

# СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ В ПСЕВДОЩЕЛЕВОМ СОСТОЯНИИ, ВЫЗВАННОМ ФЛУКТУАЦИЯМИ БЛИЖНЕГО ПОРЯДКА

Э. З. Кучинский\*, М. В. Садовский\*\*

Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук  
620016, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 5 сентября 2000 г.

Рассматриваются особенности сверхпроводящего состояния ( $s$ - и  $d$ -спаривание) в простой модели псевдощелевого состояния, вызываемого флуктуациями ближнего порядка (например антиферромагнитного типа), основанной на модели поверхности Ферми с «горячими» участками. Построена система рекуррентных уравнений Горькова, учитывающая все диаграммы теории возмущений по взаимодействию электрона с флуктуациями ближнего порядка. Найдена критическая температура сверхпроводящего перехода и температурное поведение энергетической щели в зависимости от ширины псевдощели и величины корреляционной длины флуктуаций ближнего порядка. В аналогичном приближении дан микроскопический вывод разложения Гинзбурга—Ландау и изучено поведение основных физических характеристик сверхпроводника вблизи температуры перехода как в зависимости от ширины псевдощели, так и от корреляционной длины флуктуаций. Полученные результаты находятся в качественном согласии с рядом экспериментов на недодопированных ВТСП-купратах.

PACS: 74.20.Fg, 74.20.De

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Псевдощелевое состояние, наблюдаемое в широкой области на фазовой диаграмме ВТСП-купратов, приводит к многочисленным аномалиям их свойств как в нормальном, так и в сверхпроводящем состояниях [1]. Существуют два основных теоретических сценария для объяснения этих аномалий. Первый основан на модели формирования куперовских пар уже выше температуры сверхпроводящего перехода [2–4] с последующим установлением их фазовой когерентности при  $T < T_c$ . Второй предполагает, что происхождение псевдощелевого состояния связано с флуктуациями антиферромагнитного (АФМ) ближнего порядка, существующими в области недодопированных составов на фазовой диаграмме [5–7]. В последнее время появился целый ряд экспериментов, достаточно убедительно свидетельствующих в пользу второго сценария [8, 9].

Большинство теоретических работ посвящено рассмотрению моделей псевдощелевого состояния в нормальной фазе при  $T > T_c$ . Нами [10, 11] была

предложена очень простая точно решаемая модель псевдощели, основанная на представлении о существовании «горячих» (плоских) участков на поверхности Ферми. В рамках этой модели было построено разложение Гинзбурга—Ландау для различных типов куперовского спаривания [10], а также проведено исследование особенностей сверхпроводящего состояния в области  $T < T_c$  [11], вызываемых флуктуациями ближнего порядка АФМ-типа. При этом принималась чрезвычайно упрощенная модель гауссовских флуктуаций ближнего порядка с бесконечной корреляционной длиной, что и позволило получить точное решение для псевдощелевого состояния. В реальных системах корреляционная длина АФМ-флуктуаций конечна и сравнительно невелика [6]. Основной целью настоящей работы является обобщение основных результатов работ [10, 11] на случай конечных корреляционных длин флуктуаций антиферромагнитного ближнего порядка и анализ зависимостей основных свойств сверхпроводящего состояния от величины этой корреляционной длины и эффективной ширины псевдощели.

\*E-mail: kuchinsk@iep.uran.ru

\*\*E-mail: sadovski@iep.uran.ru

## 2. МОДЕЛЬ ПСЕВДОЩЕЛЕВОГО СОСТОЯНИЯ

Рассматриваемая упрощенная модель псевдощелевого состояния [10, 11] основана на картине развитых флуктуаций антиферромагнитного ближнего порядка и близка по смыслу к модели «горячих точек» на поверхности Ферми [6]. Предполагается, что поверхность Ферми двумерной электронной системы имеет вид, показанный на рис. 1. Такая поверхность Ферми наблюдалась в ряде ARPES-экспериментов на ВТСП-купратах [12, 13]. Заметим, что предположение о наличии плоских участков не является принципиальным для нашей модели, но значительно упрощает расчеты, которые, в принципе, можно было бы провести и в более реалистической модели горячих точек. Подобная модель поверхности Ферми уже довольно давно рассматривалась в применении к ВТСП-купратам в работах [14–16], где, в частности, были достаточно детально проанализированы микроскопические критерии существования антиферромагнитной и сверхпроводящей фаз. Мы же принимаем чисто феноменологическую модель, в которой предполагается существование в системе статических гауссовских флуктуаций ближнего порядка с корреляционной функцией (структурным фактором) следующего вида [5]:

$$S(\mathbf{q}) = \frac{1}{\pi^2} \frac{\xi^{-1}}{(q_x - Q_x)^2 + \xi^{-2}} \frac{\xi^{-1}}{(q_y - Q_y)^2 + \xi^{-2}}, \quad (1)$$

где  $\xi$  — корреляционная длина флуктуаций, а вектор рассеяния берется в виде  $Q_x = \pm 2k_F$ ,  $Q_y = 0$  или  $Q_y = \pm 2k_F$ ,  $Q_x = 0$ , что подразумевает нали-

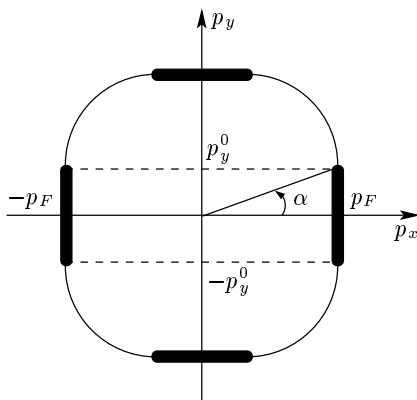


Рис. 1. Поверхность Ферми двумерной системы. Горячие участки показаны толстыми линиями, шириной которых  $\sim \xi^{-1}$

чие несоизмеримых флуктуаций. Факторизованный вид коррелятора (1), введенный в работе [5], сильно упрощает все вычисления, при этом чисто количественно он практически совпадает с обычным изотропным лоренцианом в наиболее существенной для нас области  $|\mathbf{q} - \mathbf{Q}| < \xi^{-1}$  [7].

Наименее оправданным физически является предположение о статическом характере флуктуаций, которое может быть применимо только при достаточно высоких температурах [6, 7]. При низких температурах, в том числе в сверхпроводящей фазе, спиновая динамика, конечно, может оказаться весьма существенной, в том числе и для самой микроскопии куперовского спаривания в рамках модели «почти антиферромагнитной» ферми-жидкости [17, 18]. Мы полагаем, однако, что рассматриваемое статическое приближение может оказаться достаточным для изучения качественного влияния образования псевдощели на сверхпроводимость, которая будет описываться ниже в рамках чисто феноменологического похода теории БКШ.

Эффективное взаимодействие электронов с АФМ-флуктуациями запишем в виде

$$V_{eff} = (2\pi)^2 W^2 S(\mathbf{q}), \quad (2)$$

где параметр  $W$  будет определять энергетический масштаб (ширину) псевдощели. Предполагаем, что с флуктуациями взаимодействуют только электроны с плоских (горячих) участков поверхности Ферми, так что величина  $W$  эффективно отлична от нуля только для для этих электронов [10, 11]. Мы полностью пренебрегаем спиновой структурой взаимодействия, которую можно было бы достаточно легко учесть [6], но это сильно загромодило бы конкретные расчеты. В этом смысле наше рассмотрение буквально применимо к описанию взаимодействия с флуктуациями ближнего порядка типа волн зарядовой, а не спиновой плотности. Мы также полагаем, что это упрощение совершенно несущественно для анализа интересующих нас качественных эффектов влияния псевдощелевого состояния на сверхпроводимость.

Факторизованный вид коррелятора (1) и, соответственно, эффективного взаимодействия (2), приводит к тому, что рассеяние на флуктуациях носит одномерный характер. В пределе бесконечно большой корреляционной длины,  $\xi \rightarrow \infty$ , модель рассеяния на таких флуктуациях имеет точное решение [10, 11, 19]. При конечных  $\xi$  можно построить «почти точное» решение [7], обобщающее одномерный подход, предложенный в работе [20]. При этом

удаётся (приближенно) просуммировать весь диаграммный ряд для одночастичной функции Грина электронов с плоских участков поверхности Ферми (где выполнено условие нестинга электронного спектра  $\xi_{\mathbf{p}\pm\mathbf{Q}} = -\xi_{\mathbf{p}}$ ).

Для вклада произвольной диаграммы для собственно-энергетической части  $N$ -го порядка по взаимодействию (2) записывается следующий анзац [7, 20]:

$$\Sigma^{(N)}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = W^{2N} \prod_{j=1}^{2N-1} G_{0k_j}(\varepsilon, \mathbf{p}), \quad (3)$$

$$G_{0k_j}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{1}{i\varepsilon_n - (-1)^j \xi_{\mathbf{p}} + ik_j \kappa},$$

где  $\kappa = v_F \xi^{-1}$  ( $v_F$  — скорость Ферми),  $k_j$  — число линий взаимодействия, охватывающих  $j$ -ю (от начала) электронную линию в диаграмме,  $\varepsilon_n = 2\pi T(n + 1/2)$  (для определенности считаем  $\varepsilon_n > 0$ ). Таким образом, вклад любой диаграммы определяется, фактически, лишь набором целых чисел  $k_j$ . Любая диаграмма с пересечением линий взаимодействия оказывается равной некоторой диаграмме того же порядка без пересечения линий взаимодействия, и вклад всех диаграмм с пересечениями можно учесть с помощью комбинаторных множителей  $v(k_j)$ , приписываемых линиям взаимодействия на диаграммах без пересечений [20, 7, 6]. В рассматриваемой модели несоизмеримых флуктуаций

$$v(k) = \begin{cases} \frac{k+1}{2} & \text{при нечетных } k, \\ \frac{k}{2} & \text{при четных } k. \end{cases} \quad (4)$$

В результате для одночастичной функции Грина  $G(\varepsilon_n, \mathbf{p})$  электронов с горячих участков возникает следующая рекуррентная процедура (представление в виде цепной дроби) [20, 7, 6]:

$$G_k(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{1}{i\varepsilon_n - (-1)^k \xi_{\mathbf{p}} + ik\kappa - W^2 v(k+1) G_{k+1}(\varepsilon_n, \mathbf{p})}, \quad (5)$$

$$G(\varepsilon_n, \mathbf{p}) \equiv G_0(\varepsilon_n, \mathbf{p}).$$

Диаграммное представление этой процедуры иллюстрирует рис. 2.

Анзац (3) для вклада произвольной диаграммы  $N$ -го порядка обычно не является точным [7, 21]. Однако в двумерном случае можно указать топологии поверхности Ферми, для которых представление (3) является точным [7], в остальных же случаях можно показать [7], что оно в некотором смысле преувеличивает роль конечности корреляционной длины  $\xi$  в

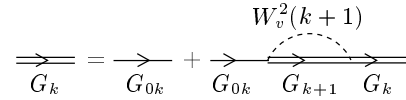


Рис. 2. Диаграммное представление рекуррентного соотношения для одночастичной функции Грина

данном порядке теории возмущений. Для одномерного случая, когда эта проблема является особенно острой [7, 21], оказывается, что для несоизмеримых флуктуаций расчеты плотности состояний на основе приближения (3) дают количественно почти идеальное совпадение [22] с результатами точного численного моделирования этой задачи, проведенного в работах [23, 24]<sup>1)</sup>. В пределе  $\xi \rightarrow \infty$  анзац (3) сводится к точному решению [19], а в пределе  $\xi \rightarrow 0$  при фиксированном значении  $W$  дает физически корректный предел свободных электронов.

За пределами горячих участков электроны с флуктуациями в нашей модели вообще не взаимодействуют и функция Грина остается свободной:

$$G(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = G_{00}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}}}. \quad (6)$$

Рассмотренная модель приводит к нефермижидкостному (двугорбому) поведению спектральной плотности на горячих участках поверхности Ферми и к замытой псевдощели в плотности состояний (ср. аналогичные результаты в модели горячих точек [6, 7]). На холодных участках поверхности Ферми имеем обычное фермижидкостное поведение (свободные электроны).

### 3. УРАВНЕНИЯ ГОРЬКОВА В СВЕРХПРОВОДНИКЕ С ПСЕВДОЩЕЛЬЮ

В работах [10, 11] были проанализированы особенности сверхпроводящего состояния в точно решаемой модели псевдощелевого состояния, вызванного АФМ-флуктуациями ближнего порядка с бесконечной корреляционной длиной ( $\xi \rightarrow \infty$ ). В частности, в работе [11] было показано, что АФМ-флуктуации могут приводить к сильным флуктуациям сверхпроводящего параметра порядка (энергетической щели

<sup>1)</sup> В случае одномерной задачи с соизмеримыми флуктуациями анзац (3) не описывает лишь достаточно слабую дайсоновскую сингулярность плотности состояний вблизи центра псевдощели [23, 24], давая за ее пределами количественно также весьма хорошее приближение точных результатов. Заметим, что в двумерном случае дайсоновская сингулярность плотности состояний, скорее всего, просто отсутствует.

$\Delta$ ), нарушающим стандартное предположение о самоусредняемости щели [25–27], которое позволяет независимо усреднять (по конфигурациям случайного поля статических флуктуаций ближнего порядка) параметр порядка  $\Delta$  и различные комбинации электронных функций Грина, входящие в основные уравнения теории. Обычная аргументация в пользу возможности такого независимого усреднения состоит в следующем [25, 27]: величина  $\Delta$  изменяется на характерных масштабах длины порядка длины когерентности,  $\xi_0 \sim v_F/\Delta_0$ , теории БКШ, тогда как функции Грина быстро меняются на значительно меньших масштабах порядка межатомных расстояний. Естественно, что последнее предположение становится неверным, если в электронной подсистеме появляется новая характерная длина,  $\xi \rightarrow \infty$ . Вместе с тем, в условиях, когда антиферромагнитная корреляционная длина  $\xi \ll \xi_0$  (т.е. когда АФМ-флуктуации коррелируют на расстояниях меньше характерного размера куперовских пар), предположение о самоусредняемости  $\Delta$  должно сохраняться, нарушаясь только в области  $\xi > \xi_0$ . Поэтому ниже все рассмотрение проводится в предположении самоусредняемости энергетической щели сверхпроводника по АФМ-флуктуациям, что позволяет использовать стандартный подход теории неупорядоченных сверхпроводников (среднеполевое приближение в терминологии работы [11]). При этом остается в стороне очень интересный вопрос о сверхпроводимости в отсутствие самоусредняемости параметра порядка. Заметим, что в реальных ВТСП-купратах, по-видимому, всегда  $\xi \sim \xi_0$ , так что они попадают в наиболее сложную для теории область параметров.

Аналогично работам [10, 11] предположим, что сверхпроводящее спаривание обусловлено потенциалом притяжения следующего простейшего вида:

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = V(\phi, \phi') = -Ve(\phi)e(\phi'), \quad (7)$$

где  $\phi$  — полярный угол, определяющий направление электронного импульса  $\mathbf{p}$  в плоскости, а для  $e(\phi)$  принимаем простейшую модельную зависимость:

$$e(\phi) = \begin{cases} 1 & (s\text{-спаривание}), \\ \sqrt{2} \cos(2\phi) & (d\text{-спаривание}). \end{cases} \quad (8)$$

Константа притяжения  $V$ , как обычно, считается отличной от нуля в некотором слое шириной  $2\omega_c$  в окрестности уровня Ферми ( $\omega_c$  — характерная частота квантов, обеспечивающая притяжение электро-

нов). В этом случае сверхпроводящая щель имеет вид

$$\Delta(\mathbf{p}) \equiv \Delta(\phi) = \Delta e(\phi). \quad (9)$$

В дальнейшем, чтобы не загромождать формулы, под щелью  $\Delta$  будем понимать именно  $\Delta(\phi)$ , явно выписывая угловую зависимость только там, где это необходимо.

В сверхпроводящем состоянии теория возмущений по взаимодействию с АФМ-флуктуациями (1) должна строиться на «свободных» нормальных и аномальных функциях Грина сверхпроводника:

$$G_{00}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = -\frac{i\varepsilon_n + \xi_{\mathbf{p}}}{\varepsilon_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2 + |\Delta|^2}, \quad (10)$$

$$F_{00}^+(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{\Delta^*}{\varepsilon_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2 + |\Delta|^2}.$$

В рассматриваемой модели с плоскими участками на поверхности Ферми электронный спектр на участках, ортогональных оси  $p_x$ , имеет вид  $\xi_{\mathbf{p}} = v_F(|p_x| - p_F)$ , поскольку скорость электрона  $\mathbf{v}$  перпендикулярна оси  $p_y$  (симметричная ситуация имеет место и на участках, ортогональных  $p_y$ ). Поэтому в случае  $s$ -спаривания, когда  $\Delta$  не зависит от направления импульса, в модели со взаимодействием вида (1), (2) происходит полная одномеризация задачи. В случае  $d$ -спаривания ситуация сложнее, так как даже на плоских участках, ортогональных  $p_x$ , величина  $\Delta(\phi)$  зависит от  $p_y$  (и симметрично на участках ортогональных  $p_y$ ). Поэтому, при рассмотрении  $d$ -спаривания удобно вместо (1) выбрать коррелятор флуктуаций в виде

$$S(\mathbf{q}) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\xi^{-1}}{(q_x \mp 2p_F)^2 + \xi^{-2}} \delta(q_y) + \frac{\xi^{-1}}{(q_y \mp 2p_F)^2 + \xi^{-2}} \delta(q_x) \right\}. \quad (11)$$

В этом случае взаимодействие не меняет  $p_y$ ,  $p_x$  на плоских участках, ортогональных соответственно  $p_x$  и  $p_y$ , и задача опять полностью одномеризуется.

Теперь можно сформулировать аналог приближения (3) и в сверхпроводящем состоянии. Подробности обоснования формулируемых ниже соотношений приведены в Приложении А. Вклад произвольной диаграммы  $N$ -го порядка по взаимодействию (2) в полную нормальную или аномальную функцию Грина имеет вид произведения  $N + 1$  «свободных» нормальных  $G_{0k_j}$  и аномальных  $F_{0k_j}^+$  функций Грина с определенным образом перенормированными частотами и щелями (см. ниже). Здесь  $k_j$  — число

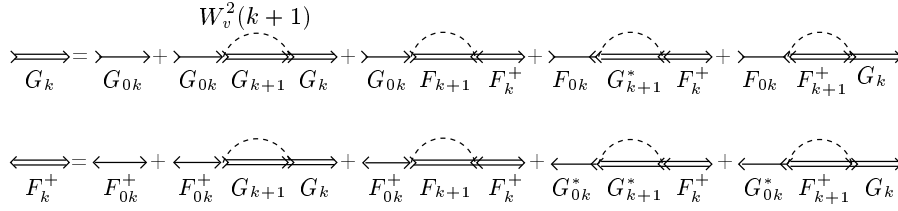


Рис. 3. Диаграммное представление рекуррентных соотношений для уравнений Горькова

линий взаимодействия, охватывающих данную  $j$ -ю (от начала диаграммы) электронную линию. Как и в нормальной фазе, вклад любой диаграммы определяется набором целых чисел  $k_j$ , а каждая диаграмма с пересечением линий взаимодействия оказывается равной некоторой диаграмме того же порядка без пересечения этих линий. Поэтому можно снова рассматривать лишь диаграммы без пересечения линий взаимодействия с учетом вклада остальных диаграмм с помощью тех же комбинаторных множителей  $v(k)$ , приписываемых линиям взаимодействия, что и в нормальной фазе. В результате получаем диаграммный аналог уравнений Горькова [28], приведенный на рис. 3. Соответственно возникают два связанных рекуррентных уравнения для нормальных и аномальных функций Грина:

$$\begin{aligned}
 G_k &= G_{0k} + G_{0k} \tilde{G} G_k - G_{0k} \tilde{F} F_k^+ - \\
 &\quad - F_{0k} \tilde{G}^* F_k^+ - F_{0k} \tilde{F}^+ G_k, \\
 F_k^+ &= F_{0k}^+ + F_{0k}^+ \tilde{G} G_k - F_{0k}^+ \tilde{F} F_k^+ + \\
 &\quad + G_{0k}^* \tilde{G}^* F_k^+ + G_{0k}^* \tilde{F}^+ G_k,
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

где

$$\tilde{G} = W^2 v(k+1) G_{k+1}, \quad \tilde{F}^+ = W^2 v(k+1) F_{k+1}^+, \tag{13}$$

$$G_{0k}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = -\frac{i\varepsilon_n + (-1)^k \xi_{\mathbf{p}}}{\tilde{\varepsilon}_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2 + |\tilde{\Delta}|^2}, \tag{14}$$

$$F_{0k}^+(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{\tilde{\Delta}^*}{\tilde{\varepsilon}_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2 + |\tilde{\Delta}|^2}$$

и введены перенормированные частота  $\tilde{\varepsilon}$  и щель  $\tilde{\Delta}$ :

$$\tilde{\varepsilon}_n = \eta_k \varepsilon_n, \quad \tilde{\Delta} = \eta_k \Delta, \quad \eta_k = 1 + \frac{k\kappa}{\sqrt{\varepsilon_n^2 + |\Delta|^2}} \tag{15}$$

аналогичные тем, которые возникают при рассмотрении сверхпроводников с примесями [28].

Из (12)–(15) легко получить систему рекуррентных соотношений непосредственно для действительной и мнимой частей нормальной функции Грина и для аномальной функции Грина:

$$\text{Im } G_k = \frac{\tilde{\varepsilon} - \text{Im } \tilde{G}}{(\tilde{\varepsilon} - \text{Im } \tilde{G})^2 + ((-1)^k \xi_{\mathbf{p}} + \text{Re } \tilde{G})^2 + |\tilde{\Delta} + \tilde{F}|^2},$$

$$\begin{aligned}
 \text{Re } G_k &= \frac{(-1)^k \xi_{\mathbf{p}} + \text{Re } \tilde{G}}{(\tilde{\varepsilon} - \text{Im } \tilde{G})^2 + ((-1)^k \xi_{\mathbf{p}} + \text{Re } \tilde{G})^2 + |\tilde{\Delta} + \tilde{F}|^2}, \\
 F_k^+ &= \frac{\tilde{\Delta}^* + \tilde{F}^+}{(\tilde{\varepsilon} - \text{Im } \tilde{G})^2 + ((-1)^k \xi_{\mathbf{p}} + \text{Re } \tilde{G})^2 + |\tilde{\Delta} + \tilde{F}|^2}.
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned}
 \text{Im } G_k &= -\varepsilon_n J_k, \quad \text{Re } G_k = -(-1)^k \xi_{\mathbf{p}} R_k, \\
 F_k^+ &= \Delta^* f_k.
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Тогда оказывается, что рекуррентные соотношения для  $J_k$  и  $f_k$  полностью совпадают, так что  $J_k = f_k$ . Окончательно получаем следующую систему рекуррентных уравнений для  $J_k$  и  $R_k$ :

$$\begin{aligned}
 J_k &= [\eta_k + W^2 v(k+1) J_{k+1}] \times \\
 &\quad \times \left[ (\varepsilon_n^2 + \Delta^2)^{1/2} (\eta_k + W^2 v(k+1) J_{k+1})^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \xi_{\mathbf{p}}^2 (1 + W^2 v(k+1) R_{k+1})^2 \right]^{-1}, \\
 R_k &= [1 + W^2 v(k+1) R_{k+1}] \times \\
 &\quad \times \left[ (\varepsilon_n^2 + \Delta^2)^{1/2} (\eta_k + W^2 v(k+1) J_{k+1})^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \xi_{\mathbf{p}}^2 (1 + W^2 v(k+1) R_{k+1})^2 \right]^{-1}.
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Интересующие нас нормальная и аномальная функции Грина сверхпроводника определяются через  $R_0$  и  $J_0$ :

$$\text{Im } G = -\varepsilon_n J_0, \quad \text{Re } G = -\xi_{\mathbf{p}} R_0, \quad F^+ = \Delta^* J_0 \tag{19}$$

и представляют собой полностью просуммированный ряд теории возмущений по взаимодействию электрона в сверхпроводнике с флуктуациями антиферромагнитного ближнего порядка.

#### 4. КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА И ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ЩЕЛИ

Энергетическая щель сверхпроводника определяется уравнением

$$\Delta(\mathbf{p}) = -T \sum_{\mathbf{p}'} \sum_{\varepsilon_n} V_{sc}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') F(\varepsilon_n, \mathbf{p}'). \tag{20}$$

На плоских участках поверхности Ферми аномальная функция Грина определяется из (19) с помощью рекуррентной процедуры (18). На остальной (холодной) части поверхности Ферми рассеяние на АФМ-флуктуациях в нашей модели отсутствует и аномальная функция Грина имеет вид как в (10). В результате для случая  $s$ -спаривания уравнение (20) с учетом (8) принимает вид

$$1 = \lambda \left\{ \tilde{\alpha} T \sum_{\varepsilon_n} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi J_0(\varepsilon_n \xi) + (1 - \tilde{\alpha}) \times \right. \\ \left. \times \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{\text{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2}}{2T}}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2}} \right\}, \quad (21)$$

где  $\lambda = VN_0(0)$  — безразмерная константа взаимодействия спаривания ( $N_0(0)$  — плотность состояний свободных электронов на уровне Ферми),  $\tilde{\alpha} = 4\alpha/\pi$ , где  $\alpha$  — угловой размер плоского участка поверхности Ферми (см. рис. 1). При численных расчетах мы достаточно произвольно в дальнейшем принимаем  $\tilde{\alpha} = 2/3$ , т. е.  $\alpha = \pi/6$ , что близко, например, к данным [12].

В случае  $d$ -спаривания необходимо учесть угловую зависимость щели (9) и уравнение (20) принимает вид

$$1 = \lambda \frac{4}{\pi} \left\{ T \int_0^{\alpha} d\phi e^2(\phi) \sum_{\varepsilon_n} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi J_0(\varepsilon_n \xi) + \right. \\ \left. + \int_{\alpha}^{\pi/4} d\phi e^2(\phi) \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{\text{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2 e^2(\phi)}}{2T}}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2 e^2(\phi)}} \right\}. \quad (22)$$

На рисунке 4 приведены рассчитанные из уравнения (21) температурные зависимости щели для случая  $s$ -спаривания при различных значениях корреляционной длины (параметра  $\kappa = v_F \xi^{-1}$ ) флуктуаций. Для случая  $d$ -спаривания соответствующие качественные зависимости совершенно аналогичны.

Уравнение для температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  следует непосредственно из (21), (22) при  $\Delta \rightarrow 0$ . В этом случае  $J_0(\Delta \rightarrow 0)$  не зависит от  $\phi$  и одинаково для  $s$ - и  $d$ -спаривания. Соответственно, уравнение для  $T_c$  имеет вид

$$1 = \lambda \left\{ \alpha_{eff} T_c \sum_{\varepsilon_n} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi J_0(\varepsilon_n \xi; \Delta \rightarrow 0) + \right. \\ \left. + (1 - \alpha_{eff}) \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{\text{th}(\xi/2T_c)}{\xi} \right\}, \quad (23)$$

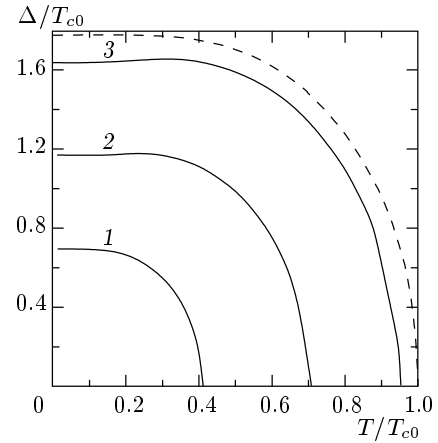


Рис. 4. Температурная зависимость сверхпроводящей щели в случае  $s$ -спаривания для различных значений корреляционной длины (параметра  $\kappa = v_F \xi^{-1}$ ) АФМ-флуктуаций, рассчитанная для  $\lambda = 0.4$ ,  $\omega_c/W = 3$ :  $\kappa/W = 0$  (1), 1.0 (2), 10.0 (3). Штриховая кривая —  $\Delta(T)$  в отсутствие псевдощели

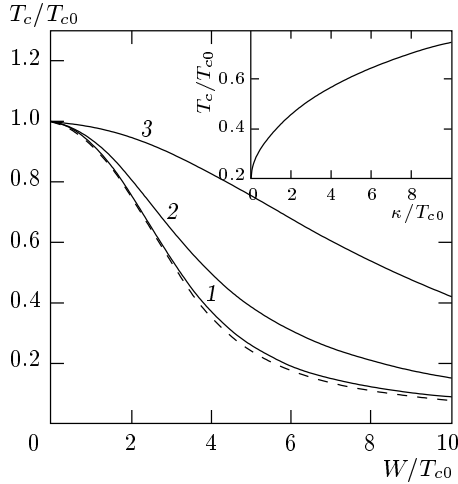
где «эффективная» доля плоских участков на поверхности Ферми определена как

$$\alpha_{eff} = \begin{cases} \tilde{\alpha} & (s\text{-спаривание}), \\ \tilde{\alpha} + \frac{1}{\pi} \sin(\pi\tilde{\alpha}) & (d\text{-спаривание}). \end{cases} \quad (24)$$

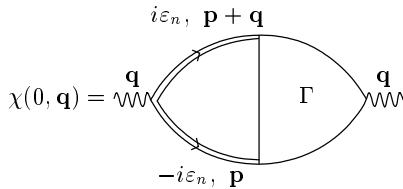
Рассчитанные зависимости  $T_c$  от ширины псевдощели  $W$  и корреляционной длины (параметра  $\kappa = v_F \xi^{-1}$ ) приведены на рис. 5 ( $T_{c0}$  — температура перехода в отсутствие псевдощели).

Общий качественный вывод совпадает со сделанным в работах [10, 11]: псевдощель подавляет сверхпроводимость за счет частичной «диэлектризации» электронного спектра на горячих участках поверхности Ферми. Эффект подавления максимален при  $\kappa = 0$  (бесконечная корреляционная длина АФМ-флуктуаций) [10, 11] и уменьшается с уменьшением корреляционной длины, что вполне соответствует экспериментальной фазовой диаграмме ВТСП-систем.

Подчеркнем еще раз, что все приведенные результаты справедливы в предположении самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка (щели) по АФМ-флуктуациям (среднеполевое приближение [11]), что верно при не слишком больших значениях корреляционной длины  $\xi < \xi_0$ , где  $\xi_0$  — длина когерентности сверхпроводника (размер куперовских пар при  $T = 0$ ). При  $\xi \gg \xi_0$  возникают существенные эффекты несамоусредняемости, проявляющиеся в возникновении характерных «хвостов»



**Рис. 5.** Зависимость температуры сверхпроводящего перехода от ширины псевдощели  $W$  и корреляционной длины АФМ-флуктуаций (параметра  $\kappa = v_F \xi^{-1}$ ):  $\kappa/W = 0.1$  (1), 1.0 (2), 10.0 (3). Штриховая кривая соответствует  $\kappa = 0$  [10]. На вставке: зависимость  $T_c$  от  $\kappa$  при  $W/T_{c0} = 5$



**Рис. 6.** Диаграмма для обобщенной куперовской восприимчивости

температурной зависимости усредненной щели в области  $T_c < T < T_{c0}$  [11].

**5. КУПЕРОВСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ. РЕКУРРЕНТНАЯ ПРОЦЕДУРА ДЛЯ ВЕРШИННОЙ ЧАСТИ**

Хорошо известно, что критическая температура может быть определена и другим способом, а именно, из уравнения для куперовской неустойчивости нормальной фазы:

$$1 - V\chi(0, 0) = 0, \tag{25}$$

где обобщенная куперовская восприимчивость определяется графиком рис. 6. При этом возникает задача вычисления «треугольной» вершинной части, учитывающей взаимодействие с АФМ-флуктуациями. Для одномерного аналога нашей задачи (и для действительных частот,  $T = 0$ )

соответствующая рекуррентная процедура была сформулирована в работах [29]. Для рассматриваемой здесь двумерной модели на этой основе были проведены расчеты оптической проводимости [30]. Данная процедура достаточно легко обобщается на случай мацубаровских частот. Ниже, для определенности, считаем  $\epsilon_n > 0$ . Тогда имеем

$$\Gamma_{k-1}(\epsilon_n, -\epsilon_n, \mathbf{q}) = 1 + W^2 v(k) G_k \bar{G}_k \left\{ 1 + \frac{2ik\kappa}{2i\epsilon_n - (-1)^k v_F q - W^2 v(k+1)(G_{k+1} - \bar{G}_{k+1})} \right\} \times \tag{26}$$

$$\times \Gamma_k(\epsilon_n, -\epsilon_n, \mathbf{q}),$$

$$\Gamma(\epsilon_n, -\epsilon_n, \mathbf{q}) \equiv \Gamma_0(\epsilon_n, -\epsilon_n, \mathbf{q}),$$

где  $G_k = G_k(\epsilon_n, \mathbf{p} + \mathbf{q})$  и  $\bar{G}_k = G_k(-\epsilon_n, \mathbf{p})$  вычисляются согласно (5).

Для нахождения  $T_c$  нас интересует вершина при  $\mathbf{q} = 0$ . Тогда  $\bar{G}_k = G_k^*$  и вершины  $\Gamma_k$  становятся вещественными, что существенно упрощает процедуру (26). Используя обозначения аналогичные (17), из (5), (26) получаем

$$\Gamma_{k-1} = 1 + W^2 v(k) \frac{J_k}{1 + W^2 v(k+1) J_{k+1}} \Gamma_k, \tag{27}$$

а для  $R_k$  и  $J_k$  возникают рекуррентные соотношения, совпадающие с (18) при  $\Delta = 0$ .

Имеет место следующее точное соотношение (доказательство которого будет приведено ниже) типа тождества Уорда:

$$G(\epsilon_n, \mathbf{p}) G(-\epsilon_n, \mathbf{p}) \Gamma(\epsilon_n, -\epsilon_n, 0) = (\xi_p^2 R_0^2(\epsilon_n, \xi_p) + \epsilon_n^2 J_0(\epsilon_n, \xi_p)) \times \tag{28}$$

$$\times \Gamma_0(\epsilon_n, -\epsilon_n, 0) \equiv J_0(\epsilon_n, \xi_p) = -\frac{1}{\epsilon_n}(\epsilon_n, \mathbf{p}).$$

Численное исследование полностью подтверждает это соотношение, демонстрируя полную согласованность рекуррентных процедур для одночастичной функции Грина и вершинной части<sup>2)</sup>. Поскольку  $J_0(\Delta \rightarrow 0)$  совпадает с  $J_0$  в нормальной фазе, соотношение (28) приводит к тому, что уравнение для

<sup>2)</sup> Заметим, что аналитическое доказательство этого соотношения путем непосредственного сравнения самих рекуррентных процедур для функции Грина и вершинной части совершенно не очевидно.

$T_c$ , полученное из условия куперовской неустойчивости (25):

$$1 = \lambda \left\{ \alpha_{eff} T_c \sum_{\varepsilon_n} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi (\xi_{\mathbf{p}}^2 R_0^2(\varepsilon_n, \xi_{\mathbf{p}}) + \varepsilon_n^2 J_0(\varepsilon_n, \xi_{\mathbf{p}})) \times \right. \\ \left. \times \Gamma_0(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, 0) + (1 - \alpha_{eff}) \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{\text{th}(\xi/2T_c)}{\xi} \right\}, \quad (29)$$

и уравнение (23), полученное в результате линеаризации уравнения для щели, просто совпадают, несмотря на, казалось бы, совершенно различные рекуррентные процедуры для учета АФМ-флуктуаций, использованные при их выводе.

### 6. РАЗЛОЖЕНИЕ ГИНЗБУРГА—ЛАНДАУ

В работе [10] было построено разложение Гинзбурга — Ландау в точно решаемой модели псевдощели с бесконечной корреляционной длиной АФМ-флуктуаций. Здесь мы обобщим эти результаты на случай конечных корреляционных длин.

Разложение Гинзбурга—Ландау для разности плотностей свободных энергий сверхпроводящего и нормального состояний запишем в стандартном виде:

$$F_s - F_n = A|\Delta_{\mathbf{q}}|^2 + q^2 C|\Delta_{\mathbf{q}}|^2 + \frac{B}{2}|\Delta_{\mathbf{q}}|^4, \quad (30)$$

где  $\Delta_{\mathbf{q}}$  — амплитуда фурье-компоненты параметра порядка:

$$\Delta(\phi, \mathbf{q}) = \Delta_q e(\phi). \quad (31)$$

Разложение (30) определяется графиками петлевого разложения для свободной энергии в поле флуктуаций параметра порядка с малым волновым вектором  $\mathbf{q}$  [10].

Представим коэффициенты Гинзбурга—Ландау в виде

$$A = A_0 K_A, \quad C = C_0 K_C, \quad B = B_0 K_B, \quad (32)$$

где через  $A_0$ ,  $C_0$  и  $B_0$  обозначены стандартные выражения для этих коэффициентов в случае изотропного  $s$ -спаривания:

$$A_0 = N_0(0) \frac{T - T_c}{T_c}, \quad C_0 = N_0(0) \frac{7\zeta(3)}{32\pi^2} \frac{v_F^2}{T_c^2}, \\ B_0 = N_0(0) \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T_c^2}. \quad (33)$$

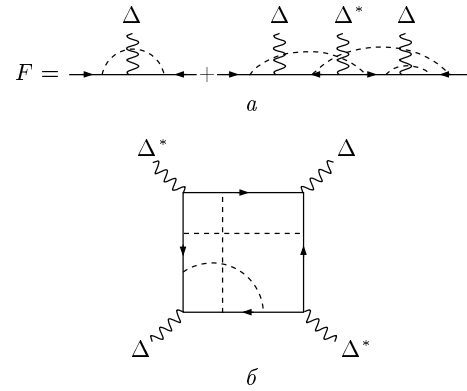


Рис. 7. а) Диаграммный ряд для аномальной функции Грина, штриховые линии — АФМ-флуктуации; б) диаграмма, определяющая коэффициент  $K_B$

Тогда все особенности рассматриваемой модели, связанные с появлением псевдощели, содержатся в безразмерных коэффициентах  $K_A$ ,  $K_C$  и  $K_B$ . В отсутствие псевдощели все эти коэффициенты равны единице, только в случае  $d$ -спаривания имеем  $K_B = 3/2$ . Поэтому для  $d$ -спаривания будем нормировать  $K_B$  на эту величину, приводя численные результаты для  $\tilde{K}_B = (2/3)K_B$ .

Рассмотрим обобщенную куперовскую восприимчивость (рис. 6):

$$\chi(\mathbf{q}, 0; T) = -T \sum_{\varepsilon_n} \sum_{\mathbf{p}} G(\varepsilon_n, \mathbf{p} + \mathbf{q}) \times \\ \times G(-\varepsilon_n, \mathbf{p}) e^2(\phi) \Gamma(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}). \quad (34)$$

С использованием (28) нетрудно представить коэффициенты  $K_A$  и  $K_C$  в виде:

$$K_A = \frac{\chi(\mathbf{q}, 0; T) - \chi(0, 0; T_c)}{A_0} = \alpha_{eff} \frac{T_c}{T - T_c} \times \\ \times \left\{ T \sum_{\varepsilon_n = \pi T(2n+1) - \omega_c} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi J_0(\varepsilon_n, \xi) - \right. \\ \left. - T_c \sum_{\varepsilon_n = \pi T_c(2n+1) - \omega_c} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi J_0(\varepsilon_n, \xi) \right\} + 1 - \alpha_{eff}, \quad (35)$$

$$K_C = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\chi(\mathbf{q}, 0; T_c) - \chi(0, 0; T_c)}{q^2 C_0} = \\ = \frac{32\pi^2 T_c^3}{7\zeta(3) v_F q^2} \alpha_{eff} \left\{ \sum_{\varepsilon_n = \pi T_c(2n+1) - \omega_c} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi J_0(\varepsilon_n, \xi) - \right.$$



$$- \sum_{\varepsilon = \pi T_c(2n+1) - \omega_c}^{\omega_c} \int d\xi G\left(\varepsilon_n, \xi + \frac{1}{2}v_F q\right) \times \\ \times \Gamma(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, q) G\left(-\varepsilon_n, \xi - \frac{1}{2}v_F q\right) \Big\} + 1 - \alpha_{eff}. \quad (36)$$

Ситуация с коэффициентом  $B$  в общем случае гораздо сложнее. Существенные упрощения возникают, если ограничиться в порядке  $|\Delta_q|^4$ , как это обычно и делается, случаем  $q = 0$ . Тогда коэффициент  $B$  может быть определен непосредственно из аномальной функции Грина  $F$ , для которой у нас уже имеется рекуррентная процедура (18), (19). В самом деле, рассмотрим диаграммный ряд для аномальной функции Грина, показанный на рис. 7а. Из него ясно, что

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{F(\varepsilon_n, \mathbf{p})}{\Delta} = G(\varepsilon_n, \mathbf{p})G(-\varepsilon_n, \mathbf{p}) + \dots = \\ = G(\varepsilon_n, \mathbf{p})G(-\varepsilon_n, \mathbf{p})\Gamma(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, 0), \quad (37)$$

что, кстати, с учетом (19) сразу доказывает соотношение (28). Поэтому для двухчастичной петли  $\chi(0, 0)$  имеем

$$\chi(0, 0) = T \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\varepsilon_n} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{F(\varepsilon_n, \mathbf{p})}{\Delta} = \\ = T \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\varepsilon_n} J_0(\Delta = 0). \quad (38)$$

Для «четырёххвостки» рис. 7б, определяющей коэффициент  $B$ , аналогично получаем

$$- T \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\varepsilon_n} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{F(\varepsilon_n \mathbf{p})/\Delta - \lim_{\Delta \rightarrow 0} F(\varepsilon_n \mathbf{p})/\Delta}{|\Delta|^2} = \\ = -T \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\varepsilon_n} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{J_0(\Delta) - J_0(\Delta = 0)}{|\Delta|^2}, \quad (39)$$

где  $J_0(\Delta)$  определяется рекуррентной процедурой (18). В результате для безразмерного коэффициента  $K_B$  имеем

$$K_B = \alpha_B \frac{8\pi^2 T_c^3}{7\zeta(3)} \times \\ \times \sum_{\varepsilon_n} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{J_0(\Delta = 0) - J_0(\Delta)}{|\Delta|^2} + 1 - \alpha_B, \quad (40)$$

где

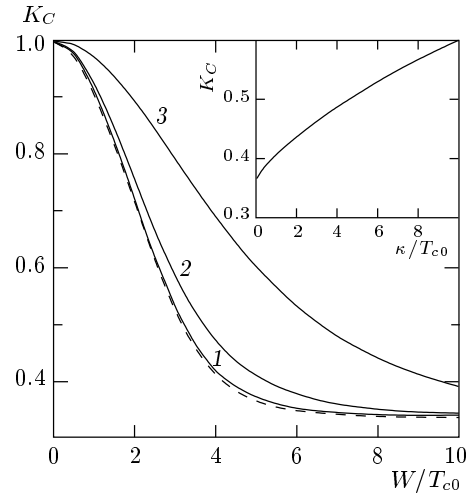


Рис. 8. Зависимость коэффициента  $K_C$  от ширины псевдощели  $W$  и корреляционной длины АФМ-флуктуаций (параметра  $\kappa = v_F \xi^{-1}$ ):  $\kappa/W = 0.1$  (1), 1.0 (2), 10.0 (3). Штриховая кривая соответствует  $\kappa = 0$  [10]. На вставке: зависимость  $K_C$  от  $\kappa$  при  $W/T_{c0} = 5$

$$\alpha_B =$$

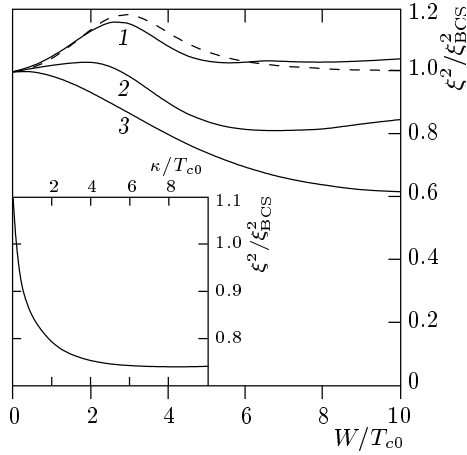
$$= \begin{cases} \tilde{\alpha} & (s\text{-спаривание}), \\ \tilde{\alpha} + \frac{4}{3\pi} \sin \pi \tilde{\alpha} + \frac{1}{6\pi} \sin 2\pi \tilde{\alpha} & (d\text{-спаривание}). \end{cases} \quad (41)$$

Полученные выражения позволяют провести непосредственные численные расчеты коэффициентов  $K_A, K_C, K_B$ . На рисунке 8, для примера, показана рассчитанная зависимость  $K_C$  от ширины псевдощели  $W$  и корреляционной длины АФМ-флуктуаций (параметра  $\kappa = v_F \xi^{-1}$ ). Соответствующие зависимости  $K_A$  и  $K_B$  качественно совершенно аналогичны. В частности, при  $\kappa = 0$  имеем просто  $K_B = K_C$  [10].

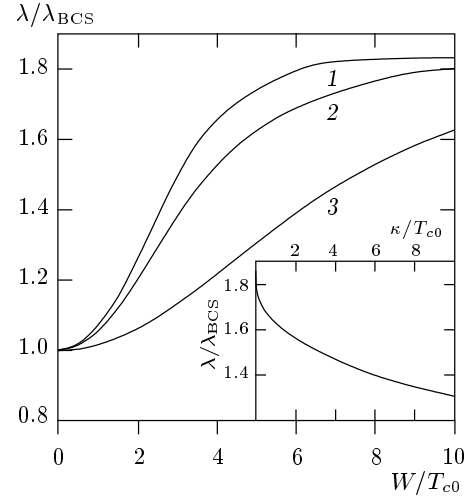
### 7. ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СВЕРХПРОВОДНИКОВ С ПСЕВДОЩЕЛЬЮ

Уравнения Гинзбурга—Ландау определяют две характерные длины сверхпроводников: длину когерентности и глубину проникновения магнитного поля.

Длина когерентности при данной температуре



**Рис. 9.** Зависимость длины когерентности от ширины псевдощели  $W$  и корреляционной длины АФМ-флуктуаций (параметра  $\kappa = v_F \xi^{-1}$ ):  $\kappa/W = 0.1$  (1), 1.0 (2), 10.0 (3). Штриховая кривая соответствует  $\kappa = 0$  [10]. На вставке: зависимость длины когерентности от  $\kappa$  при  $W/T_{c0} = 5$



**Рис. 10.** Зависимость глубины проникновения от ширины псевдощели  $W$  и корреляционной длины АФМ-флуктуаций (параметра  $\kappa = v_F \xi^{-1}$ ):  $\kappa/W = 0.1$  (1), 1.0 (2), 10.0 (3). На вставке: зависимость глубины проникновения от  $\kappa$  при  $W/T_{c0} = 5$

$\xi(T)$  дает характерный масштаб неоднородностей параметра порядка  $\Delta$ :

$$\xi^2(T) = -C/A. \tag{42}$$

В отсутствие псевдощели

$$\xi_{BCS}^2(T) = -C_0/A_0, \tag{43}$$

$$\xi_{BCS}(T) \approx 0.74\xi_0/\sqrt{1 - T/T_c}, \tag{44}$$

где  $\xi_0 = 0.18v_F/T_c$ . В рассматриваемой модели

$$\xi^2(T)/\xi_{BCS}^2(T) = K_C/K_A. \tag{45}$$

Соответствующие зависимости  $\xi^2(T)/\xi_{BCS}^2(T)$  от ширины псевдощели  $W$  и корреляционной длины флуктуаций (параметра  $\kappa$ ) для случая  $d$ -спаривания приведены на рис. 9. Заметим, что изменения длины когерентности относительно невелики.

Для глубины проникновения магнитного поля сверхпроводника без псевдощели имеем

$$\lambda_{BCS}(T) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - T/T_c}}, \tag{46}$$

где  $\lambda_0^2 = mc^2/4\pi ne^2$  определяет глубину проникновения при  $T = 0$ . В общем случае

$$\lambda^2(T) = -\frac{c^2}{32\pi e^2} \frac{B}{AC}. \tag{47}$$

Тогда в рассматриваемой модели

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda_{BCS}(T)} = \left( \frac{K_B}{K_A K_C} \right)^{1/2}. \tag{48}$$

Графические зависимости этой величины для случая  $d$ -спаривания показаны на рис. 10.

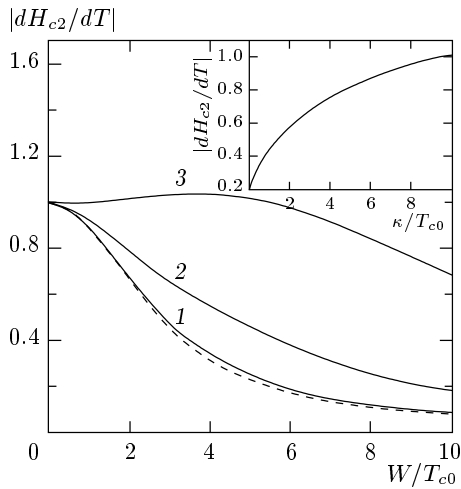
Вблизи  $T_c$  верхнее критическое поле  $H_{c2}$  определяется через коэффициенты Гинзбурга—Ландау как

$$H_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi\xi^2(T)} = -\frac{\phi_0}{2\pi} \frac{A}{C}, \tag{49}$$

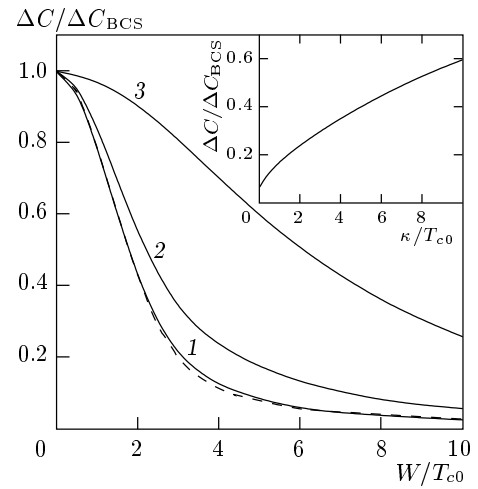
где  $\phi_0 = c\pi/e$  — квант магнитного потока. Тогда наклон кривой верхнего критического поля вблизи  $T_c$

$$\left| \frac{dH_{c2}}{dT} \right|_{T_c} = \frac{24\pi\phi_0}{7\zeta(3)v_F^2} T_c \frac{K_A}{K_C}. \tag{50}$$

Графические зависимости производной  $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ , нормированной на производную при температуре  $T_{c0}$ , от эффективной ширины псевдощели  $W$  и параметра корреляционной длины  $\kappa$  для случая  $d$ -спаривания показаны на рис. 11. Видно, что производная от поля при достаточно больших корреляционных длинах быстро убывает с увеличением ширины псевдощели. Однако при достаточно коротких корреляционных длинах может наблюдаться слабый рост этого параметра при малых ширинах псевдощели. При фиксированной ширине псевдощели функция  $dH_{c2}/dT$  заметно растет при уменьшении корреляционной длины флуктуаций.



**Рис. 11.** Зависимость наклона верхнего критического поля от ширины псевдощели  $W$  и корреляционной длины АФМ-флуктуаций (параметра  $\kappa = v_F \xi^{-1}$ ):  $\kappa/W = 0.1$  (1), 1.0 (2), 10.0 (3). Штриховая кривая соответствует  $\kappa = 0$  [10]. На вставке: зависимость наклона  $H_{c2}$  от  $\kappa$  при  $W/T_{c0} = 5$



**Рис. 12.** Зависимость скачка теплоемкости от ширины псевдощели  $W$  и корреляционной длины АФМ-флуктуаций (параметра  $\kappa = v_F \xi^{-1}$ ):  $\kappa/W = 0.1$  (1), 1.0 (2), 10.0 (3). Штриховая кривая соответствует  $\kappa = 0$  [10]. На вставке: зависимость скачка теплоемкости от  $\kappa$  при  $W/T_{c0} = 5$

Рассмотрим, наконец, скачок теплоемкости в точке перехода:

$$\frac{C_s - C_n}{\Omega} = \frac{T_c}{B} \left( \frac{A}{T - T_c} \right)^2, \quad (51)$$

где  $C_s, C_n$  — соответственно, теплоемкости сверхпроводящего и нормального состояний,  $\Omega$  — объем образца. При температуре  $T_{c0}$  (в отсутствие псевдощели,  $W = 0$ )

$$\left( \frac{C_s - C_n}{\Omega} \right)_{T_{c0}} = N(0) \frac{8\pi^2 T_{c0}}{7\zeta(3)}. \quad (52)$$

Тогда относительный скачок теплоемкости в рассматриваемой модели можно записать как

$$\frac{(C_s - C_n)_{T_c}}{(C_s - C_n)_{T_{c0}}} = \frac{T_c}{T_{c0}} \frac{K_A^2}{K_B}. \quad (53)$$

Соответствующие зависимости от эффективной ширины псевдощели  $W$  и параметра корреляционной длины  $\kappa$  для случая  $d$ -спаривания приведены на рис. 12. Видно, что скачок теплоемкости быстро убывает с ростом ширины псевдощели и, наоборот, растет при уменьшении корреляционной длины АФМ-флуктуаций.

Для сверхпроводников с  $s$ -спариванием зависимости рассмотренных физических величин, в принципе, вполне аналогичны, отличие состоит лишь в

большем масштабе  $W$ , при котором происходят эти изменения, что соответствует большей устойчивости изотропных сверхпроводников к частичной диэлектризации электронного спектра за счет образования псевдощели на горячих участках поверхности Ферми [10, 11].

Из рассмотренных нами физических характеристик сверхпроводника достаточно подробные экспериментальные данные имеются о скачке теплоемкости [8]. В полном качественном соответствии с нашими выводами скачок теплоемкости системы Bi-2212 быстро уменьшается при переходе в область недодопированных составов, где величина псевдощели возрастает. По данным [8] ширина псевдощели (наш параметр  $2W$ ) меняется от величины порядка 700 К при концентрации дырок  $p = 0.05$  до величины порядка  $T_c \sim 100$  К вблизи оптимальной концентрации  $p = 0.16$ , обращаясь в нуль при  $p = 0.19$ . При этом наблюдается четкая связь уменьшения скачка теплоемкости с увеличением эффективной ширины псевдощели. К сожалению, нам неизвестны достаточно подробные данные по концентрационным зависимостям корреляционной длины флуктуаций и, соответственно, соответствующие зависимости физических характеристик сверхпроводника. Качественно корреляционная длина возрастает при движении в область недодопированных составов, так что эффект уменьшения скачка теплоемкости вполне понятен и с этой точки зрения.

## 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе мы продолжили изучение особенностей сверхпроводящего состояния в рамках весьма грубой модели псевдощелевого состояния двумерной электронной системы [10, 11], которая, тем не менее, качественно соответствует ряду наблюдаемых особенностей электронной структуры недопированных ВТСП-купратов. В работах [10, 11] рассматривался мало реалистичный предел бесконечной корреляционной длины флуктуаций антиферромагнитного ближнего порядка, что, однако, позволило найти точное аналитическое решение задачи. Здесь проведено обобщение на реалистичный случай конечных корреляционных длин, которое, так же как и в [10, 11], учитывает все диаграммы теории возмущений по взаимодействию электронов с флуктуациями ближнего порядка. Рассмотрение велось в стандартном (среднеполевом в терминах работы [11]) подходе, основанном на предположении о самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка по флуктуациям случайного поля АФМ-флуктуаций. В работе [11] мы показали, что это предположение не является обоснованным в пределе  $\xi \rightarrow \infty$ . В то же время оно не вызывает сомнений для случая  $\xi \ll \xi_0$  (где  $\xi_0$  — длина когерентности сверхпроводника при  $T = 0$ , т. е. размер куперовских пар). Таким образом, остается еще чрезвычайно сложная задача учета эффектов несоусредняемости при  $\xi > \xi_0$ . Выше уже отмечалось, что в реальных ВТСП-системах, скорее всего,  $\xi \sim \xi_0$ , так что эффекты несоусредняемости сверхпроводящей щели, типа рассмотренных в [11], могут оказаться весьма существенными, проявляясь в виде «хвостов» температурной зависимости усредненной щели при  $T > T_c$  (картина сверхпроводящих «капель» [11]).

Другим существенным упрощением нашей модели является предположение о статическом (и гауссовском) характере флуктуаций ближнего порядка. Это предположение является оправданным только в пределе достаточно высоких температур,  $T \gg \omega_{sf}$  (где  $\omega_{sf}$  — характерная частота спиновых флуктуаций) [6, 7]. Поэтому его использование в сверхпроводящей фазе при  $T < T_c$  является достаточно сомнительным. Мы, однако, думаем, что проведенное выше упрощенное рассмотрение может списать наиболее существенные эффекты изменения электронного спектра (образования псевдощели на горячих участках поверхности Ферми) на сверхпроводимость в такой системе. При учете динамики спиновых флуктуаций нам неизбежно пришлось бы

выйти за пределы простой феноменологии модели БКШ и детально рассматривать микроскопику спаривательного взаимодействия. Вряд ли такая программа может быть реализована в настоящее время. В частности, проблема учета всех порядков теории возмущений по АФМ-флуктуациям представляется совершенно безнадежной с учетом динамики спиновой подсистемы.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 99-02-16285) и CRDF (грант № REC-005), а также госпрограммы «Статистическая физика» (проекты 108-11(00-П)) и госпрограммы по ВТСП (проект 96-051).

## ПРИЛОЖЕНИЕ

## Координатное представление. Нормальные и аномальные функции Грина

Рассмотрим некоторые технические детали вывода рекуррентных соотношений для уравнений Горькова (12)–(15). Ограничимся рассмотрением двух плоских участков поверхности Ферми, ортогональных оси  $p_x$  и связанных вектором рассеяния  $\mathbf{Q} = (\pm 2p_F, 0)$ . Тогда задача становится чисто одномерной, поскольку проекция скорости  $v_y = 0$  и электронный спектр в линеаризованном виде  $\xi_{p_x \mp p_F} = \pm v_F p_x$  от  $y$ -компоненты импульса вообще не зависит. Для краткости в дальнейшем полагаем  $v_F = 1$ .

Вычисления удобно провести в координатном представлении [21], рассмотрев движение электрона в поле гауссовских АФМ-флуктуаций  $W(x) \neq W^*(x)$  (несоизмеримый случай) с коррелятором

$$\langle W^*(x)W(x') \rangle = W^2 e^{-\kappa|x-x'|}. \quad (\text{П.1})$$

Тогда пропагаторы, соответствующие нормальной и аномальной функциям Грина сверхпроводника (10), принимают вид

$$G_{00}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_x}{2\pi} e^{ip_x x} G_{00}(p_x) =$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{i}{2} \left( \frac{\varepsilon_n}{\sqrt{\varepsilon_n^2 + |\Delta|^2}} + \sigma_3 \operatorname{sign} x \right) \times \\
&\times \exp \left( -\sqrt{\varepsilon_n^2 + |\Delta|^2} x \right), \\
F_{00}(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_x}{2\pi} e^{ip_x x} F_{00}^+(p_x) = \\
&= \frac{\Delta^*}{\sqrt{\varepsilon_n^2 + |\Delta|^2}} \exp \left( -\sqrt{\varepsilon_n^2 + |\Delta|^2} x \right),
\end{aligned} \tag{П.2}$$

где  $\sigma_3 = 1$  для частиц, движущихся вправо, и  $\sigma_3 = -1$  для частиц, движущихся влево. Рассеяние на флуктуациях переводит «правые» частицы в «левые» и наоборот. Из (П.2) видно, что частица, преодолевая путь длиной  $l$ , дает множитель  $\exp(-\sqrt{\varepsilon_n^2 + |\Delta|^2} l)$ .

При расчете конкретных диаграмм удобно [21] перейти от интегрирования по координатам вершин взаимодействия  $x_k$  к интегрированию по длинам путей  $l_k$ , проходимым частицей между отдельными актами рассеяния, зафиксировав полное смещение  $x - x'$ . Линии взаимодействия, соединяющей вершины  $m$  и  $n$  на электронной линии, соответствует тогда фактор

$$\begin{aligned}
W^2 |\Delta|^2 \exp(-\kappa |x_m - x_n|) &= \\
&= W^2 |\Delta|^2 \exp \left( -\kappa \left| \sum_{k=m}^{n-1} (-1)^k l_k \right| \right). \tag{П.3}
\end{aligned}$$

Интегрирование по всем  $l_k$  проводится от 0 до  $\infty$ .

Таким образом, учет конечности корреляционной длины флуктуаций приводит в каждой диаграмме к возникновению некоторого «затухания» соответствующей амплитуды перехода с расстоянием, проходимым электроном. Точный учет этого эффекта сложен, но в работе [7] мы воспользовались очевидным неравенством:

$$\exp \left( -\kappa \left| \sum_{k=m}^{n-1} (-1)^k l_k \right| \right) > \exp \left( -\kappa \sum_{k=m}^{n-1} l_k \right) \tag{П.4}$$

и заменили экспоненту в (П.3) на экспоненту из правой части (П.4). Это эквивалентно замене коррелятора случайных полей (П.1) на аналогичное выражение, где в экспоненте расстояние  $|x - x'|$  заменено на полный путь, проходимый частицей между актами рассеяния в точках  $x$  и  $x'$ . Согласно (П.4) мы, таким образом, несколько переоцениваем роль фактора затухания  $\kappa$  в каждой диаграмме ряда теории возмущений. В результате такой замены диаграммы всех порядков легко вычисляются и в точности воспроизводят анзац (3) для нормальной фа-

зы [21]. Выше уже указывалось, что получаемые таким образом результаты, например для плотности состояний, очень хорошо согласуются с результатами точного численного моделирования рассматриваемой задачи [23, 24], что является дополнительным аргументом в пользу используемого приближения, усиливающим качественные оценки работы [7].

Воспользуемся этим же приближением при рассмотрении диаграмм теории возмущений в сверхпроводящей фазе, построенных на пропагаторах (П.2). Тогда роль взаимодействия с флуктуациями сводится лишь к добавлению множителя  $e^{-\kappa l_k}$  к каждой нормальной или аномальной функции Грина (П.2), охватываемой данной линией взаимодействия, или, что то же самое, к добавлению  $\kappa$  к  $\sqrt{\varepsilon_n + |\Delta|^2}$  в экспоненте каждой такой функции Грина. Переходя обратно в импульсное представление, нетрудно убедиться, что вклад любой диаграммы высшего порядка определяется произведением соответствующего числа нормальных и аномальных функций Грина вида:

$$\begin{aligned}
G_{0k}(p) &= -\frac{i\varepsilon_n \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_n + |\Delta|^2}} + (-1)^k \xi_p}{\varepsilon_k^2 + \xi_p^2}, \\
F_{0k}^+(p) &= \frac{\Delta^* \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_n + |\Delta|^2}}}{\varepsilon_k^2 + \xi_p^2},
\end{aligned} \tag{П.5}$$

где  $\varepsilon_k = \sqrt{\varepsilon_n + |\Delta|^2} + k\kappa$ , причем  $k$  — число линий взаимодействия, охватывающих данную функцию Грина. Множитель  $(-1)^k$  связан с тем, что рассеяние переводит «правые» частицы в «левые» и наоборот. Вводя перенормированную частоту и щель согласно (15), убеждаемся, что (П.5) сводится к стандартному виду (14), что и завершает оправдание рекуррентной процедуры (12), (15).

## ЛИТЕРАТУРА

1. T. Timusk and B. Statt, Rep. Progr. Phys. **62**, 61 (1999).
2. V. B. Geshkenbein, L. B. Ioffe, and A. I. Larkin, Phys. Rev. B **55**, 3173 (1997).
3. V. Emery, S. A. Kivelson, and O. Zachar, Phys. Rev. B **56**, 6120 (1997).
4. V. P. Gusynin, V. M. Loktev, and S. G. Sharapov, ЖЭТФ **115**, 1243 (1999).
5. A. P. Kampf and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. B **41**, 6399 (1990), B **42**, 7967 (1990).

6. J. Schmalian, D. Pines, and B. Stojkovic, Phys. Rev. Lett. **80**, 3839 (1998); Phys. Rev. B **60**, 667 (1999).
7. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, ЖЭТФ **115**, 1765 (1999); E-print archive cond-mat/9808321 (1998).
8. J. L. Tallon and J. W. Loram, E-print archive cond-mat/0005063 (2000); submitted to Physica C (2000).
9. V. M. Krasnov, A. Yurgens, D. Winkler, P. Delsing, and T. Claeson, Phys. Rev. Lett. **84**, 5860 (2000); E-print archive cond-mat/0006479 (2000).
10. А. И. Посаженикова, М. В. Садовский, ЖЭТФ **115**, 632 (1999); E-print archive cond-mat/9806199 (1998).
11. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, ЖЭТФ **117**, 613 (2000); E-print archive cond-mat/9910261 (1999).
12. R. Gatt, S. Christensen, B. Frazer, Y. Hirai, T. Schmauder, R. J. Kelley, M. Onellion, I. Vybornik, L. Perfetti, G. Margaritondo, A. Morawski, T. Lada, A. Paszewin, and C. Kendziora, E-print archive cond-mat/9906070 (1999).
13. D. L. Feng, W. J. Zheng, K. M. Shen, D. H. Lu, F. Ronning, J. Shimoyama, K. Kishio, G. Gu, D. Van der Marel, and Z. X. Shen, E-print archive cond-mat/9908056 (1999).
14. A. Virosztek and J. Ruvalds, Phys. Rev. B **42**, 4064 (1990).
15. J. Ruvalds, C. T. Rieck, S. Tewari, J. Thoma, and A. Virosztek, Phys. Rev. B **51**, 3797 (1995).
16. А. Т. Zheleznyak, V. М. Yakovenko, and I. E. Dzyaloshinskii, Phys. Rev. **55**, 3200 (1997).
17. P. Monthoux, A. V. Balatsky, and D. Pines, Phys. Rev. B **46**, 1 4803 (1992).
18. P. Monthoux and D. Pines, Phys. Rev. B **47**, 6069 (1993); B **48**, 4261 (1994).
19. М. В. Садовский, ЖЭТФ **66**, 1720 (1974); ФТТ **16**, 2504 (1974).
20. М. В. Садовский, ЖЭТФ **77**, 2070 (1979).
21. О. Tchernyshyov, Phys. Rev. B **59**, 1358 (1999).
22. М. V. Sadvovskii, E-print archive cond-mat/9912318 (1999); submitted to Physica C (2000).
23. L. Bartosch and P. Kopietz, Phys. Rev. B **60**, 15488 (1999).
24. A. Millis and H. Monien, Phys. Rev. B **61**, 12496 (2000).
25. Л. П. Горьков, ЖЭТФ **37**, 1407 (1959).
26. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1968).
27. М. V. Sadvovskii, *Superconductivity and Localization*, World Scientific, Singapore (2000). Phys. Rep. **282**, 225 (1997); М. В. Садовский, СФХТ **8**, 337 (1995).
28. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1963).
29. М. В. Садовский, А. А. Тимофеев, СФХТ **4**, 11 (1991); J. Moscow Phys. Soc. **1**, 391 (1991).
30. М. В. Садовский, Письма ЖЭТФ **69**, 447 (1999); E-print archive cond-mat/9902192 (1999).