости, фактически определяют закон дисперсии соответствующих квазичастиц (рис. 14а). Для передозированной системы принимались значения $n_h = 0,22$ и $\xi = a$. Полученные результаты демонстрируют достаточно хорошо определенные ветви спектра как в направлении диагонали зоны Бриллюэна, так и в

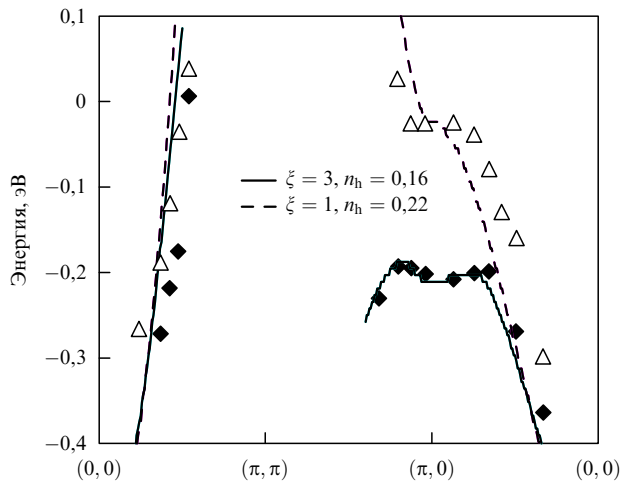


Рис. 16. Положение максимума спектральной плотности в зависимости от корреляционной длины ξ и концентрации дырок, рассчитанное для обсуждаемого варианта спин-фермионной модели [14] в сравнении с данными ARPES [79] для $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_{1-x}\text{Dy}_x\text{Cu}_2\text{O}_{8+\delta}$ с $x = 1$ (треугольники) и $x = 0,175$ (ромбики).

направлении $(0,0) - (\pi,0)$. Для недодопированной системы принимались значения $n_h = 0,16$ и $\xi = 3a$. При этом в направлении диагонали по-прежнему видно пересечение спектра с уровнем Ферми, тогда как вблизи "горячих" точек в окрестности $(\pi,0)$ размытый максимум спектральной плотности остается примерно на 200 мэВ ниже уровня Ферми (псевдощель). В целом соответствие теоретической модели и эксперимента является вполне удовлетворительным.

Перейдем к рассмотрению одноэлектронной плотности состояний

$$N(E) = \sum_{\mathbf{p}} A(E, \mathbf{p}) = -\frac{1}{\pi} \sum_{\mathbf{p}} \text{Im} G^R(E, \mathbf{p}), \quad (25)$$

которая определяется интегралом от спектральной плотности $A(E, \mathbf{p})$ по всей зоне Бриллюэна. Подробные расчеты плотности состояний в модели "горячих" точек были проведены в [15]. Для достаточно типичного значения $t'/t = -0,4$ в плотности состояний наблюдается небольшой провал (псевдощель). Это понижение плотности состояний довольно слабо зависит от величины корреляционной длины ξ . В то же время, например, для $t'/t = -0,6$ (что нехарактерно для ВТСП-купратов) "горячие" точки на поверхности Ферми имеются, но псевдощель в плотности состояний практически не видна. Заметно лишь замытие особенности Ван-Хова, существующей в отсутствие рассеяния на флуктуациях.

В модели "горячих" участков использование (20) и (21) приводит к спектральной плотности, имеющей на этих участках вид, качественно вполне аналогичный показанному на рис. 15а [81, 82]. На "холодных" участках поверхности Ферми спектральная плотность сводится к δ -функции, типичной для ферми-жидкости (ср. рис. 14а). Плотность состояний представляется в виде:

$$\begin{aligned} N(E) &= -\frac{1}{\pi} N_0(0) \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_{\mathbf{p}} \text{Im} G^R(E, \xi_{\mathbf{p}}) = \\ &= \frac{4\alpha}{\pi} N_W(E) + \left(1 - \frac{4\alpha}{\pi}\right) N_0(0), \end{aligned} \quad (26)$$

где $N_0(0)$ — плотность состояний свободных электронов на уровне Ферми, а $N_W(E)$ — плотность состояний одномерной задачи (квадратная поверхность Ферми), найденная ранее в работах [71–73].

Приведем более детальные результаты для достаточно искусственного предела очень больших корреляционных длин флуктуаций $\xi \rightarrow \infty$. В этом случае удается легко просуммировать весь ряд теории возмущений для электрона, рассеивающегося на таких флуктуациях [71, 72] и получить точное аналитическое решение для одноэлектронной функции Грина в виде [63]

$$G(\varepsilon_n, p) = \int_0^{\infty} dD \mathcal{P}(D) \frac{i\varepsilon_n + \xi_p}{(i\varepsilon_n)^2 - \xi_p^2 - D(\phi)^2}, \quad (27)$$

где $D(\phi)$ определяется при $0 \leq \phi \leq \pi/2$ как:

$$D(\phi) = \begin{cases} D, & 0 \leq \phi \leq \alpha, \\ \frac{\pi}{2} - \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} - \alpha. \end{cases} \quad (28)$$

Для остальных значений ϕ величина $D(\phi)$ определяется очевидным образом аналогично (28) из соображений симметрии.

Амплитуда диэлектрической щели D является случайной величиной, распределенной по Рэлею [73] (ее фаза также случайна и распределена однородно на интервале $(0, 2\pi)$):

$$\mathcal{P}(D) = \frac{2D}{W^2} \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right). \quad (29)$$

Таким образом, на "горячих" участках функция Грина имеет вид "нормальной" функции Горькова, усредненной по однородным в пространстве флуктуациям диэлектрической щели D , распределенной согласно (29). "Аномальная" функция Горькова при этом равна нулю из-за случайности фаз диэлектрической щели D , что соответствует отсутствию дальнего порядка в системе²⁰.

Для конечных корреляционных длин ξ амплитуда нашего одномерного "периодического" случайного поля остается примерно постоянной на длине порядка ξ , а величины ее в разных областях размером $\sim \xi$ случайны. Переход от одной области с примерно периодическим полем к другой также происходит на длинах порядка ξ . Электрон эффективно рассеивается только при переходе из одной такой области в другую, что происходит за характерное время $\sim \xi/v_F$ и приводит к затуханию $\sim v_F/\xi$. Интересные данные по моделированию случайного поля, в котором движется электрон в одномерном варианте рассматриваемой модели, приведены в работе [75].

За пределами "горячих" участков (второе неравенство в (28)) функция Грина (27) просто совпадает с функцией Грина свободных электронов.

Плотность состояний, соответствующая (27), имеет вид (26), где

$$\begin{aligned} \frac{N_W(E)}{N_0(0)} &= \left| \frac{E}{W} \right| \int_0^{E^2/W^2} d\zeta \frac{\exp(-\zeta)}{\sqrt{E^2/W^2 - \zeta}} = \\ &= 2 \left| \frac{E}{W} \right| \exp\left(-\frac{E^2}{W^2}\right) \text{Erfi}\left(\frac{E}{W}\right). \end{aligned} \quad (30)$$

²⁰ Заметим, что парные средние аномальных функций отличны от нуля и дают вклад в соответствующее точное решение для двухчастичной функции Грина [71, 72].

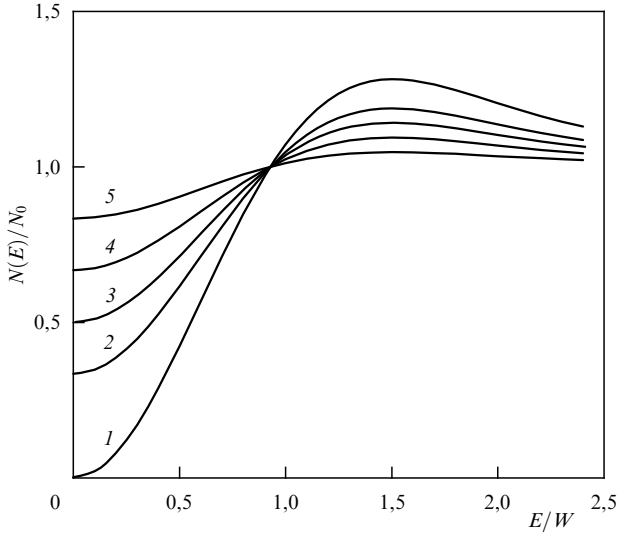


Рис. 17. Плотность электронных состояний для "горячих" участков различных размеров [63]: $\alpha = \pi/4$ (1); $\alpha = \pi/6$ (2); $\alpha = \pi/8$ (3); $\alpha = \pi/24$ (4); $\alpha = \pi/24$ (5).

Здесь $\text{Erfi}(x)$ — интеграл вероятностей от мнимого аргумента.

На рисунке 17 приведены графики плотности состояний в нашей модели для различных значений параметра α , т.е. для "горячих" участков различных размеров. Видно, что псевдощель в плотности состояний достаточно быстро "замывается" с уменьшением "горячих" участков и в общем случае не является ярко выраженной. В известном смысле эффект уменьшения α аналогичен эффекту уменьшения корреляционной длины флуктуаций ξ [73], так что использованное выше приближение $\xi \rightarrow \infty$, возможно, не является сильным ограничением области применимости данной модели. Учет конечности ξ легко провести с использованием (20) и (21), что приводит к дополнительному подавлению псевдощели по мере уменьшения ξ . Отметим общее качественное согласие формы псевдощели в плотности состояний модели "горячих" участков с наблюдаемой в туннельных экспериментах, что видно из сравнения с рис. 4.

3.4. Двухчастичная функция Грина и оптическая проводимость

Замечательной особенностью рассматриваемых моделей является возможность достаточно последовательного расчета двухчастичной функции Грина электрона в поле случайных флуктуаций ближнего порядка [80, 81] (см. также [14]), учитывающего *все* диаграммы фейнмановского ряда теории возмущений. Поскольку расчеты в модели "горячих" точек сопряжены с серьезными вычислительными трудностями, связанными с использованием "реалистического" спектра носителей тока (3), мы ограничимся упрощенным анализом модели "горячих" участков [83].

На "холодных" участках поверхности Ферми предполагаем существование слабого статического рассеяния произвольной природы, частоту которого будем описывать феноменологическим параметром γ , считая, что всегда $\gamma \ll W$, так, что на "горячих" участках этим рассеянием можно просто пренебречь. Соответственно, на "холодных" участках электронный спектр описы-

вается обычными выражениями для функций Грина в системе со слабым рассеянием.

Рассмотрим сначала предел $\xi \rightarrow \infty$, когда одноэлектронная функция Грина имеет вид (27), а двухчастичная функция Грина также находится точно методами работ [71, 72].

Проводимость в данной модели всегда складывается из аддитивных вкладов "горячих" и "холодных" участков, аналогично (26). В частности, для ее действительной части при $\xi \rightarrow \infty$ имеем:

$$\text{Re } \sigma(\omega) = \frac{4\alpha}{\pi} \text{Re } \sigma_W(\omega) + \left(1 - \frac{4\alpha}{\pi}\right) \text{Re } \sigma_D(\omega), \quad (31)$$

где, с учетом результатов работ [71, 72],

$$\text{Re } \sigma_W(\omega) = \frac{\omega_{\text{pl}}^2}{4} \frac{W}{\omega^2} \int_0^{\omega^2/4W^2} d\zeta \exp(-\zeta) \frac{\zeta}{\sqrt{\omega^2/4W^2 - \zeta}}. \quad (32)$$

Здесь ω_{pl} — плазменная частота, а

$$\text{Re } \sigma_D(\omega) = \frac{\omega_{\text{pl}}^2}{4\pi} \frac{\gamma}{\omega^2 + \gamma^2} \quad (33)$$

— обычная друдевская часть проводимости от "холодных" участков.

Даже в этом простейшем приближении зависимость $\text{Re } \sigma$ от ω весьма напоминает экспериментальные данные [29, 30, 84, 85] и характеризуется узким друдевским пиком на малых частотах и плавным максимумом поглощения через псевдощель при $\omega \sim 2W$. По мере роста частоты рассеяния γ на "холодных" участках характерный друдевский пик в области малых частот подавляется.

Более реалистичный случай конечной корреляционной длины флуктуаций ближнего "антиферромагнитного" порядка ξ в (11) можно проанализировать, используя (20), (21). Вершинная часть $J^{\text{RA}}(\epsilon, \xi_{\mathbf{p}}; \epsilon + \omega, \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}})$, определяющая функцию отклика плотности — плотность (двухчастичную функцию Грина) на "горячих" участках, находится из следующей рекуррентной процедуры (подробности см. в [80, 81], а также в [14]), учитывающей все диаграммы по взаимодействию с флуктуациями:

$$\begin{aligned} J_{k-1}^{\text{RA}}(\epsilon, \xi_{\mathbf{p}}; \epsilon + \omega, \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}) &= e + W^2 v(k) G_k^{\text{A}}(\epsilon, \xi_{\mathbf{p}}) \times \\ &\times G_k^{\text{R}}(\epsilon + \omega, \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}) J_k^{\text{RA}}(\epsilon, \xi_{\mathbf{p}}; \epsilon + \omega, \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}) \times \\ &\times \left(1 + 2iv_{\text{F}} \zeta k \left\{ \omega - (-1)^k v_{\text{F}} q + v(k+1) W^2 \times \right. \right. \\ &\left. \left. \times [G_{k+1}^{\text{A}}(\epsilon, \xi_{\mathbf{p}}) - G_{k+1}^{\text{R}}(\epsilon + \omega, \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}})] \right\}^{-1} \right). \quad (34) \end{aligned}$$

Здесь e — заряд электрона, индекс R(A) обозначает запаздывающую (опережающую) функцию Грина, а интересующая нас вершина определяется нулевым уровнем $k=0$ данной рекуррентной процедуры. Вклад в проводимость от "горячих" участков $\text{Re } \sigma_W(\omega)$ в (31) теперь вычисляется как в [80, 81], тогда как $\text{Re } \sigma_D(\omega)$ по-прежнему определяется выражением (33).

Типичные результаты вычислений приведены на рис. 18 для случая несоизмеримых флуктуаций. Учет комбинаторики спин-фермионной модели приводит к незначительным количественным изменениям. Общая качественная картина сохраняется и в соизмеримом

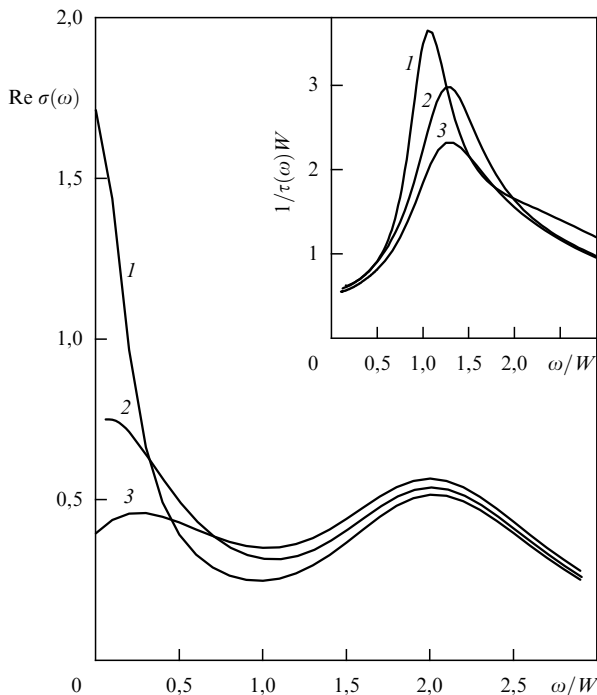


Рис. 18. Действительная часть проводимости как функция частоты внешнего поля при фиксированном значении корреляционной длины $v_{F\xi} = 0,5W$ и различных значениях γ ; проводимость дана в единицах $\omega_{pl}^2/4\pi W$: $\gamma/W = 0,2$ (1); $\gamma/W = 0,5$ (2); $\gamma/W = 1,0$ (3). Размер "горячих" участков $\alpha = \pi/6$ [83]. На вставке: рассчитанная обобщенная частота рассеяния $1/\tau$ (в единицах W) как функция частоты внешнего поля при фиксированном $\gamma = 0,2W$ и различных значениях корреляционной длины: $v_{F\xi} = 0,1$ (1); $v_{F\xi} = 0,5$ (2); $v_{F\xi} = 1,0$ (3) [86].

случае [83]. Проводимость всегда характеризуется наличием достаточно узкого друдевского пика в области малых частот $\omega < \gamma$, происходящего от "холодных" участков на поверхности Ферми, и пологого максимума в области частот $\omega \sim 2W$, соответствующего поглощению через псевдощель, открывающуюся на "горячих" участках. Друдевский пик быстро размывается при росте γ . Зависимость от корреляционной длины флуктуаций $\xi = \kappa^{-1}$ в наиболее интересной области параметров является достаточно слабой. Полученная качественная картина весьма напоминает экспериментальные данные на широком наборе ВТСП-систем [29, 30, 84, 85], типичный пример которых был приведен на рис. 7. В рассматриваемой модели можно рассчитать не только действительную, но и мнимую часть проводимости и, соответственно, параметры обобщенной модели Друде (1), (2) [86]. Рассчитанное $1/\tau(\omega)$ показано на вставке на рис. 18 и демонстрирует псевдощелевое поведение в области частот $\omega < W$, вполне аналогичное показанному на рис. 7б²¹. Возникающий при этом "провал" в $1/\tau(\omega)$ в области частот $\omega < W$ непосредственно отражает, таким образом, наличие псевдощели в электронном спектре. По-видимому, не представляет труда провести и количественную подгонку под эксперименталь-

²¹ При $\omega > W$ линейный рост $1/\tau(\omega)$ с частотой не воспроизводится, но для его учета в наших выражениях можно использовать феноменологическую подстановку типа $\gamma(\omega) = \gamma_0 + a\omega$, в духе теории маргинальной ферми-жидкости. Смысл такой подстановки состоит, конечно, в некотором "учете" процессов неупругого рассеяния, которые вообще не учитываются в нашей модели.

ные данные, используя известные значения $\omega_{pl} \sim 1,5-2,5$ эВ и $2W \sim 0,1$ эВ, а также экспериментально определяемые из ширины друдевского пика значения γ , и варьируя свободные параметры α (размер "горячих" участков) и ξ (для последней величины можно воспользоваться известными оценками из других экспериментов [14]).

4. Сверхпроводимость в псевдощелевом состоянии

4.1. Уравнения Горькова

Единая точка зрения на механизм куперовского спаривания в ВТСП-купратах в настоящее время отсутствует. Достаточно твердо установленным можно считать только факт анизотропного спаривания и d-волновой симметрии куперовских пар [45–47], хотя даже в этом вопросе имеются альтернативные точки зрения. По-видимому, большинство исследователей склоняется сейчас к тому или иному варианту спаривания за счет обмена спиновыми (антиферромагнитными) флуктуациями. Недавний обзор соответствующих попыток можно найти в [46]. Типичным примером теорий такого рода является модель "почти антиферромагнитной" ферми-жидкости (спин-фермионная модель), интенсивно развиваемая в работах Пайнса с сотрудниками [58, 59]. В основе этой модели лежит предположение о взаимодействии электронов со спиновыми флуктуациями, форма которого (6), как уже отмечалось выше, определялась из подгонки данных по ЯМР [60]. Этот подход продолжает интенсивно развиваться (из совсем недавних работ в этом направлении отметим [87–89]), причем имеются довольно убедительные экспериментальные факты, свидетельствующие в пользу данного механизма ВТСП [46, 90]. В то же время взаимодействие (6) может быть ответственно, как мы видели, и за формирование "диэлектрической" псевдощели при достаточно высоких температурах. К сожалению, пока что отсутствуют работы, в которых было бы проведено последовательное совместное рассмотрение куперовского спаривания и формирования псевдощели в рамках спин-фермионной модели.

С другой стороны, перефразируя цитируемое в [91] высказывание Ландау по поводу кулоновского взаимодействия в металлах, можно заметить, что и электрон-фононное взаимодействие тоже еще "никто не отменял", в частности, в качестве возможного микроскопического механизма спаривания в ВТСП. Обзор соответствующих расчетов с достаточно впечатляющими результатами можно найти в [91, 92] и в более раннем обзоре [93]. Пожалуй, основной трудностью для моделей спаривания на основе электрон-фононного взаимодействия в ВТСП-купратах остается упомянутый выше факт d-волновой симметрии куперовских пар. Вместе с тем, существуют достаточно интересные попытки объяснения анизотропного спаривания на основе электрон-фононного взаимодействия [91, 92], так же как и серьезные сомнения в эффективности спин-флуктуационного механизма [91].

Автор настоящего обзора не склонен вставать на ту или иную из обсуждаемых позиций, склоняясь к тому, что эти (или аналогичные [94]), достаточно традиционные механизмы, по-видимому, и играют определяющую роль в микроскопике ВТСП. Во всяком случае, в даль-

нейшем мы не будем вообще обсуждать другие, более радикальные подходы, типа развиваемой в разных вариантах и на протяжении многих лет модели латтинджерской жидкости [95] ввиду отсутствия здесь скольконбудь устоявшихся результатов и выводов.

Рассмотренная выше существенная перестройка электронного спектра (псевдощель) неизбежно оказывает сильное влияние на свойства системы в сверхпроводящем состоянии. В рассмотренном выше подходе, основанном на сценарии формирования псевдощели за счет флуктуаций ближнего порядка "диэлектрического" (AFM, SDW или CDW) типа, речь идет именно о влиянии псевдощели на сверхпроводимость. В такой постановке задачи рассмотрение может быть проведено и без детальной конкретизации механизма спаривания, как это делается, например, при анализе влияния на сверхпроводимость таких факторов, как структурное разупорядочение, примеси и т.п. С физической точки зрения, наименее оправданным в дальнейшем рассмотрении является использованное выше предположение о статическом характере флуктуаций ближнего порядка, поскольку их динамика (скажем, в рамках модели (6)) может играть определяющую роль при низких температурах (в сверхпроводящей фазе), отвечая, возможно, и за сам механизм куперовского спаривания. Мы сознательно идем на соответствующие упрощения, поскольку полное решение задачи в динамической модели представляется пока невозможным. Кроме того, весь дальнейший анализ будет основан на рассмотренной в разделе 3.1 упрощенной модели "горячих" участков²². Для полноты параллельно рассматривается спаривание *s*- и *d*-типа.

В силу изложенного, не конкретизируя микроскопический механизм, примем для спаривательного взаимодействия простейшую модель типа БКШ, полагая, что куперовское спаривание обусловлено "потенциалом" притяжения, следующего простейшего вида:

$$V_{sc}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = V(\phi, \phi') = -Ve(\phi)e(\phi'), \quad (35)$$

где ϕ — полярный угол, определяющий направление электронного импульса \mathbf{p} в плоскости, а для $e(\phi)$ запишем простейшую модельную зависимость:

$$e(\phi) = \begin{cases} 1 & (\text{s-спаривание}), \\ \sqrt{2} \cos 2\phi & (\text{d-спаривание}). \end{cases} \quad (36)$$

Константа притяжения V , как обычно, считается отличной от нуля в некотором слое шириной $2\omega_c$ в окрестности уровня Ферми (ω_c — характерная частота квантов, обеспечивающая притяжение электронов). Модельное взаимодействие типа (35) с успехом использовалось, например, в работах [96, 97] при анализе влияния примесей на анизотропное куперовское спаривание.

В этом случае сверхпроводящая щель имеет вид:

$$\Delta(\mathbf{p}) \equiv \Delta(\phi) = \Delta e(\phi). \quad (37)$$

В дальнейшем, чтобы не загромождать формулы, под щелью Δ будем понимать именно $\Delta(\phi)$, явно выписывая угловую зависимость только там, где это необходимо.

²² Данное упрощение не является принципиальным. Точно такой же анализ можно провести и в модели "горячих" точек, однако это сопряжено с гораздо более громоздкими расчетами.

В сверхпроводящем состоянии теория возмущений по взаимодействию с AFM флуктуациями (11) должна строиться на "свободных" нормальных и аномальных функциях Грина сверхпроводника:

$$G_{00}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = -\frac{i\varepsilon_n + \xi_{\mathbf{p}}}{\varepsilon_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2 + |\Delta|^2},$$

$$F_{00}^+(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{\Delta^*}{\varepsilon_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2 + |\Delta|^2}. \quad (38)$$

При этом можно сформулировать прямой аналог приближения (19) и в сверхпроводящем состоянии [98]. Вклад произвольной диаграммы N -го порядка по взаимодействию (10) в полную нормальную или аномальную функцию Грина имеет вид произведения $N + 1$ "свободных" нормальных G_{0k_j} и аномальных $F_{0k_j}^+$ функций Грина с определенным образом перенормированными частотами и щелями. Здесь k_j — число линий взаимодействия, охватывающих данную j -ю (от начала диаграммы) электронную линию. Как и в нормальной фазе, вклад любой диаграммы определяется набором целых чисел k_j , а каждая диаграмма с пересечением линий взаимодействия оказывается равной некоторой диаграмме того же порядка без пересечения этих линий. Поэтому мы снова можем рассматривать лишь диаграммы без пересечения линий взаимодействия, учитывая вклад остальных диаграмм теми же комбинаторными множителями $v(k)$, приписываемыми линиям взаимодействия, что и в нормальной фазе. В результате получаем аналог уравнений Горькова [69]. Соответственно возникает два связанных рекуррентных уравнения для нормальных и аномальных функций Грина:

$$G_k = G_{0k} + G_{0k}\tilde{G}G_k - G_{0k}\tilde{F}F_k^+ - F_{0k}\tilde{G}^*F_k^+ - F_{0k}\tilde{F}^+G_k,$$

$$F_k^+ = F_{0k}^+ + F_{0k}^+\tilde{G}G_k - F_{0k}^+\tilde{F}F_k^+ + G_{0k}^*\tilde{G}^*F_k^+ + G_{0k}^*\tilde{F}^+G_k, \quad (39)$$

где

$$\tilde{G} = W^2v(k+1)G_{k+1}, \quad \tilde{F}^+ = W^2v(k+1)F_{k+1}^+, \quad (40)$$

$$G_{0k}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = -\frac{i\varepsilon_n + (-1)^k \xi_{\mathbf{p}}}{\tilde{\varepsilon}_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2 + |\tilde{\Delta}|^2}, \quad F_{0k}^+(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{\tilde{\Delta}^*}{\tilde{\varepsilon}_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2 + |\tilde{\Delta}|^2} \quad (41)$$

и введены упомянутые выше перенормированные частота $\tilde{\varepsilon}$ и щель $\tilde{\Delta}$:

$$\tilde{\varepsilon}_n = \eta_k \varepsilon_n, \quad \tilde{\Delta} = \eta_k \Delta, \quad \eta_k = 1 + \frac{kv_{F\kappa}}{\sqrt{\varepsilon_n^2 + |\Delta|^2}}, \quad (42)$$

вполне аналогичные тем, которые возникают при рассмотрении сверхпроводников с примесями [69].

Интересующие нас нормальная и аномальная функции Грина сверхпроводника определяются из (39) при $k = 0$ и представляют собой полностью просуммированный ряд теории возмущений по взаимодействию электрона в сверхпроводнике с флуктуациями AFM ближнего порядка.

Фактически мы рассматриваем горьковские функции Грина, усредненные по ансамблю случайных (гауссовых) флуктуаций ближнего порядка, аналогично тому, как это

делается в задаче о влиянии примесей на сверхпроводимость [69]. При этом предполагается самоусредняемость сверхпроводящего параметра порядка (энергетической щели) Δ по этим флуктуациям, что позволяет усреднять ее независимо от электронных функций Грина в диаграммном ряду. Обычная аргументация в пользу возможности такого независимого усреднения состоит в следующем [99–101]: величина Δ изменяется на характерных масштабах порядка длины когерентности $\xi_0 \sim v_F/\Delta$ теории БКШ, тогда как функции Грина быстро меняются на значительно меньших масштабах порядка межатомных расстояний. Естественно, что последнее предположение становится неверным, если в электронной подсистеме появляется новая характерная длина $\xi \rightarrow \infty$. Вместе с тем, в условиях, когда AFM корреляционная длина $\xi \ll \xi_0$ (т.е. когда AFM флуктуации коррелируют на расстояниях меньше характерного размера куперовских пар), предположение о самоусредняемости Δ должно сохраняться, нарушаясь только в области $\xi > \xi_0$. В результате мы можем использовать стандартный подход теории неупорядоченных сверхпроводников (среднеполювое приближение в терминологии работы [102]). Возможное проявление эффектов несамоусредняемости Δ [102] будет рассмотрено позже. Заметим, что в реальных ВТСП-купратах, по-видимому, всегда $\xi \sim \xi_0$, так что они попадают в область параметров, наиболее сложную для теории.

4.2. Критическая температура и температурная зависимость щели

Энергетическая щель сверхпроводника определяется уравнением

$$\Delta(\mathbf{p}) = -T \sum_{\mathbf{p}'} \sum_{\varepsilon_n} V_{sc}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') F(\varepsilon_n, \mathbf{p}'). \quad (43)$$

На плоских участках поверхности Ферми аномальная функция Грина определяется с помощью рекуррентной процедуры (39). На остальной ("холодной") части поверхности Ферми рассеяние на AFM флуктуациях в нашей модели отсутствует, и аномальная функция Грина имеет вид (38). Результаты расчетов температурных зависимостей энергетической щели при различных значениях корреляционной длины флуктуаций ближнего порядка ξ можно найти в [98]. Эти зависимости имеют достаточно традиционный вид.

Уравнение для температуры сверхпроводящего перехода T_c немедленно следует из (43) при $\Delta \rightarrow 0$. Рассчитанные в [98] зависимости T_c от ширины псевдощели W и корреляционной длины (параметра $\kappa = \xi^{-1}$) приведены на рис. 19, где T_{c0} — температура перехода в отсутствие псевдощели. В этих расчетах принималось достаточно произвольное значение $\alpha = \pi/6$, близкое к экспериментальным данным работы [34].

Общий качественный вывод состоит в том, что псевдощель подавляет сверхпроводимость за счет частичной "диэлектризации" электронного спектра на "горячих" участках поверхности Ферми. Эффект подавления максимален при $\kappa = 0$ (бесконечная корреляционная длина AFM флуктуаций) [63, 102] и уменьшается с уменьшением корреляционной длины, что вполне соответствует экспериментальной фазовой диаграмме ВТСП-систем. Как уже отмечалось, параметры рассматриваемой модели являются феноменологическими. Так,

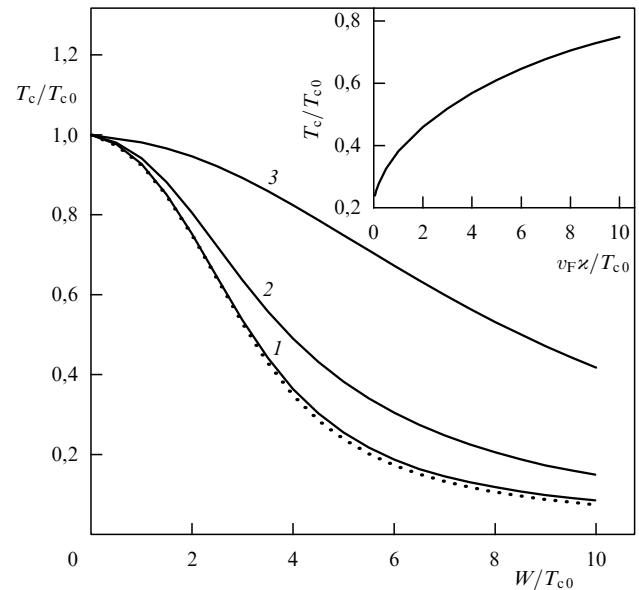


Рис. 19. Зависимость температуры сверхпроводящего перехода от ширины псевдощели W и корреляционной длины AFM флуктуаций (параметра $\kappa = \xi^{-1}$): $v_F \kappa / W = 0,1$ (1); $v_F \kappa / W = 1,0$ (2); $v_F \kappa / W = 10,0$ (3). Пунктир — $\kappa = 0$ [63]. На вставке: зависимость T_c от κ при $W/T_{c0} = 5$ [98].

эффективная ширина псевдощели $2W$ может быть, по-видимому, отождествлена с параметром E_g , экспериментальные данные о величине которого в зависимости от степени легирования приведены на рис. 6 для системы YBCO. Данные о величине корреляционной длины ξ и ее температурной и концентрационной зависимости весьма неполны. Косвенным образом соответствующая информация извлекается из ЯМР-экспериментов [14, 60]. Прямые данные экспериментов по нейтронному рассеянию достаточно неопределенны. Тем не менее в качестве примера упомянем результаты работы [103], где приведена сводка данных по ширине пика нейтронного рассеяния на векторе $(\pi/a, \pi/a)$ в системе YBCO с различным содержанием кислорода. Обратную ширину этого пика естественно отождествить с величиной ξ . В работе [103] установлена интересная корреляция температуры сверхпроводящего перехода и определенной таким образом величины ξ^{-1} , показанная на рис. 20. Очевидно, что эта зависимость находится в прямом соответствии с зависимостью T_c от $\kappa = \xi^{-1}$, показанной на вставке на рис. 19. Количественная подгонка этих данных под рассчитанные выше зависимости, следующие из рассматриваемой простой модели псевдощелевого состояния, конечно, возможна, но при этом нужно учитывать достаточно неопределенную информацию о концентрационной зависимости параметра W . В частности, не очень ясно, имеет ли прямой физический смысл обращение величины $E_g \sim W$ в нуль при некоторой "критической" концентрации носителей, как это показано на рис. 6. Влияние псевдощели может исчезать и при соответствующем уменьшении корреляционной длины ξ , которое приводит не к "закрытию", а к "заполнению" псевдощели в плотности состояний. Если же принять данные рис. 6 по ширине псевдощели [6], то наш параметр $2W$ меняется от величины порядка 700 К при концентрации дырок $p = 0,05$ до величины порядка $T_c \sim 100$ К вблизи опти-

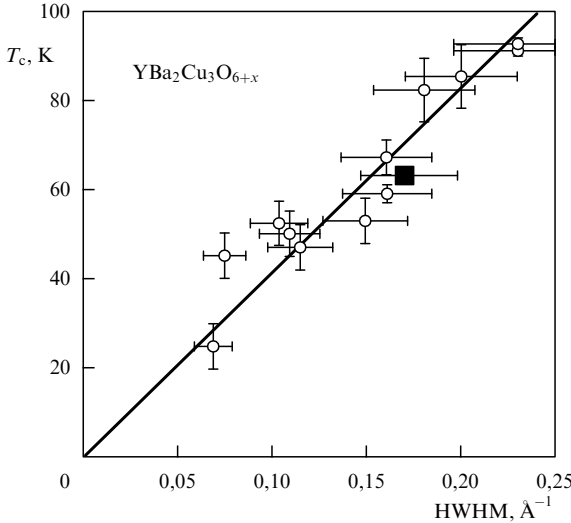


Рис. 20. Температура сверхпроводящего перехода T_c в зависимости от ширины пика нейтронного рассеяния при $\mathbf{q} = (\pi/a, \pi/a)$, отождествляемой с обратной корреляционной длиной флуктуаций ближнего порядка [103].

мальной концентрации $p = 0,17$, обращаясь в нуль при $p = 0,19$. Основываясь на микроскопическом выражении (9) для параметра W , следующем из теории "почти антиферромагнитной" ферми-жидкости, такое концентрационное поведение может быть связано с соответствующей зависимостью локального спина $\langle \mathbf{S}_i^2 \rangle$ на ионе Cu. Прямые данные такого рода автору не известны, но можно отметить работу [104], в которой обращение в нуль эффективного взаимодействия с антиферромагнитными спиновыми флуктуациями при $p = 0,19$ было продемонстрировано из некоторой обработки экспериментальных данных по времени релаксации ЯМР.

Подчеркнем еще раз, что приведенные выше теоретические результаты справедливы в предположении самосредневаемости сверхпроводящего параметра порядка (щели) по AFM флуктуациям (среднеполевое приближение [102]), что верно при не слишком больших значениях корреляционной длины $\xi < \xi_0$, где ξ_0 — длина когерентности сверхпроводника (размер куперовских пар при $T = 0$). При $\xi \gg \xi_0$, как мы еще увидим, возникают существенные эффекты несамосредневаемости, проявляющиеся в возникновении характерных "хвостов" температурной зависимости усредненной щели в области $T_c < T < T_{c0}$ [102].

4.3. Куперовская неустойчивость

Хорошо известно, что критическая температура может быть определена и другим способом, а именно из уравнения для куперовской неустойчивости нормальной фазы:

$$1 - V\chi(0, 0) = 0, \quad (44)$$

где $\chi(0, 0)$ — обобщенная куперовская восприимчивость

$$\chi(\mathbf{q}, 0; T) = -T \sum_{\varepsilon_n} \sum_{\mathbf{p}} G(\varepsilon_n, \mathbf{p} + \mathbf{q}) G(-\varepsilon_n, \mathbf{p}) \times \\ \times e^2(\phi) \Gamma(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}). \quad (45)$$

При этом возникает задача вычисления "треугольной" вершинной части $\Gamma(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q})$, учитывающей взаимодействие с AFM флуктуациями. Для одномерного аналога нашей задачи (и для действительных частот, $T = 0$) соответствующая рекуррентная процедура была сформулирована в работах [80]. Для рассматриваемой здесь двумерной модели на этой основе были проведены обсуждавшиеся выше расчеты оптической проводимости [83]. Данная процедура достаточно легко обобщается на случай мацубаровских частот [98]. Ниже для определенности считаем $\varepsilon_n > 0$. Тогда, аналогично (34), имеем:

$$\Gamma_{k-1}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}) = 1 + W^2 v(k) G_k \bar{G}_k \times \\ \times \left[1 + \frac{2ikv_F \kappa}{2i\varepsilon_n - (-1)^k v_F q - W^2 v(k+1)(G_{k+1} - \bar{G}_{k+1})} \right] \times \\ \times \Gamma_k(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}), \\ \Gamma(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}) \equiv \Gamma_0(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}), \quad (46)$$

где $G_k = G_k(\varepsilon_n, \mathbf{p} + \mathbf{q})$ и $\bar{G}_k = G_k(-\varepsilon_n, \mathbf{p})$ вычисляются согласно (21).

При нахождении T_c нас интересует вершина при $\mathbf{q} = 0$. Тогда $\bar{G}_k = G_k^*$, и вершины Γ_k становятся вещественными, что существенно упрощает процедуру (46).

Имеет место следующее точное соотношение типа тождества Уорда [98]:

$$G(\varepsilon_n, \mathbf{p}) G(-\varepsilon_n, \mathbf{p}) \Gamma(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, 0) = - \frac{\text{Im} G(\varepsilon_n, \mathbf{p})}{\varepsilon_n}. \quad (47)$$

Численное исследование полностью подтверждает это соотношение, демонстрируя полную согласованность рекуррентных процедур для одночастичной функции Грина и вершинной части. Соотношение (47) приводит к тому, что уравнение для T_c , полученное из условия куперовской неустойчивости и уравнение, полученное линеаризацией уравнения для щели, просто совпадают, несмотря на казалось бы совершенно различные рекуррентные процедуры для учета AFM флуктуаций, использованные при их выводе.

4.4. Уравнения Гинзбурга – Ландау и основные свойства сверхпроводника с псевдощелью вблизи T_c

Разложение Гинзбурга – Ландау для разности плотностей свободных энергий сверхпроводящего и нормального состояний запишем в стандартном виде:

$$F_s - F_n = A |A_{\mathbf{q}}|^2 + q^2 C |A_{\mathbf{q}}|^2 + \frac{B}{2} |A_{\mathbf{q}}|^4, \quad (48)$$

где $A_{\mathbf{q}}$ — амплитуда фурье-компоненты параметра порядка:

$$A(\phi, \mathbf{q}) = A_{\mathbf{q}} e(\phi). \quad (49)$$

Разложение (48) определяется графиками петлевого разложения для свободной энергии в поле флуктуаций параметра порядка с малым волновым вектором \mathbf{q} [63].

Представим коэффициенты Гинзбурга – Ландау в виде:

$$A = A_0 K_A; \quad C = C_0 K_C; \quad B = B_0 K_B, \quad (50)$$

где через A_0 , C_0 и B_0 обозначены стандартные выражения для этих коэффициентов в случае изотропного s-спаривания:

$$A_0 = N_0(0) \frac{T - T_c}{T_c}, \quad C_0 = N_0(0) \frac{7\zeta(3) v_F^2}{32\pi^2 T_c^2},$$

$$B_0 = N_0(0) \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T_c^2}. \quad (51)$$

Тогда все особенности рассматриваемой модели, связанные с появлением псевдощели, содержатся в безразмерных коэффициентах K_A , K_C и K_B . В отсутствие псевдощели все эти коэффициенты равны 1, только в случае d-спаривания имеем $K_B = 3/2$.

Рассмотрим снова обобщенную куперовскую восприимчивость (45). С ее помощью нетрудно представить коэффициенты K_A и K_C в виде [98]:

$$K_A = \frac{\chi(0, 0; T) - \chi(0, 0; T_c)}{A_0}, \quad (52)$$

$$K_C = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\chi(\mathbf{q}, 0; T_c) - \chi(0, 0; T_c)}{q^2 C_0}. \quad (53)$$

Тогда все вычисления можно провести с использованием рекуррентной процедуры (46).

Ситуация с коэффициентом B в общем случае сложнее. Существенные упрощения возникают, если ограничиться в порядке $|A_q|^4$, как это обычно и делается, случаем $q = 0$. Тогда коэффициент B может быть определен непосредственно из аномальной функции Грина F , для которой у нас уже имеется рекуррентная процедура (39) [98].

В пределе $\xi \rightarrow \infty$ все коэффициенты Гинзбурга–Ландау можно получить в аналитическом виде [63], пользуясь обсуждавшимся выше точным решением для функций Грина псевдощелевого состояния.

Уравнения Гинзбурга–Ландау определяют две характерные длины сверхпроводников: длину когерентности и глубину проникновения магнитного поля. Длина когерентности при данной температуре $\xi(T)$ дает характерный масштаб неоднородностей параметра порядка A :

$$\xi^2(T) = -\frac{C}{A}. \quad (54)$$

В отсутствие псевдощели

$$\xi_{\text{BCS}}^2(T) = -\frac{C_0}{A_0}, \quad (55)$$

$$\xi_{\text{BCS}}(T) \approx 0,74 \frac{\xi_0}{\sqrt{1 - T/T_c}}, \quad (56)$$

где $\xi_0 = 0,18 v_F / T_c$. В рассматриваемой модели

$$\frac{\xi^2(T)}{\xi_{\text{BCS}}^2(T)} = \frac{K_C}{K_A}. \quad (57)$$

Соответствующие зависимости $\xi^2(T)/\xi_{\text{BCS}}^2(T)$ от ширины псевдощели W и корреляционной длины флуктуаций (параметра κ) для случая d-спаривания приведены в [98]; они достаточно плавные, а сами изменения отношения (57) относительно невелики.

Для глубины проникновения магнитного поля сверхпроводника без псевдощели имеем:

$$\lambda_{\text{BCS}}(T) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - T/T_c}}, \quad (58)$$

где $\lambda_0^2 = mc^2 / (4\pi ne^2)$ определяет глубину проникновения при $T = 0$. В общем случае

$$\lambda^2(T) = -\frac{c^2}{32\pi e^2} \frac{B}{AC}. \quad (59)$$

Тогда в рассматриваемой модели

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda_{\text{BCS}}(T)} = \left(\frac{K_B}{K_A K_C} \right)^{1/2}. \quad (60)$$

Зависимости этой величины от ширины псевдощели и корреляционной длины для случая d-спаривания также приведены в [98], соответствующие изменения (60) также относительно невелики.

Вблизи T_c верхнее критическое поле H_{c2} определяется через коэффициенты Гинзбурга–Ландау как

$$H_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi \xi^2(T)} = -\frac{\phi_0}{2\pi} \frac{A}{C}, \quad (61)$$

где $\phi_0 = c\pi/e$ — квант магнитного потока. Тогда наклон кривой верхнего критического поля вблизи T_c

$$\left| \frac{dH_{c2}}{dT} \right|_{T_c} = \frac{24\pi\phi_0}{7\zeta(3)v_F^2} T_c \frac{K_A}{K_C}. \quad (62)$$

Графические зависимости наклона поля $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ при температуре T_{c0} от эффективной ширины псевдощели W и параметра корреляционной длины κ приведены в работе [98]. Наклон поля при достаточно больших корреляционных длинах быстро убывает с шириной псевдощели. Однако при достаточно коротких корреляционных длинах может наблюдаться слабый рост этого параметра при малых ширинах псевдощели. При фиксированной ширине псевдощели наклон H_{c2} заметно растет при уменьшении корреляционной длины флуктуаций.

Рассмотрим, наконец, скачок теплоемкости в точке перехода:

$$\frac{C_s - C_n}{\Omega} = \frac{T_c}{B} \left(\frac{A}{T - T_c} \right)^2, \quad (63)$$

где C_s , C_n — соответственно теплоемкости сверхпроводящего и нормального состояний, Ω — объем образца. При температуре T_{c0} (в отсутствие псевдощели, $W = 0$)

$$\left(\frac{C_s - C_n}{\Omega} \right)_{T_{c0}} = N(0) \frac{8\pi^2 T_{c0}}{7\zeta(3)}. \quad (64)$$

Тогда относительный скачок теплоемкости в рассматриваемой модели можно записать как

$$\frac{(C_s - C_n)_{T_c}}{(C_s - C_n)_{T_{c0}}} = \frac{T_c}{T_{c0}} \frac{K_A^2}{K_B}. \quad (65)$$

Соответствующие зависимости от эффективной ширины псевдощели W и параметра корреляционной длины κ для

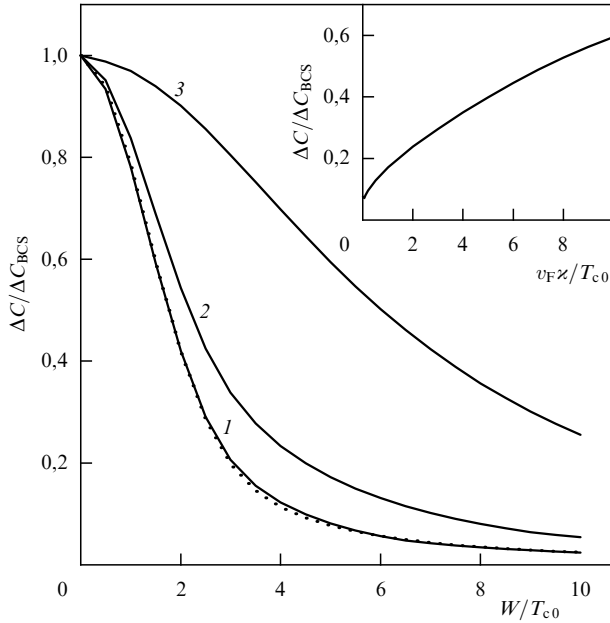


Рис. 21. Зависимость скачка теплоемкости от ширины псевдощели W и корреляционной длины AFM флуктуаций (параметра $\kappa = \xi^{-1}$): $v_F\kappa/W = 0,1$ (1); $v_F\kappa/W = 1,0$ (2); $v_F\kappa/W = 10,0$ (3). Пунктир — $\kappa = 0$ [63]. На вставке: зависимость скачка теплоемкости от κ при $W/T_{c0} = 5$.

случая d-спаривания приведены на рис. 21. Видно, что скачок теплоемкости быстро падает с ростом ширины псевдощели и, наоборот, растет при уменьшении корреляционной длины AFM флуктуаций.

Для сверхпроводников с s-спариванием зависимости рассмотренных физических величин, в принципе, вполне аналогичны, отличие состоит лишь в большем масштабе W , при котором происходят соответствующие изменения, что отвечает большей устойчивости изотропных сверхпроводников к частичной "диэлектризации" электронного спектра за счет образования псевдощели на "горячих" участках поверхности Ферми [63, 102].

Полученные результаты находятся в полном качественном соответствии с обсуждавшимися выше данными по скачку теплоемкости [6, 18, 19]. Как мы видели на рис. 2, скачок теплоемкости быстро падает при переходе в область недодопированных составов, где величина псевдощели возрастает в соответствии с данными, показанными на рис. 6.

4.5. Эффекты несомоусредненности параметра порядка

Проведенное выше рассмотрение сверхпроводимости предполагало самоусредненность сверхпроводящего параметра порядка Δ . Это предположение оправдано при условии, что корреляционная длина флуктуаций ближнего (AFM) порядка ξ мала по сравнению с характерным размером куперовских пар ξ_0 (длиной когерентности теории БКШ). Противоположный предел $\xi \gg \xi_0$ может быть рассмотрен в рамках точно решаемой модели псевдощелевого состояния для $\xi \rightarrow \infty$, описанной выше в варианте модели "горячих" участков в формулах (27), (29) [102].

Сначала рассмотрим вопрос о сверхпроводимости в системе, в которой имеется фиксированная диэлектрическая щель D на "горячих" участках поверхности Ферми.

Задача о сверхпроводимости в системе с частичной диэлектризацией спектра на отдельных участках поверхности Ферми рассматривалась в целом ряде работ (см., например [105, 106]), а в наиболее близкой к нашему случаю модели — в работе Билбро и МакМиллана [107], рядом результатов которой мы можем непосредственно воспользоваться. При этом мы снова исходим из простейшей модели спаривательного взаимодействия БКШ (35), (36).

При фиксированном значении диэлектрической щели D на "горячих" участках поверхности Ферми уравнение для сверхпроводящей щели Δ в рассматриваемой модели для случая s-спаривания принимает вид

$$1 = \lambda \int_0^{\omega_c} d\xi \left\{ \tilde{\alpha} \frac{\tanh\left[\frac{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta^2(D)}/2T}{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta^2(D)}}\right]}{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta^2(D)}} + (1 - \tilde{\alpha}) \frac{\tanh\left[\frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(D)}/2T}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(D)}}\right]}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(D)}} \right\}, \quad (66)$$

где $\lambda = VN_0(0)$ — безразмерная константа спаривательного взаимодействия, $\tilde{\alpha} = 4\alpha/\pi$. В уравнении (66) первое слагаемое в правой части соответствует вкладу "горячих" (диэлектризованных) участков, на которых спектр электронов имеет вид [107] $E_p = (\xi_p^2 + D^2 + \Delta^2)^{1/2}$, а второе слагаемое дает вклад "холодных" (металлических) участков, где спектр имеет обычный вид теории БКШ: $E_p = (\xi_p^2 + \Delta^2)^{1/2}$. Уравнение (66) определяет сверхпроводящую щель $\Delta(D)$ при фиксированном значении диэлектрической щели D , отличной от нуля на "горячих" участках.

В случае d-спаривания, аналогичное уравнение имеет вид

$$1 = \lambda \frac{4}{\pi} \int_0^{\omega_c} d\xi \times \left\{ \int_0^{\alpha} d\phi e^2(\phi) \frac{\tanh\left[\frac{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta^2(D)e^2(\phi)}/2T}{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta^2(D)e^2(\phi)}}\right]}{\sqrt{\xi^2 + D^2 + \Delta^2(D)e^2(\phi)}} + \int_{\alpha}^{\pi/4} d\phi e^2(\phi) \frac{\tanh\left[\frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(D)e^2(\phi)}/2T}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(D)e^2(\phi)}}\right]}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(D)e^2(\phi)}} \right\}. \quad (67)$$

Из этих уравнений видно, что $\Delta(D)$ уменьшается с ростом D , а $\Delta(0)$ совпадает с обычной щелью Δ_0 в отсутствие диэлектризации на плоских участках, которая появляется при температуре $T = T_{c0}$, определяемой уравнением

$$1 = \lambda \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{\tanh(\xi/2T_{c0})}{\xi}, \quad (68)$$

как для s-, так и для d-спаривания.

При $D \rightarrow \infty$ первые слагаемые в (66), (67) обращаются в нуль, так что соответствующие уравнения для $\Delta_\infty = \Delta(D \rightarrow \infty)$ принимают вид

$$1 = \lambda \int_0^{\omega_c} d\xi (1 - \tilde{\alpha}) \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta_\infty^2}/2T}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_\infty^2}}\right)}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_\infty^2}} \quad (\text{s-спаривание}), \quad (69)$$

$$1 = \lambda \frac{4}{\pi} \int_0^{\omega_c} d\xi \int_x^{\pi/4} d\phi \times \\ \times e^2(\phi) \frac{\tanh\left[\sqrt{\xi^2 + A_\infty^2 e^2(\phi)}/2T\right]}{\sqrt{\xi^2 + A_\infty^2 e^2(\phi)}} \quad (\text{d-спаривание}). \quad (70)$$

Уравнение (69) совпадает с уравнением на щель при $D = 0$ с "перенормированной" константой связи $\tilde{\lambda} = \lambda(1 - \tilde{\alpha})$, так что для случая s-спаривания

$$A_\infty = A_0 [\tilde{\lambda} = \lambda(1 - \tilde{\alpha})], \quad (71)$$

соответственно, отличная от нуля щель при $D \rightarrow \infty$ возникает при $T < T_{c\infty}$:

$$T_{c\infty} = T_{c0} [\tilde{\lambda} = \lambda(1 - \tilde{\alpha})]. \quad (72)$$

В случае d-спаривания из уравнения (70) получаем

$$T_{c\infty} = T_{c0} [\tilde{\lambda} = \lambda(1 - \alpha_d)], \quad (73)$$

где

$$\alpha_d = \tilde{\alpha} + \frac{\sin \pi \tilde{\alpha}}{\pi} \quad (74)$$

представляет собой "эффективную" долю плоских участков в случае d-спаривания. Таким образом, при $T < T_{c\infty}$ щель отлична от нуля при любых значениях D и уменьшается от A_0 до A_∞ с ростом D . При $T_{c\infty} < T < T_{c0}$ щель отлична от нуля лишь при $D < D_{\max}$. Соответствующие зависимости A от D несложно найти численным решением уравнений (66) и (67).

В нашей модели псевдощелевого состояния диэлектрической щель D является не фиксированной, а случайной величиной, распределенной согласно (29). Полученные выше уравнения нужно усреднить по этим флуктуациям. При этом мы можем непосредственно вычислить точную усредненную по флуктуациям D сверхпроводящую щель $\langle A \rangle$:

$$\langle A \rangle = \int_0^\infty dD \mathcal{P}(D) A(D) = \frac{2}{W^2} \int_0^\infty dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) A(D). \quad (75)$$

При этом описанные выше зависимости $A(D)$ приводят к тому, что усредненная щель (75) оказывается отличной от нуля вплоть до $T = T_{c0}$, т.е. до температуры сверхпроводящего перехода в отсутствие псевдощелевых аномалий. В то же время температура сверхпроводящего перехода T_c в сверхпроводнике с псевдощелью, очевидно, меньше T_{c0} [63]. Такое парадоксальное поведение $\langle A \rangle$ означает, по-видимому, появление в системе индуцированных флуктуациями D локальных областей с $A \neq 0$ (сверхпроводящих "капель") во всей области температур $T_c < T < T_{c0}$ при установлении когерентного по всему образцу сверхпроводящего состояния только в области $T < T_c$. Разумеется, полное обоснование такой качественной картины может быть получено лишь при анализе более реалистической модели с конеч-

ной длиной ξ флуктуаций AFM ближнего порядка²³. В то же время простота рассмотренной здесь модели с $\xi \rightarrow \infty$ позволяет сразу же получить точное решение для $\langle A \rangle$.

Для определения температуры T_c сверхпроводящего перехода в образце в целом, можно воспользоваться стандартной процедурой приближения среднего поля по случайным флуктуациям ближнего порядка (ср., например аналогичный подход в задаче о сверхпроводнике с примесями [101]), предполагающей самоусредняемость сверхпроводящей щели по флуктуациям D (т.е. фактически независимость A от флуктуаций D). Тогда уравнения для среднеполевой щели A_{mf} имеют вид

$$1 = \lambda \int_0^{\omega_c} d\xi \left[\tilde{\alpha} \frac{2}{W^2} \int_0^\infty dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \times \right. \\ \times \frac{\tanh\left(\sqrt{\xi^2 + D^2 + A_{mf}^2}/2T\right)}{\sqrt{\xi^2 + D^2 + A_{mf}^2}} + \\ \left. + (1 - \tilde{\alpha}) \frac{\tanh\left(\sqrt{\xi^2 + A_{mf}^2}/2T\right)}{\sqrt{\xi^2 + A_{mf}^2}} \right] \quad (76)$$

для случая s-спаривания и

$$1 = \lambda \frac{4}{\pi} \int_0^{\omega_c} d\xi \left\{ \frac{2}{W^2} \int_0^\infty dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \times \right. \\ \times \int_0^{\pi/4} d\phi e^2(\phi) \frac{\tanh\left[\sqrt{\xi^2 + D^2 + A_{mf}^2 e^2(\phi)}/2T\right]}{\sqrt{\xi^2 + D^2 + A_{mf}^2 e^2(\phi)}} + \\ \left. + \int_x^{\pi/4} d\phi e^2(\phi) \frac{\tanh\left[\sqrt{\xi^2 + A_{mf}^2 e^2(\phi)}/2T\right]}{\sqrt{\xi^2 + A_{mf}^2 e^2(\phi)}} \right\} \quad (77)$$

для случая d-спаривания. Эти уравнения являются предельным случаем (при $\xi \rightarrow \infty$) уравнений для сверхпроводящей щели, рассмотренных выше (43) на основе рекуррентной процедуры (39).

Из уравнений (76), (77) легко получить и соответствующие уравнения для T_c — температуры, при которой возникает однородная по образцу щель A_{mf} . Например, для случая s-спаривания имеем

$$1 = \lambda \left[\tilde{\alpha} \frac{2}{W^2} \int_0^\infty dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \times \right. \\ \times \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{\tanh\left(\sqrt{\xi^2 + D^2}/2T_c\right)}{\sqrt{\xi^2 + D^2}} + \\ \left. + (1 - \tilde{\alpha}) \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{\tanh(\xi/2T_c)}{\xi} \right]. \quad (78)$$

В случае d-спаривания в (78) нужно заменить $\tilde{\alpha}$ на "эффективное" α_d из (74). Эти уравнения для T_c совпадают с полученными при микроскопическом выводе разложения Гинзбурга–Ландау в рассматриваемой модели в работе [63] и с пределом $\xi \rightarrow \infty$, возникающим

²³ Качественно возникающая здесь ситуация напоминает возникновение неоднородного сверхпроводящего состояния, индуцированного сильными флуктуациями локальной плотности состояний, вблизи андерсоновского перехода металл–диэлектрик [108, 101].

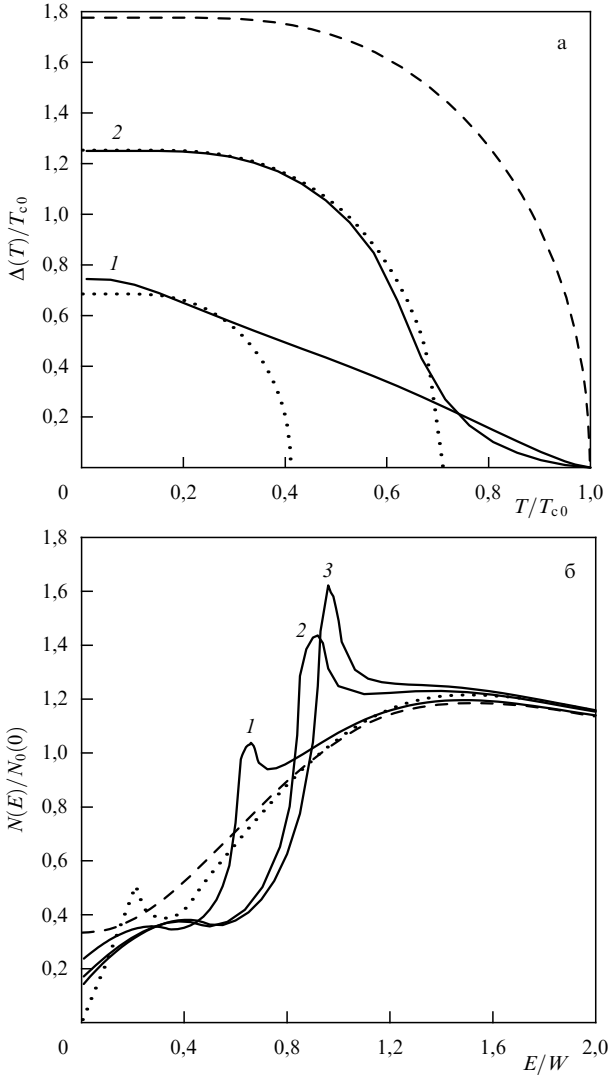


Рис. 22. (а) Температурные зависимости сверхпроводящих щелей Δ_{mf} (пунктир), $\langle \Delta \rangle$ (сплошные кривые) и Δ_0 (штриховая кривая) в случае s-спаривания [102]: $\lambda = 0,4, \tilde{\alpha} = 2/3, \omega_c/W = 3$ ($T_c/T_{c0} = 0,42$) (1); $\lambda = 0,4, \tilde{\alpha} = 0,2, \omega_c/W = 1$ ($T_c/T_{c0} = 0,71$) (2). (б) Плотность состояний в случае d-спаривания [102] при $\lambda = 0,4, \tilde{\alpha} = 2/3, \omega_c/W = 5$ ($T_c/T_{c0} = 0,48, T_{c\infty}/T_{c0} \sim 10^{-18}$): $T/T_{c0} = 0,8$ (1); $T/T_{c0} = 0,48$ (2); $T/T_{c0} = 0,1$ (3). Пунктиром показана среднеполевая плотность состояний $N_{mf}(E)$ при $T/T_{c0} = 0,1$. Штриховая кривая — псевдощелевое поведение плотности состояний при $T > T_{c0}$.

при анализе на основе (39), (43). В общем случае всегда имеем $T_{c\infty} < T_c < T_{c0}$.

Температурные зависимости усредненной щели $\langle \Delta \rangle$ и среднеполевой щели Δ_{mf} , полученные численным решением уравнений нашей модели для случая s-спаривания, приведены на рис. 22а²⁴. Щель Δ_{mf} обращается в нуль при $T = T_c < T_{c0}$, а $\langle \Delta \rangle$ отлична от нуля вплоть до $T = T_{c0}$, соответствующие "хвосты" в температурной зависимости $\langle \Delta \rangle$ в области $T_c < T < T_{c0}$, по нашему мнению, соответствуют упомянутой выше картине существования сверхпроводящих "капель" в этой области при отсутствии сверхпроводимости во всем образце. Заметим, что представленные на рис. 22а температурные зависимости $\langle \Delta(T) \rangle$ напоминают соответствующие зави-

симости щели в недодопированных ВТСП-купратах, извлекаемые из ARPES-экспериментов [49] и из измерений теплоемкости [19] (см. рис. 3, 11), если считать, что наблюдаемая T_c в этих образцах соответствует нашей среднеполевой T_c , тогда как "капли" с $\langle \Delta \rangle \neq 0$ существуют и в области $T > T_c$, вплоть до T_{c0} , которая существенно превышает T_c . Несамое усредняемость щели проявляется в нашей модели и в том, что во всей области $T < T_{c0}$ становится отличной от нуля дисперсия $\langle \Delta^2 \rangle - \langle \Delta \rangle^2$, что косвенно подтверждает предлагаемую качественную картину, полное обоснование которой возможно только при учете конечности ξ . Нужно заметить, что величина T_{c0} достаточно плохо определена с точки зрения сравнения с экспериментом. Выше, говоря о температуре перехода в отсутствие псевдощели, мы подразумевали, что величина T_{c0} порядка T_c при оптимальной концентрации носителей. Здесь при возможном сравнении данных рис. 22а с данными рис. 13, 11 требуются значения T_{c0} , существенно превышающие оптимальную T_c . В этом смысле рассматриваемая картина сверхпроводящих "капель", индуцированных "диэлектрическими" флуктуациями, оказывается не столь уж далекой от идеологии, используемой в сверхпроводящем сценарии образования псевдощели (precursor pairing). Ясно, впрочем, что данные типа рис. 3, 11 могут быть простым следствием существования диэлектрической псевдощели, а вовсе не обсуждаемых здесь эффектов несамое усредняемости сверхпроводящей Δ . В частности, выделенная из туннельных данных [21, 22] сверхпроводящая щель (проявляющаяся на фоне более широкой псевдощели) демонстрирует "нормальное" температурное поведение, обращаясь в нуль при $T = T_c$.

Несмотря на то, что сверхпроводимость во всем образце при $T_c < T < T_{c0}$ отсутствует, наличие в этой области отличной от нуля усредненной $\langle \Delta \rangle$ приводит к появлению ряда аномалий в наблюдаемых величинах, таких, например, как туннельная плотность состояний и измеряемая в ARPES спектральная плотность [102].

В частности, туннельная плотность состояний для случая d-спаривания имеет вид [102]

$$\begin{aligned} \frac{N(E)}{N_0(0)} &= \frac{4}{\pi} \frac{2}{W^2} \int_0^\infty dD D \exp\left(-\frac{D^2}{W^2}\right) \times \\ &\times \left\{ \int_0^{\pi/4} d\phi \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - D^2 - \Delta^2(D)e^2(\phi)}} \times \right. \\ &\times \theta[E^2 - \Delta^2(D)e^2(\phi) - D^2] + \\ &\left. + \int_{\pi/4}^{\pi/2} d\phi \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta^2(D)e^2(\phi)}} \theta[E^2 - \Delta^2(D)e^2(\phi)] \right\}. \end{aligned} \quad (79)$$

В предположении самое усредняемости Δ равна Δ_{mf} и не зависит от D . Тогда ширина сверхпроводящей псевдощели в плотности состояний порядка Δ_{mf} , при $T \rightarrow T_c$ соответствующий вклад исчезает и остается лишь псевдощель, связанная с AFM флуктуациями. В действительности, в (79) Δ есть $\Delta(D)$, которая определяется уравнением (67).

Поведение плотности состояний в d-случае показано на рис. 22б. Видно, что наблюдается существенное отличие точной плотности состояний от полученной в приближении среднего поля, связанное с флуктуациями

²⁴ В случае d-спаривания температурные зависимости $\langle \Delta \rangle$ и Δ_{mf} качественно аналогичны случаю s-спаривания.

сверхпроводящей щели (сверхпроводящими "каплями"), вызываемыми флуктуациями AFM ближнего порядка. Точная плотность состояний, фактически, не чувствует сверхпроводящий переход во всей системе, происходящий при $T = T_c$. При этом характерная ширина сверхпроводящей щели (псевдощели) в плотности состояний порядка Δ_0 , а не $\Delta_{\text{мг}}$, как это вытекает из приближения среднего поля по флуктуациям ближнего порядка. Соответствующие вклады становятся наблюдаемыми уже при $T = T_{c0} > T_c$.

Эти результаты могут, в принципе, объяснить необычно большие значения отношения $2\Delta/T_c$, наблюдаемые в ряде туннельных экспериментов на недопированных ВТСП-купратах [20, 109], а также в ARPES [110]. Наличие в системе сверхпроводящих "капель" может также объяснить наблюдаемый, во многих случаях, аномальный диамagnetизм этих систем в области температур выше T_c [111].

5. Заключение. Проблемы и перспективы

В заключение рассмотрим некоторые итоги и остающиеся проблемы. Сценарий формирования псевдощели, основанный на картине флуктуаций ближнего порядка AFM (SDW, CDW) типа приводит к общему качественному согласию с основными экспериментальными фактами. В проведенном теоретическом рассмотрении сознательно использован полуфеноменологический подход, в котором проводилось простое "моделирование" псевдощелевой перестройки электронного спектра, описываемое параметрами эффективной ширины псевдощели W и корреляционной длины ξ , которые, в принципе, могут определяться из эксперимента. Рассмотренные модели "горячих" точек или участков на поверхности Ферми допускают "почти точное" решение [14, 15], что позволяет существенно продвинуться вперед при анализе таких задач, как влияние псевдощели на сверхпроводимость. При этом для нас, фактически, неважно идет ли речь об AFM флуктуациях (как наиболее популярной модели) или о флуктуациях ближнего порядка иной природы, приводящих к частичной диэлектризации спектра, таких как CDW или структурные искажения.

Недостатки рассмотренных моделей связаны с упрощающими предположениями, которые необходимы для получения этих "почти точных" решений. Главными из них являются статическое приближение и гипотеза о гауссовом характере флуктуаций ближнего порядка. Учет динамики флуктуаций совершенно необходим в области достаточно низких температур, в частности, в сверхпроводящей фазе, где само спаривательное взаимодействие может быть обусловлено динамикой этих флуктуаций [58, 59]. Мы, однако, думаем, что проведенное выше упрощенное рассмотрение может описать наиболее существенные эффекты изменения электронного спектра (образования псевдощели на "горячих" участках поверхности Ферми) и его влияния на сверхпроводимость. При учете динамики спиновых флуктуаций нам неизбежно пришлось бы выйти за пределы простой феноменологии модели БКШ. Предположение о гауссовой статистике флуктуаций также может быть оправдано только при достаточно высоких температурах и не слишком близко к линии антиферромагнитной неустойчивости. Тем не менее даже в этом простейшем варианте

удается качественно описать все основные особенности, связанные с формированием псевдощели. Отказ от этого простейшего предположения также разрушает достаточно простую структуру уравнений теории, которая, по сути дела, и позволяет провести анализ сверхпроводящей фазы.

Выход за рамки использованного полуфеноменологического подхода может производиться на основе полного микроскопического анализа задачи, например, модели Хаббарда. Такие попытки предпринимались в ряде работ, например, в уже цитированных работах [11–13], а также в [112, 113]. Хотя многие качественные выводы этих работ совпадают с обсуждавшимися выше или близки к ним, рассмотрение, как правило, ограничивается учетом первых диаграмм теории возмущений [114, 115] и какого-либо варианта самосогласования на их основе. При этом, разумеется, можно учесть и динамику спиновых флуктуаций. Однако выход за рамки этих простых качественных оценок достаточно затруднителен.

Принципиальным представляется микроскопическое обоснование существования широкой области фазовой диаграммы с развитыми флуктуациями AFM (SDW) ближнего порядка. Надо отметить, что область таких "критических" флуктуаций может быть аномально большой просто из-за пониженной размерности (квазидвумерности) рассматриваемых систем. Например, область сверхпроводящих флуктуаций в ВТСП-системах достаточно велика и экспериментально может достигать величин порядка десятка градусов [116]. Поскольку AFM флуктуации характеризуются энергиями на порядок больше, то наличие "критической" области шириной в сотни градусов не кажется столь уж невероятным. Тем не менее микроскопическое обоснование такой картины пока что отсутствует.

По-видимому, основной качественный вывод, который можно сделать из обсуждавшейся физической картины, касается старой дискуссии о фермижидкостной или нефермижидкостной природе спектра электронных возбуждений ВТСП-систем. Согласно рассмотренным выше простым моделям, электронный спектр (спектральная плотность) имеет фермижидкостной характер только на "холодных" участках поверхности Ферми (в окрестности диагоналей зоны Бриллюэна), тогда как на "горячих" участках происходит нефермижидкостная перестройка (в указанном выше узком смысле) спектра за счет сильного рассеяния на AFM флуктуациях [14, 15]. При этом наличие или отсутствие фермижидкостного поведения зависит от величины корреляционной длины флуктуаций ξ (ср. [81, 82]). В недавней работе [117] такая картина была подвергнута критике, основанной на достаточно успешной обработке экспериментальных данных [51, 118, 119] по ARPES в оптимально допированной системе Bi-2212, с использованием представлений теории "маргинальной" ферми-жидкости. В частности, в [117] утверждалось, что фермижидкостное поведение затухания квазичастиц отсутствует всюду на поверхности Ферми, а также декларировалось отсутствие заметной зависимости этого затухания от импульса. Фактически, однако, в этой работе вводилась существенная зависимость статического затухания от импульса, необходимая для описания данных даже в изучавшемся случае оптимального допирования, которая приписывалась анизотропии примесного рассеяния. Линейная же

зависимость затухания от энергии квазичастиц, которая действительно наблюдается в ВТСП-системах (и постулируется в теории "маргинальной" ферми-жидкости), не может служить опровержением обычных идей теории ферми-жидкости, поскольку стандартная квадратичная зависимость может наблюдаться лишь в достаточно узком интервале энергий вблизи уровня Ферми, находящемся за пределами точности ARPES-экспериментов. Вполне исчерпывающее обсуждение этих вопросов можно найти в обзорах [91, 93]. Вообще нужно заметить, что наличие аномального рассеяния на AFM флуктуациях (с волновыми векторами порядка вектора антиферромагнетизма) не может вызывать никаких сомнений²⁵.

Проведенное выше теоретическое рассмотрение основывалось на достаточно традиционной схеме усреднения по случайному полю AFM (SDW, CDW) флуктуаций, которая подразумевает пространственную однородность системы в среднем. Вместе с тем, целый ряд экспериментальных данных и теоретических соображений указывает на возможность расслоения фаз в ряде ВТСП-систем (особенно в области недодопированных составов) [121, 122]. Это расслоение происходит на микроскопических масштабах, так что система разбивается на "металлические" (сверхпроводящие) и "диэлектрические" (антиферромагнитные) домены с характерными размерами порядка нескольких межатомных расстояний. Естественно, что такая система достаточно трудно поддается описанию на основе использованных выше стандартных методов, а сам факт расслоения фаз, по мнению многих авторов, может играть определяющую роль в физике ВТСП. В связи с этим заметим только, что качественная картина случайного поля флуктуаций AFM (SDW, CDW) ближнего порядка, использованная выше, также неявно подразумевает, что в системе возникают эффективные области с AFM порядком с характерным размером $\sim \xi$, перемежающиеся с областями того же размера, в которых этот порядок разрушен. В этом смысле рассмотренная картина не так уж далека от картины фазового расслоения, отличаясь от нее, может быть, только размытостью границ соответствующих областей. Нетрудно видеть, что и формализм ряда моделей фазового расслоения, основанных на идее близости к неустойчивости CDW-типа [64, 123, 124], достаточно близок к использованному выше и основан на картине рассеяния на флуктуациях с выделенными волновыми векторами.

Наконец отметим, что в ВТСП-системах наблюдается большое число аномалий, связанных с их поведением при достаточно сильном структурном разупорядочении [101]. Вопрос о роли структурного разупорядочения в системах с псевдощелью почти не исследован. Имеется только ряд первых работ, в которых рассматривалось влияние примесей замещения [125, 126]. Из этих работ видно, что контролируемое разупорядочение может оказаться достаточно информативным методом изучения псевдощелевого состояния. Теоретически этот вопрос почти не исследовался.

²⁵ Отметим интересную работу [120], в которой удалось получить достаточно хорошее описание кинетических свойств ВТСП-оксидов на основе простейшего рассмотрения бальмановского рассеяния на спиновых флуктуациях, с учетом простого "исключения" вкладов "горячих" областей поверхности Ферми в кинетику носителей тока.

Оказывается, что изучение аномалий ВТСП-систем, связанных с появлением псевдощелевого состояния, имеет и существенное прикладное значение. Поскольку псевдощель, как мы видели, в определенном смысле подавляет сверхпроводимость, такие характеристики сверхпроводников, как критический ток и критические магнитные поля, оказываются максимальными не при "оптимальной" концентрации носителей $p_0 \sim 0,15-0,17$, соответствующей максимуму T_c , а в окрестности "критической" концентрации $p_c \approx 0,19$ [127]. Это обстоятельство может быть важным для оптимизации составов технических сверхпроводников на основе ВТСП.

Автор благодарен Э.З. Кучинскому, в соавторстве с которым был выполнен ряд основных работ, использованных в теоретической части данного обзора.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 99-02-16285) и CRDF (грант REC-005), а также Государственных программ по статистической физике (грант 108-11(00)-П) и по ВТСП (грант 96-051) и программы фундаментальных исследований Президиума РАН "Квантовая макрофизика".

Список литературы

1. Batlogg B, Varma C *Phys. World* **13** 33 (2000)
2. Timusk T, Statt B *Rep. Prog. Phys.* **62** 61 (1999)
3. Randeria M *Varenna Lectures 1997*, cond-mat/9710223
4. Randeria M, Campuzano J C *Varenna Lectures 1997*, cond-mat/9709107
5. Tohyama T, Maekawa S *Supercond. Sci. Tech.* **13** R17 (2000); cond-mat/0002225
6. Tallon J L, Loram J W *Physica C* **349** 53 (2001); cond-mat/0005063
7. Geshkenbein V B, Ioffe L B, Larkin A I *Phys. Rev. B* **55** 3173 (1997)
8. Emery V, Kivelson S A, Zachar O *Phys. Rev. B* **56** 6120 (1997)
9. Maly J, Janko B, Levin K *Phys. Rev. B* **56** R11407 (1997); **59** 1354 (1999); cond-mat/9710187, 9805018
10. Gusynin V P, Loktev V M, Sharapov S G *ЖЭТФ* **115** 1243 (1999)
11. Kampf A P, Schrieffer J R *Phys. Rev. B* **41** 6399 (1990); **42** 7967 (1990)
12. Langer M et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 4508 (1995)
13. Deisz J J, Hess D W, Serene J W *Phys. Rev. Lett.* **76** 1312 (1996)
14. Schmalian J, Pines D, Stojkovic B *Phys. Rev. Lett.* **80** 3839 (1998); *Phys. Rev. B* **60** 667 (1999)
15. Кучинский Э З, Садовский М В *ЖЭТФ* **115** 1765 (1999); cond-mat/9808321
16. Chakravarty S et al., cond-mat/0005443
17. Мотт Н Ф, Дэвис Э *Электронные процессы в некристаллических веществах* (М.: Мир, 1974)
18. Loram J W et al. *Physica C* **282-287** 1405 (1997)
19. Loram J W et al. *J. Supercond.* **7** 243 (1994)
20. Renner C et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 149 (1998)
21. Krasnov V M et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 5860 (2000)
22. Krasnov V M et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 2657 (2001); cond-mat/0006479
23. Bucher B et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 2021 (1993)
24. Yasuoka H *Hyperfine Interact.* **105** 27 (1997)
25. Alloul H, Adrian F J *Phys. Rev. Lett.* **63** 1700 (1989)
26. Gorny K et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 177 (1999); cond-mat/9812013
27. Zheng G-Q et al. *Phys. Rev. Lett.* **85** 405 (2000)
28. Tallon J L et al. *Phys. Status Solidi B* **215** 531 (1999); cond-mat/9911157
29. Puchkov A V, Basov D N, Timusk T *J. Phys.: Condens. Matter* **8** 10049 (1996)
30. Startseva T et al. *Phys. Rev. B* **59** 7184 (1999)
31. Dessau D S et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 2781 (1993)
32. Shen Z X, Dessau D S *Phys. Rep.* **253** 1 (1995)
33. Ino A et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **68** 1496 (1999); cond-mat/9809311
34. Gatt R et al., cond-mat/9906070
35. Feng D L et al., cond-mat/9908056
36. Chuang Y D et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 3717 (1999)
37. Gromko A D et al., cond-mat/0003017
38. Bogdanov P V et al., cond-mat/0005394

39. Fretwell H M et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4449 (2000)
40. Mesot J et al., cond-mat/9910430
41. Bansil A et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 5154 (1999)
42. Borisenko S V et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4453 (2000)
43. Legner S et al. *Phys. Rev. B* **62** 154 (2000); cond-mat/0002302
44. Norman M R et al., cond-mat/9710163
45. Annett J, Goldenfeld N, Leggett A, in *Physical Properties of High Temperature Superconductors* Vol. 5 (Ed. D M Ginsberg) (Singapore: World Scientific, 1996) p. 375; cond-mat/9601060
46. Изюмов Ю А *УФН* **169** 225 (1999)
47. Tsuei C C, Kirtley J R *Rev. Mod. Phys.* **72** 969 (2000)
48. Ding H et al. *Nature* **382** 51 (1996)
49. Norman M R et al. *Nature* **392** 157 (1998)
50. Norman M R et al. *Phys. Rev. B* **57** R11093 (1998)
51. Kaminski A et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 1788 (2000); cond-mat/9904390
52. Ronning F et al. *Science* **282** 2067 (1998); cond-mat/9903151
53. Hackl R, in *The Gap Symmetry and Fluctuations in High-T_c Superconductors* (Eds J Bok, G Deutscher, D Pavuna) (New York: Plenum Press, 1998) p. 249
54. Bourges P, in *The Gap Symmetry and Fluctuations in High-T_c Superconductors* (Eds J Bok, G Deutscher, D Pavuna) (New York: Plenum Press, 1998) p. 349
55. Schrieffer J R, Wen X G, Zhang S C *Phys. Rev. B* **39** 11663 (1989)
56. Изюмов Ю А *УФН* **161** (11) 1 (1991)
57. Займан Дж *Принципы теории твердого тела* (М.: Мир, 1974)
58. Monthoux P, Balatsky A V, Pines D *Phys. Rev. B* **46** 14803 (1992)
59. Monthoux P, Pines D *Phys. Rev. B* **47** 6069 (1993); *B* **49** 4261 (1994)
60. Millis A J, Monien H, Pines D *Phys. Rev. B* **42** 167 (1990)
61. Barzykin V, Pines D *Phys. Rev. B* **52** 13585 (1995)
62. Pines D Z. *Phys. B* **103** 129 (1997)
63. Посаженикова А И, Садовский М В *ЖЭТФ* **115** 632 (1999)
64. Benfatto L, Caprara S, Di Castro C *Eur. J. Phys. B* **71** 95 (2000)
65. Virosztek A, Ruvalds J *Phys. Rev. B* **42** 4064 (1990)
66. Ruvalds J et al. *Phys. Rev. B* **51** 3797 (1995)
67. Zheleznyak A T, Yakovenko V M, Dzyaloshinskii I E *Phys. Rev. B* **55** 3200 (1997)
68. Займан Дж *Модели беспорядка* (М.: Мир, 1982)
69. Абрикосов А А, Горьков Л П, Дзялошинский И Е *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (М.: Физматгиз, 1962)
70. Lee P A, Rice T M, Anderson P W *Phys. Rev. Lett.* **31** 462 (1973)
71. Садовский М В *ЖЭТФ* **66** 1720 (1974)
72. Садовский М В *ФТТ* **16** 2504 (1974)
73. Садовский М В *ЖЭТФ* **77** 2070 (1979)
74. Елютин П В *Опт. спектр.* **43** 542 (1977)
75. Tchernyshov O *Phys. Rev. B* **59** 1358 (1999)
76. Sadovskii M V *Physica C* **341**–**348** 811 (2000)
77. Bartosh L, Kopietz P *Phys. Rev. B* **60** 15488 (1999)
78. Millis A J, Monien H *Phys. Rev. B* **61** 12496 (2000)
79. Marshall D S et al. *Phys. Rev. Lett.* **76** 4841 (1996)
80. Садовский М В, Тимофеев А А *Сверхпроводимость: ФХТ* **4** (1) 11 (1991); Sadovskii M V, Timofeev A A *Physica C* **185**–**189** 1431 (1991)
81. Sadovskii M V, Timofeev A A *J. Moscow Phys. Soc.* **1** 391 (1991)
82. McKenzie R H, Scarratt D *Phys. Rev. B* **54** R12709 (1996)
83. Садовский М В *Письма в ЖЭТФ* **69** 447 (1999); *Physica C* **341**–**348** 939 (2000); cond-mat/9902192
84. Puchkov A V et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 3212 (1996)
85. Basov D N et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 4090 (1996)
86. Стригина Н А, Дипл. работа (Екатеринбург: УрГУ, 2001)
87. Abanov Ar, Chubukov A V, Finkel'stein A M, cond-mat/9911445
88. Abanov Ar, Chubukov A V, cond-mat/0002122
89. Abanov Ar, Chubukov A V, Schmalian J, cond-mat/0005163
90. Abanov Ar, Chubukov A V, Schmalian J, cond-mat/0010403
91. Максимов Е Г *УФН* **170** 1033 (2000)
92. Kulić M *Phys. Rep.* **338** 1 (2000)
93. Гинзбург В Л, Максимов Е Г *Сверхпроводимость: ФХТ* **5** 1543 (1992)
94. Friedel J, Kohmoto M, cond-mat/9901065
95. Anderson P W *The Theory of Superconductivity in the High-T_c Cuprates* (Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 1997)
96. Borkowski L S, Hirschfeld P J *Phys. Rev. B* **49** 15404 (1994)
97. Fehrenbacher R, Norman M R *Phys. Rev. B* **50** 3495 (1994)
98. Кучинский Э З, Садовский М В *ЖЭТФ* **119** 553 (2001)
99. Горьков Л П *ЖЭТФ* **37** 1407 (1959)
100. Де Жен П *Сверхпроводимость металлов и сплавов* (М.: Мир, 1968)
101. Sadovskii M V *Superconductivity and Localization* (Singapore: World Scientific, 2000); *Phys. Rep.* **282** 225 (1997); *СФХТ* **8** 337 (1995)
102. Кучинский Э З, Садовский М В *ЖЭТФ* **117** 613 (2000); *Physica C* **341**–**348** 879 (2000)
103. Balatsky A V, Bourges P *Phys. Rev. Lett.* **82** 5337 (1999)
104. Tallon J L, cond-mat/9911422
105. Копаев Ю В *Труды ФИАН* **86** 3 (1975)
106. *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости* (Под ред. В Л Гинзбурга, Д А Киржница) Гл. 5 (М.: Наука, 1977) с. 205
107. Vilbro G, McMillan W L *Phys. Rev. B* **14** 1887 (1976)
108. Булаевский Л Н, Паноков С В, Садовский М В *ЖЭТФ* **92** 672 (1987)
109. Miyakawa N et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 157 (1998)
110. Harris J M et al. *Phys. Rev. B* **54** R15665 (1996)
111. Carretta P et al., cond-mat/9911182
112. Schmalian J et al. *Phys. Rev. B* **54** 4336 (1996)
113. Vilk Y M, Tremblay A-M S J. *Phys. I* (Paris) **7** 1309 (1997)
114. Vilk Y M *Phys. Rev. B* **55** 3870 (1997)
115. Monthoux P *Phys. Rev. B* **55** 11111 (1997)
116. Junod A, Erb A, Renner C *Physica C* **317**–**318** 333 (1999)
117. Abrahams E, Varma C M, cond-mat/0003135; submitted to *Proc. Natl. Acad. Sci.*
118. Valla T et al. *Science* **285** 2110 (1999)
119. Valla T et al. *Phys. Rev. Lett.* **85** 828 (2000); cond-mat/0003407
120. Li Jian-Xin, Wu W C, Lee T K *Phys. Rev. B* **60** 3629 (1999); cond-mat/9901322
121. Нараев Э Л *УФН* **165** 529 (1995)
122. Zaanen J *Physica C* **317**–**318** 217 (1999)
123. Castellani C, Di Castro C, Grilli M *Phys. Rev. Lett.* **75** 4650 (1995)
124. Caprara S et al. *Physica C* **317**–**318** 230 (1999)
125. Tallon J L et al. *Phys. Rev. Lett.* **79** 5294 (1997)
126. Tallon J L *Phys. Rev. B* **58** R5956 (1998)
127. Tallon J L, Williams G V M, Loram J W *Physica C* **338** 9 (2000)

Pseudogap in high-temperature superconductors

M.V. Sadovskii

*Institute for Electrophysics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences
ul. Amundsena 106, 620016 Ekaterinburg, Russian Federation
Tel. (7-3432) 67-8786. Fax (7-3432) 67-8794
E-mail: sadovski@iep.uran.ru*

This paper reviews the basic experimental facts and a number of theoretical models relevant to the understanding of the pseudogap state in high-temperature superconductors. This state is observed in the region of less-than-optimal current carrier concentrations in the HTSC cuprate phase diagram and manifests itself by different anomalies in electronic properties, presumably due to fluctuations in the short-range antiferromagnetic order that occur as the antiferromagnetic region of the phase diagram is approached. The interaction of current carriers with these fluctuations leads to the anisotropic renormalization of the electronic spectrum and causes the system to behave as a non-Fermi liquid on certain portions of the Fermi surface. Simple theoretical models for describing the basic properties of the pseudogap state, in particular renormalization-induced anomalies in the superconducting state, are discussed.

PACS numbers: 74.20.Mn, **74.72.-h**, **74.25.-q**, 74.25.Jb
Bibliography — 127 references

Received 27 November 2000, revised 8 February 2001