Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 2, стр. 76 – 78 *25 января 1986 г.*

РОСТ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФЛУКТУАЦИЙ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ ВБЛИЗИ ПЕРЕХОДА АНДЕРСОНА

Л.Н.Булаевский, М.В.Садовский

Найден интервал температур около T_c, где сильны пространственные флуктуации сверхпроводящего параметра порядка, вызванные примесями. Далеко от порога андерсоновской локализации этот интервал очень узок по сравнению с интервалом сильных термодинамических флуктуаций, и сверхпроводящий параметр порядка есть самоусредняющаяся величина. Вблизи порога локализации флуктуации из-за беспорядка велики во всей области проявления сверхпроводимости.

В работах [1, 2] теория Абрикосова –Горькова и Андерсона для грязных трехмерных сверхпроводников с $k_F l \gg 1$ распространена на соединения с очень сильным беспорядком, находящиеся вблизи андерсоновского перехода металл – диэлектрик (в них длина свободного пробега электрона $l \approx k_F^{-1}$). В [1, 2] установлено, что зависимость от l сверхпроводящей корреляционной длины $\xi \equiv \xi(T=0) \approx (\xi_0 l)^{1/2}$ при $k_F l \gg 1$ на пороге локализации сменяется зависимостью $\xi \approx (\xi_0 l^2)^{1/3}$, где $\xi_0 = 0,18\, v_F / T_c$. Такое изменение приводит к тому, что на пороге локализации интервал сильных термодинамических флуктуаций около T_c, определяемый параметром Гинзбурга $t_G = E_F^2 / T_c^2 k_F^6 l^6$, становится порядка единицы [2] (здесь $t = |T - T_c| / T_c$).

Результаты [1, 2], а также все предшествующие результаты для грязных сверхпроводников получены в предположении о самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка. Другими словами, предполагается, что значение параметра порядка, усредненное по конфигурациям примесей, адекватно описывает поведение системы. Для этого необходимо, чтобы флуктуации параметра порядка в образце, вызванные примесями, были малы. Ниже мы найдем интервал температур t_D около T_c, где это условие не выполняется. Мы покажем, что $t_D \approx t_G^2 \ll t_G$ при $k_F l \gg 1$, и предположение о самоусредняемости параметра порядка далеко от порога локализации оправдано. Однако на пороге локализации $t_D \gtrsim t_G \approx 1$ из-за сильных флуктуаций электронных характеристик вблизи перехода Андерсона. Здесь описание сверхпроводимости с помощью уравнений для усредненного параметра порядка становится непригодным.

Для оценки флуктуационной области t_D мы используем функционал для неусредненного параметра порядка $\Delta(\mathbf{r})$

$$F_s(\Delta) = \int d\mathbf{r}\,[g^{-1}\,|\Delta(\mathbf{r})|^2 - \int d\mathbf{r}' K(\mathbf{r},\mathbf{r}')\Delta(\mathbf{r})\Delta(\mathbf{r}') + \frac{1}{2} B N(E_F)\,|\Delta(\mathbf{r})|^4\,],$$

$$K(\mathbf{r},\mathbf{r}') = T \sum_{\mu,\,\nu,\,n} \varphi_\mu(\mathbf{r})\,\varphi_\mu^*(\mathbf{r}')\,\varphi_\nu(\mathbf{r})\,\varphi_\nu^*(\mathbf{r}') / (i\epsilon_n - \epsilon_\mu)(-i\epsilon_n - \epsilon_\nu), \qquad (1)$$

$$\epsilon_n = \pi T(2n + 1),$$

где $\varphi_\mu(\mathbf{r})$, ϵ_μ есть точные собственные волновые функции и энергии электронов для данной конфигурации примесей, $N(E_F)$ есть усредненное значение плотности электронных состояний на уровне Ферми. Величины $\varphi_\nu(\mathbf{r})$ и ϵ_ν случайны, и поэтому ядро $K(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ зависит от расположения примесей и флуктуирует в пространстве, вызывая соответствующие флуктуации параметра порядка $\Delta(\mathbf{r})$. Мы пренебрегаем флуктуациями параметра эффективного притяжения электронов g, а также коэффициента B, и $B = 7\zeta(3)/8\pi^2 T^2$.

Считая флуктуации ядра малыми, находим из (1) уравнение Гинзбурга – Ландау, описывающее медленные изменения $\Delta(\mathbf{r})$ (флуктуации ядра на масштабах, меньших ξ, усредняются и дают лишь сдвиг температуры перехода). Уравнение ГЛ имеет вид

$$\left[\frac{T_{c0}-T}{T} + A(\mathbf{r}) - B\,|\Delta(\mathbf{r})|^2 + C\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2}\right]\Delta(\mathbf{r}) = 0,$$

$$C = \frac{1}{6}\int K_0(r) r^2 dr, \quad K_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \langle K(\mathbf{r},\mathbf{r}')\rangle,$$

$$A(\mathbf{r}) = \int_0^{\omega_D} \frac{dE}{E}\,\mathrm{th}\frac{E}{2T_{c0}}\left[\frac{N(\mathbf{r},E)}{N(E_F)} - 1\right], \quad N(\mathbf{r},E) = \sum_\nu |\varphi_\nu(\mathbf{r})|^2\,\delta(E-\epsilon_\nu), \quad (2)$$

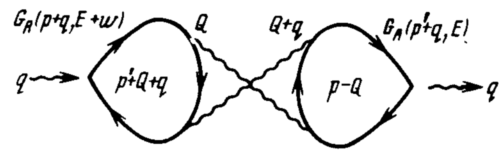
где $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по примесям, $C=\xi^2$ и $N(\mathbf{r},E)$ есть локальная плотность электронных состояний. В (2) мы пренебрегли флуктуациями коэффициента C, заменив $\int K_1(\mathbf{r},\mathbf{r}')\Delta(\mathbf{r}')d\mathbf{r}'$ на $\Delta(\mathbf{r})\int K_1(\mathbf{r},\mathbf{r}')d\mathbf{r}' = A(\mathbf{r})\Delta(\mathbf{r})$, где $K_1(\mathbf{r},\mathbf{r}') = K(\mathbf{r},\mathbf{r}') - K_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$. Параметр T_{c0} в (2) есть температура перехода без учета длинноволновых флуктуаций ядра.

Из (2) видно, что в рассматриваемой нами модели флуктуации $\Delta(\mathbf{r})$ зависят от распределения случайной величины $N(\mathbf{r},E)$, и для дальнейшего анализа нужно найти корреляционную функцию этой величины $S(\mathbf{r},\omega)$. Она определяется через опережающую и запаздывающую функцию Грина электрона $G_{A,R}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ с помощью соотношения

$$S(\mathbf{r},\omega) = [N(E_F)]^{-2}\langle N(\mathbf{r},E_F+\omega)N(0,E_F)\rangle - 1 =$$

$$= [N(E_F)]^{-2}\mathrm{Re}\,[\langle G_A(\mathbf{r},\mathbf{r},E_F+\omega)G_R(0,0,E_F) - G_A(\mathbf{r},\mathbf{r},E_F+\omega)G_A(0,0,E_F)\rangle] - 1. \quad (3)$$

Уравнение (2) при произвольном виде корреляционной функции величины $A(\mathbf{r})$ рассматривалось ранее в связи с изучением влияния структурных неоднородностей образцов на их сверхпроводящие свойства [3, 4] и дальнейший анализ будет проведен аналогично. Из [3, 4] следует, что сверхпроводящие свойства рассматриваемой системы существенно зависят от поведения корреляционной функции $S(q,\omega)$ на малых q, ω.



Вдали от порога локализации функция $S(q,\omega)$ при $q \ll l^{-1}$ и $\omega \ll \tau^{-1} = v_F/l$ найдена в [5] для модели большого числа орбиталей на узле. Такой же результат при $k_F l \gg 1$ дает стандартная методика суммирования ряда теории возмущений по рассеянию на примесях для (3). Основной вклад на малых q, ω дает диаграмма, показанная на рисунке, где волнистая линия соответствует диффузону, а также аналогичная диаграмма с купероном. Функция $S(q,\omega)$ сингулярна на малых q, ω

$$S(q,\omega) \approx \frac{1}{[N(E_F)]^2 D_0^{3/2}}\,\mathrm{Re}\frac{1}{(-i\omega + D_0 q^2)^{1/2}}, \quad (4)$$

где $D_0 = l v_F/3$. На пороге локализации известна скейлинговая зависимость $S(q,\omega)$ [6]

$$S(q,\omega) \approx L_\omega^3 F(qL_\omega), \quad L_\omega = [\omega N(E_F)]^{-1/3}, \quad (5)$$

которая может быть получена также из (4) заменой D_0 на эффективный коэффициент диффузии $D(q,\omega) = L_\omega^{-1} f(qL_\omega)$. Дальнейший анализ показывает, что при интегрировании по

q и ω основной вклад дает область $q < \omega$. В пределе $q/\omega \to 0$ имеем. $f \approx 1$ и $F(x) \approx$ $\approx (1 + x^4)^{-1/4}$.

Используя (2), (4), (5) и проводя вычисления, аналогичные изложенным в [3], видим, что флуктуации величины $N(\mathbf{r}, E)$ дают сдвиг температуры перехода с T_{c0} на T_c и $T_c > T_{c0}$. Кроме того, из-за примесей растут пространственные флуктуации параметра порядка при $T \to T_c$. Ниже T_c при $t \ll 1$ в области $k_F l \gg 1$ флуктуационный вклад из-за беспорядка определяется соотношениями

$$\frac{\langle \Delta^2 \rangle - \langle \Delta \rangle^2}{\langle \Delta \rangle^2} = \left(\frac{t_D}{t}\right)^{1/2}, \quad \langle \Delta \rangle^2 = \frac{t}{B}\left[1 - 7\left(\frac{t_D}{t}\right)^{1/2}\right], \tag{6}$$

где $t_D \approx t_G^2 \approx T_c^2 / E_F^2 k_F^6 l^6$. Вклад термодинамических флуктуаций в дисперсию Δ есть $(t_G/t)^{1/2}$. Таким образом, в трехмерной системе с $k_F l \gg 1$ флуктуации из-за беспорядка значительно слабее, чем термодинамические.

На пороге локализации ниже T_c при $t \ll 1$ величину $(t_D/t)^{1/2}$ в правых частях выражений (6) надо заменить на $|\ln t| / \sqrt{t}$. Вклад термодинамических флуктуаций в этой области порядка $1/\sqrt{t}$, и по порядку величины $t_D \approx t_G \approx 1$, хотя есть основание думать, что флуктуации из-за беспорядка несколько сильнее, чем термодинамические. В диэлектрической области к функции $S(q, \omega)$ на малых $q \ll R_l^{-1}$ добавляется слагаемое $[N(E_F)]^{-1} \delta(\omega)$, и здесь в величинах t_D и t_G есть вклад, растущий примерно как $[N(E_F) T_c R_l^3]^{-2}$ с уменьшением радиуса локализации R_l. Переход от режима слабых пространственных флуктуаций $(t_D \ll t_G)$ к режиму сильных флуктуаций $t_D \approx t_G \approx 1$ происходит при значениях проводимости $\sigma \approx \sigma^* \approx \sigma_c (k_F \xi_0)^{-1/3}$, где $\sigma_c \approx e^2 k_F / \pi^3$ порядка $(2 - 5) \cdot 10^2$ Ом$^{-1} \cdot$ см$^{-1}$.

Мы видим, что примеси не только уменьшают сверхпроводящую корреляционную длину ξ, но и вызывают пространственные флуктуации параметра порядка в образце, растущие по мере приближения системы к переходу Андерсона. Для сверхпроводника вблизи порога локализации из-за сильных пространственных флуктуаций параметра порядка в образце во всей области температур характерен перколяционный механизм экранировки и протекания сверхпроводящего тока [4]. Спектр квазичастиц в них имеет, видимо, бесщелевой характер.

Авторы благодарят Б.И.Альтшулера и Д.Е.Хмельницкого за полезное обсуждение.

Литература

1. *Булаевский Л.Н., Садовский М.В.* Письма в ЖЭТФ, 1984; **39**, 524; J. Low Temp. Phys., 1985, **59**, 89.
2. *Kapitulnik A., Kotliar G.* Phys. Rev. Lett., 1985, **54**, 473; Preprint, 1985.
3. *Ларкин А.И., Овчинников Ю.Н.* ЖЭТФ, 1971, **61**, 1221.
4. *Иоффе Л.Б., Ларкин А.И.* ЖЭТФ, 1981, **81**, 707.
5. *Oppermann R., Wegner F.* Z. Phys., 1979, **B34**, 327.
6. *Wegner F.J.* In Anderson Localization eds. Y. Nagaoka and H. Fukuyama. Springer-Verlag, Springer Series in Solid State Sciences, 1982, **39**, 8.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
20 ноября 1985 г.