ФИЗИКА МЕТАЛЛОВ И МЕТАЛЛОВЕДЕНИЕ

ТОМ 29 1970 ВЫП. 6

УДК 669.017 : 537.311.3

К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ С НЕМАГНИТНЫМИ ПРИМЕСЯМИ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

М. В. Садовский

Рассмотрена электропроводность металла с немагнитными примесями, помещенного в квантующее магнитное поле. Учтена деформация фононного спектра и движение примесных атомов. Показано, что в кристаллах с тяжелыми примесями образование квазилокального фононного уровня приводит к возникновению нового типа квантовых осцилляций тензора электропроводности с изменением величины магнитного поля. В аналогичной модели полупроводника или полуметалла предсказывается появление нового типа магнитофононных осцилляций электропроводности.

1. Рассмотрим металл с немагнитными примесями, находящийся в квантующем магнитном поле. Для электронов ограничимся представлением Ландау с циклотронной частотой $\omega_H = \frac{|e| H}{m}$, где m — эффективная масса электронов проводимости. Таким образом, мы сразу пренебрегаем возможными искажениями электронного спектра, возникающими при введении примесей. Взаимодействие электронов с решеткой учтем в борновском приближении. Будем считать, что при внесении примесей типа замещения можно пренебречь изменением силовых констант динамической матрицы решетки. Последнее предположение в металлах хорошо выполнено [1]. Учтем только однофононные неупругие процессы, а также поправки, возникающие в сечении упругого рассеяния из-за многофононных процессов. Тогда гамильтониан задачи записывается в виде

$$\mathbf{H} = \sum_n \frac{\mathbf{P}_n^2}{2M_n} + \frac{1}{2}\sum_{n,m} \Phi_{nm}^{\alpha\beta} u_n^\alpha u_m^\beta + \sum_\nu E_\nu a_\nu^+ a_\nu +$$

$$+ \frac{1}{V} \sum_{n,\nu,\nu',\mathbf{q}} V_\mathbf{q}^n < \nu \,|\, e^{i\mathbf{qr}} \,|\, \nu' > \exp\left(-\frac{W_n(\mathbf{q})}{2}\right) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{R}_n)(1 - i\,\mathbf{q}\mathbf{u}_n) a_{\nu'}^+ a_\nu, \quad (1)$$

где $\mathbf{P}_n$ — импульс иона в n-м узле решетки; $M_n = (1-\varepsilon c_n) M$ — масса иона, причем $c_n = 1$ в примесном узле, $c_n = 0$ в нормальном узле; $\mathbf{u}_n$ — смещение иона из положения равновесия $\mathbf{R}_n$; $\nu \equiv \{n, p_z, x_0\}$ — квантовые числа Ландау: $E_\nu \equiv (n + \frac{1}{2})\omega_H + p_z^2/2m$; $\Phi_{nm}^{\alpha\beta}$ — динамическая матрица решетки; V_q^n — фурье-образ потенциала иона в n-м узле; $W_n(\mathbf{q}) = (\mathbf{q}\mathbf{u}_n)^2$ — фактор Дебая—Валлера; V — нормировочный объем.

2. Теперь можно стандартным образом [2] получить цепочку уравнений для матриц плотности, начиная с уравнения движения для одночастичной матрицы электронов

$$f_{\varkappa'\varkappa} = \mathrm{Sp}\,\rho\, a_\varkappa^+ a_{\varkappa'} = < a_\varkappa^+ a_{\varkappa'} >. \quad (2)$$

Цепочку оборвем на втором уравнении, аппроксимируя

$$< a_{\varkappa}^{+} a_{\varkappa'} u_n^{\alpha} u_m^{\beta} > \simeq < a_{\varkappa}^{+} a_{\varkappa'} > < u_n^{\alpha} u_m^{\beta} >. \qquad (3)$$

Получающуюся при этом замкнутую систему можно после некоторых преобразований привести к кинетическому уравнению для одноэлектронной матрицы плотности, усредненной по хаотическим конфигурациям примесных атомов. Для диагональных элементов матрицы плотности имеем:

$$\frac{\partial \overline{f_{\varkappa}}}{\partial t} = \frac{2\pi c}{V} \sum_{\gamma, \mathbf{q}} |\Delta v(\mathbf{q})|^2 |I_{\varkappa\gamma}(\mathbf{q})|^2 \delta(E_{\varkappa} - E_{\gamma}) (\overline{f_{\gamma} - f_{\varkappa}}) +$$

$$+ \frac{2\pi}{V^2} \sum_{m, n, \gamma, \mathbf{q}} |v_0(\mathbf{q})|^2 |I_{\varkappa\gamma}(\mathbf{q})|^2 \overline{\exp[-i\mathbf{q}(\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_m)](f_{\gamma} - f_{\varkappa})} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \overline{d\omega < q^{\alpha} u_n^{\alpha}(t) q^{\beta} u_m^{\beta}(t') >_{\omega}} \delta(E_{\varkappa} - E_{\gamma} + \omega) +$$

$$+ \frac{2\pi}{V^2} \sum_{m, n, \gamma, \mathbf{q}} \overline{2c_n v_0(\mathbf{q}) \Delta v(\mathbf{q}) |I_{\varkappa\gamma}(\mathbf{q})|^2 \exp[-i\mathbf{q}(\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_m)](f_{\gamma} - f_{\varkappa})} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \overline{d\omega < q^{\alpha} u_n^{\alpha}(t) q^{\beta} u_m^{\beta}(t') >_{\omega}} \delta(E_{\varkappa} - E_{\gamma} + \omega) +$$

$$+ \frac{2\pi c}{V} \sum_{\gamma, \mathbf{q}} |\Delta v(\mathbf{q})|^2 |I_{\varkappa\gamma}(\mathbf{q})|^2 (\overline{f_{\gamma} - f_{\varkappa}}) \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \overline{d\omega < q^{\alpha} u_n^{\alpha}(t) q^{\beta} u_m^{\beta}(t') >_{\omega}} \delta(E_{\varkappa} - E_{\gamma} + \omega). \qquad (4)$$

Здесь черта означает усреднение по примесным конфигурациям; c — концентрация примесей. Введены обозначения:

$$I_{\nu\nu'}(\mathbf{q}) = < \nu | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | \nu' >; \qquad (5)$$

$$v_i(\mathbf{q}) = V_{\mathbf{q}}^{i} \exp \left\langle -\frac{W_n(\mathbf{q})}{2} \right\rangle; \qquad (6)$$

$$\Delta v(\mathbf{q}) = v_1(\mathbf{q}) - v_0(\mathbf{q}), \qquad (7)$$

где «1» относится к примесному узлу, «0» — к нормальному; $< u_n^{\alpha}(t) u_m^{\beta}(t') >_{\omega}$ — фурье-образ двухвременной корреляционной функции [3] смещений ионов

$$< u_n^{\alpha}(t) u_m^{\beta}(t') >_{\omega} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} < u_n^{\alpha}(t) u_m^{\beta}(t') > e^{i\omega(t-t')} dt. \qquad (8)$$

Такое преобразование Фурье по разности времен можно провести, строго говоря, только для системы, находящейся в термодинамическом равновесии. Поэтому предполагаем решетку равновесной. Такого рода средние детально исследовались методом функций Грина в [4]. Были получены следующие выражения для интересующих нас средних:

$$\overline{< u_n^\alpha(t) u_m^\beta(t') >_\omega} = \frac{2\pi}{1 - e^{-\omega/T}} \frac{\delta_{\alpha\beta}}{M} \frac{\operatorname{sign}\omega\, g(\omega^2)}{R(\omega^2)}, \tag{9}$$

где

$$R(\omega^2) = (1 - \varepsilon\omega^2 J(\omega^2))^2 + (\pi\varepsilon\omega^2 g(\omega^2))^2; \tag{10}$$

$$J(\omega^2) = P \int_0^\infty dz \frac{g(z)}{\omega^2 - z}; \tag{11}$$

$g(\omega^2)$ — функция распределения квадратов частот фононного спектра идеальной решетки;

$$\sum_{nn'} \overline{\exp[i\mathbf{q}(\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_{n'})] c_n < u_n^\alpha(t) u_{n'}^\beta(t') >_\omega} =$$

$$= -\frac{2\pi c N}{1 - e^{-\omega/T}} \sum_j \frac{e_j^\alpha(\mathbf{q}) e_j^\beta(\mathbf{q})}{M} \frac{1}{\pi} \left\{ P \frac{\operatorname{sign}\omega\gamma(\omega^2)}{\omega^2 - \omega_{0j}^2(\mathbf{q})} + \pi \operatorname{sign}\omega\delta(\omega^2 - \omega_{0j}^2(\mathbf{q}))\Delta(\omega^2) \right\}, \tag{12}$$

где

$$\gamma(\omega^2) = \frac{\pi\varepsilon\omega^2 g(\omega^2)}{R(\omega^2)}; \tag{13}$$

$$\Delta(\omega^2) = \frac{1 - \varepsilon\omega^2 J(\omega^2)}{R(\omega^2)}; \tag{14}$$

$e_j^\alpha(\mathbf{q})$ — α-я компонента вектора поляризации колебания j-й ветви фононного спектра; $\omega_{0j}(\mathbf{q})$ — частота j-й ветви идеальной решетки; N — число примесей в кристалле;

$$\sum_{nn'} \overline{\exp[i\mathbf{q}(\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_{n'})] < u_n^\alpha(t) u_{n'}^\beta(t') >_\omega} = \frac{2\pi N}{1 - e^{-\omega/T}} \sum_j \frac{e_j^\alpha(\mathbf{q}) e_j^\beta(\mathbf{q})}{M} \frac{1}{\pi} \times$$

$$\times \frac{\operatorname{sign}\omega\varepsilon c\, \omega^2\gamma(\omega^2)}{\left[\omega^2(1 - \varepsilon c\, \Delta(\omega^2)) - \omega_{0j}^2(q)\right]^2 + [\varepsilon c\, \omega^2\gamma(\omega^2)]^2}. \tag{15}$$

Усреднение по примесям проводилось так, чтобы получить интеграл столкновений в линейном по их концентрации приближении. Итак, получаем окончательно:

$$\frac{\partial f_\varkappa}{\partial t} = \frac{2\pi c}{V} \sum_{\gamma, q} |\Delta v(\mathbf{q})|^2 |I_{\varkappa\gamma}(\mathbf{q})|^2 \delta(E_\varkappa - E_\gamma)(f_\gamma - f_\varkappa) +$$

$$+ \frac{4\pi^2 N}{MV^2} \sum_{\gamma, \mathbf{q}, j} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega\delta(E_\varkappa - E_\gamma + \omega)(f_\gamma - f_\varkappa) |v_0(\mathbf{q})|^2 |I_{\varkappa\gamma}(\mathbf{q})|^2 \times$$

$$\times \frac{\operatorname{sign}\omega}{1-e^{-\omega/T}} \frac{1}{\pi} \mid q^\alpha e_j^\alpha(\mathbf{q}) \mid^2 \delta(\omega^2 - \omega_{0j}^2(\mathbf{q})) + \frac{4\pi^2 Nc}{MV^2} \sum_{\gamma, q, j} \int_{-\infty}^{\infty} d\,\omega \delta(E_\varkappa - E_\gamma +$$

$$+ \omega)(f_\gamma - f_\varkappa) \mid v_0(\mathbf{q}) \mid^2 \mid I_{\varkappa\gamma}(\mathbf{q}) \mid^2 \frac{\operatorname{sign}\omega}{1-e^{-\omega/T}} \mid q^\alpha e_j^\alpha(\mathbf{q}) \mid^2 \frac{1}{c} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1/\pi\omega^2 \varepsilon\, c\, \gamma(\omega^2)}{\left[\omega^2(1 - \varepsilon\, c\, \Delta(\omega^2)) - \omega_{0j}^2(\mathbf{q})\right]^2 + [\varepsilon\, c\, \omega^2 \gamma(\omega^2)]^2} - \delta(\omega^2 - \omega_{0j}^2(q)) \right\} +$$

$$+ \frac{8\pi^2 Nc}{MV^2} \sum_{\gamma, q, j} \int_{-\infty}^{\infty} d\,\omega \delta(E_\varkappa - E_\gamma + \omega)(f_\gamma - f_\varkappa) v_0(\mathbf{q}) \Delta v(\mathbf{q}) \mid I_{\varkappa\gamma}(\mathbf{q}) \mid^2 \times$$

$$\times \frac{\operatorname{sign}\omega}{1-e^{-\omega/T}} \mid q^\alpha e_j^\alpha(\mathbf{q}) \mid^2 \frac{1}{\pi} \left\{ P \frac{\gamma(\omega^2)}{\omega^2 - \omega_{0j}^2(\mathbf{q})} + \pi\delta(\omega^2 - \omega_{0j}^2(\mathbf{q}))\Delta(\omega^2) \right\} +$$

$$+ \frac{4\pi^2 c}{MV} \sum_{\gamma, \mathbf{q}, j} \int_{-\infty}^{\infty} d\,\omega \delta(E_\varkappa - E_\gamma + \omega)(f_\gamma - f_\varkappa) \mid \Delta v(\mathbf{q}) \mid^2 \times$$

$$\times \mid I_{\varkappa\gamma}(\mathbf{q}) \mid^2 \frac{\operatorname{sign}\omega}{1-e^{-\omega/T}} \mid q^\alpha \mid^2 \frac{g(\omega^2)}{R(\omega^2)}. \tag{16}$$

Первые два слагаемые в интеграле столкновений описывают упругое рассеяние на примесях и неупругое рассеяние на идеальной решетке, то есть те механизмы рассеяния, которые обычно и рассматриваются. Последующие члены возникают из-за деформации фононного спектра и движения примесных атомов. Исследование вклада в электропроводность, обусловленного этими членами, и составляет цель настоящей работы.

3. Диссипативный ток проводимости может быть определен из уравнения непрерывности

$$\frac{\partial}{\partial t}[eN(r, t)] + \operatorname{div} \mathbf{j}_{\text{пр}} = 0,$$

где

$$eN(x, t) = \frac{2e}{(2\pi\alpha)^2} \sum_n \int dp_z \int dx_0 f_{n, p_z x_0} \Phi_n^2 \left(\frac{x - x_0}{\alpha}\right); \tag{17}$$

$$\alpha^2 = \frac{1}{|e| H};$$

$\Phi_n(x)$ — «осцилляторная» часть волновой функции электрона в представлении Ландау. Метод получения уравнения непрерывности из кинетического уравнения был дан в [2, 5]. При этом $\mathbf{j}_{\text{пр}}$ ищется в линейном по термодинамическим силам приближении, так что сразу получается выражение для продольной электропроводности

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2}{(2\pi\alpha)^2} \sum_{n, n', \mathbf{q}, j} \int dp_z \frac{2\pi c}{V} \mid \Delta v(q) \mid^2 F_{n'n} \left(\frac{\alpha^2 q_\perp^2}{2}\right) \times$$

$$\times(\alpha^2 q_y)^2\left(-\frac{\partial f^0_{n',p_z+q_z}}{\partial E}\right)\delta\left(E_{n,p_z}-E_{n',p_z+q_z}\right)+\frac{e^2}{(2\pi\alpha)^2}\times$$

$$\times\sum_{n,n',\mathbf{q},j}\int dp_z\int_{-\infty}^{\infty}d\omega\,\delta(E_{n,p_z}-E_{n',p_z+q_z}+\omega)F_{n'n}\left(\frac{\alpha^2 q_\perp^2}{2}\right)\times$$

$$\times(\alpha^2 q_y)^2\left(-\frac{\partial f^0_{n',p_z+q_z}}{\partial E}\right)\frac{4\pi^2 N}{MV^2}\,\frac{\operatorname{sign}\omega}{1-e^{-\omega/T}}\,|v_0(\mathbf{q})|^2\frac{1}{\pi}\,|q^\alpha e_j^\alpha(\mathbf{q})|^2\delta(\omega^2-\omega_{0j}^2(\mathbf{q}))+$$

$$+\frac{e^2}{(2\pi\alpha)^2}\sum_{n,n',q}\int dp_z\int_{-\infty}^{\infty}d\omega\,\delta(E_{n,p_z}-E_{n',p_z+q_z}+\omega)F_{n'n}\left(\frac{\alpha^2 q_\perp^2}{2}\right)(\alpha^2 q_y)^2\times$$

$$\times\left(-\frac{\partial f^0_{n',p_z+q_z}}{\partial E}\right)\left[\frac{4\pi^2 Nc}{MV^2}\,\frac{\operatorname{sign}\omega}{1-e^{-\omega/T}}\,|v_0(\mathbf{q})|^2\,\frac{1}{c}\,|q^\alpha e_j^\alpha(\mathbf{q})|^2\times\right.$$

$$\times\left\{\frac{\frac{1}{\pi}\,\omega^2\varepsilon\, c\,\gamma(\omega^2)}{\left[\omega^2(1-\varepsilon c\,\Delta(\omega^2))-\omega_{0j}^2(\mathbf{q})\right]^2+[\varepsilon\, c\,\omega^2\gamma(\omega^2)]^2}-\delta(\omega^2-\omega_{0j}^2(\mathbf{q}))\right\}+$$

$$+\frac{8\pi^2 Nc}{MV^2}\,\frac{\operatorname{sign}\omega}{1-e^{-\omega/T}}\,v_0(\mathbf{q})\Delta v(\mathbf{q})\,\frac{1}{\pi}\,|q^\alpha e_j^\alpha(\mathbf{q})|^2\times$$

$$\times\left\{P\frac{\gamma(\omega^2)}{\omega^2-\omega_{0j}^2(\mathbf{q})}+\pi\delta(\omega^2-\omega_{0j}^2(\mathbf{q}))\,\Delta(\omega^2)\right\}+$$

$$\left.+\frac{4\pi^2 c}{MV}\,\frac{\operatorname{sign}\omega}{1-e^{-\omega/T}}\,|\Delta v(\mathbf{q})|^2\,|q^\alpha|^2\frac{g(\omega^2)}{R(\omega^2)}\right]. \tag{18}$$

Здесь учтен явный вид матричных элементов $I_{\nu\nu'}(\mathbf{q})$; f^0_{n,p_z} — локально равновесное распределение электронов;

$$F_{n'n}(x)=\frac{n!}{n'!}\left[L_n^{|n'-n|}(x)\right]\exp(-x)[x]^{|n'-n|};\quad n'\geqslant n;$$

$$q_\perp^2=q_x^2+q_y^2;\ L_n^m=(n!)^{-1}e^x x^{-m}\frac{d^n}{dx^n}(e^{-x}x^{m+n}). \tag{19}$$

Другие продольные кинетические коэффициенты могут быть легко получены методами, описанными в [2, 5]. Поперечные потоки в большинстве случаев определяются холловскими токами и учет столкновительных поправок к ним существен только в веществе с равной концентрацией электронов и дырок [6].

4. Далее рассмотрим только поправку к σ_{xx}, возникающую от деформации фононного спектра и движения примесей, поскольку остальная часть σ_{xx} подробно обсуждалась в многочисленных работах. Предположим, для простоты, изотропный закон дисперсии для фононов

идеальной решетки. В металле, кроме того, $\left(-\frac{\partial f^0_{n,p_z}}{\partial E}\right) \simeq \delta(\zeta - E_{n,p_z})$, где ζ — химический потенциал. Тогда интересующий нас вклад в σ_{xx} принимает вид

$$\Delta\sigma_{xx} = \frac{N\,|e|\,cm}{8\pi^3 MVH} \sum_{n,n'} \int\limits_0^\infty \frac{d\omega^2}{2\omega} \int dq_z \int dq_\perp\, q_\perp^3 F_{n'n}\left(\frac{\alpha^2 q_\perp^2}{2}\right)(q_\perp^2 + q_z^2) \times$$

$$\times \frac{[1+2n(\omega)]}{\left|\sqrt{\left[\zeta - \left(n' + \frac{1}{2}\right)\omega_H\right]\left[\zeta - \left(n + \frac{1}{2}\right)\omega_H - \omega\right]}\right|} \times$$

$$\times\,\delta\left[q_z \pm \sqrt{2m\left[\zeta - \left(n+\frac{1}{2}\right)\omega_H - \omega\right]} \mp \sqrt{2m\left[\zeta - \left(n'+\frac{1}{2}\right)\omega_H\right]}\right] \times$$

$$\times \left\{ |v_0(\mathbf{q})|^2 \frac{1}{c}\left[\frac{\omega^2 \varepsilon\, c\, \gamma(\omega^2)}{\left[\omega^2(1 - \varepsilon\, c\, \Delta(\omega^2)) - \omega_0^2(\mathbf{q})\right]^2 + [\varepsilon\, c\, \omega^2 \gamma(\omega^2)]^2} - \right.\right.$$

$$\left. - \pi\delta(\omega^2 - \omega_0^2(\mathbf{q}))\right] + 2v_0(\mathbf{q})\Delta v(\mathbf{q})\left[P\frac{\gamma(\omega^2)}{\omega^2 - \omega_0^2(\mathbf{q})} + \right.$$

$$\left.\left. + \pi\delta(\omega^2 - \omega_0^2(\mathbf{q}))\Delta(\omega^2)\right] + \frac{\pi V}{N}|\Delta v(\mathbf{q})|^2 \frac{g(\omega^2)}{R(\omega^2)}\right\}, \tag{20}$$

где $n(\omega) = (e^{\omega/T} - 1)^{-1}$.

Как показано в [4], функция $\gamma(\omega^2)$ имеет резонансный характер вблизи частоты т. н. квазилокального уровня, образующегося в кристаллах с тяжелыми примесями ($|\varepsilon| \gg 1$),

$$\gamma(\omega^2) \approx \frac{\varepsilon}{|\varepsilon|} \frac{\omega^2 \lambda}{\left(\omega^2 - \omega_*^2\right)^2 + \lambda^2}, \tag{21}$$

где ω_* — частота квазилокального уровня

$$\omega_*^2 = \frac{\omega_Д^2}{|\varepsilon|} \frac{1}{\left\langle \frac{\omega_Д^2}{\omega^2} \right\rangle} \ll \omega_Д^2; \tag{22}$$

$$\lambda = \pi d \left(\frac{\omega_*}{\omega_Д}\right)^3 \frac{1}{\left\langle \frac{1}{\omega^2} \right\rangle} \ll \omega_*^2. \tag{23}$$

Здесь $\omega_Д$ — дебаевская частота; $\langle \ldots \rangle$ — означает среднее по спектру с плотностью $g(\omega^2)$; d — коэффициент из формулы $g(\omega^2) = \frac{d\sqrt{\omega^3}}{\omega_Д^3}$, справедливой для низкочастотной части спектра. В модели Дебая $d = 3/2$, тогда имеем:

$$\omega_*^2 = \frac{\omega_Д^2}{3\,|\varepsilon|}; \tag{24}$$

$$\lambda = \frac{\pi}{6}\frac{\omega_* \omega_д}{|\varepsilon|}. \tag{25}$$

Аппроксимируя подынтегральное выражение в (20) его значением в резонансе, проведем интегрирование по области частот $\sim\lambda^{1/2}$ (ширина резонанса). Это соответствует тому, что при $|\varepsilon| \gg 1$ все примесные атомы колеблются в узкой области частот вокруг ω_* и только эта область дает вклад в $\Delta\sigma_{xx}$. Кроме того, для простоты можем пренебречь перенормировкой частот $\Delta(\omega^2)$, тем более что это не повлияет существенно на результат. Тогда получаем

$$\Delta\sigma_{xx} = \frac{N|e|cm}{16\pi^3 MVH}\sum_{n,n'}\int dq_z \int dq_\perp q_\perp^3 \times$$

$$\times \frac{F_{n'n}\left(\frac{\alpha^2 q_\perp^2}{2}\right)(q_\perp^2 + q_z^2)}{\left|\sqrt{\left[\zeta - \left(n' + \frac{1}{2}\right)\omega_H\right]\left[\zeta - \left(n + \frac{1}{2}\right)\omega_H - \omega_*\right]}\right|} \times$$

$$\times \delta\left[q_z \pm \sqrt{2m\left[\zeta - \left(n + \frac{1}{2}\right)\omega_H - \omega_*\right]} \mp \right.$$

$$\left. \mp \sqrt{2m\left[\zeta - \left(n' + \frac{1}{2}\right)\omega_H\right]}\right][1 + 2n(\omega_*)] \times$$

$$\times \left\{|v_0(\mathbf{q})|^2 \frac{1}{c\omega_*}\left[\frac{c|\varepsilon|\omega_*^4}{[\omega_*^2 - \omega_0^2(\mathbf{q})]^2 + \left[\varepsilon c \frac{\omega_*^4}{\lambda}\right]^2} - \pi\delta(\omega_*^2 - \omega_0^2(\mathbf{q}))\right] + \right.$$

$$\left. + 2v_0(\mathbf{q})\Delta v(\mathbf{q})\frac{\omega_*}{\omega_0^2(\mathbf{q}) - \omega_*^2} + \frac{V}{N|\varepsilon|}|\Delta v(\mathbf{q})|^2 \frac{1}{\omega_*}\right\}. \tag{26}$$

Отсюда видно, что при

$$\zeta - \left(n' + \frac{1}{2}\right)\omega_H = 0; \tag{27}$$

$$\zeta - \left(n + \frac{1}{2}\right)\omega_H - \omega_* = 0. \tag{28}$$

имеем расходящееся выражение для $\Delta\sigma_{xx}$. В случае (27) аналогичная расходимость имеется и в выражениях для вклада в σ_{xx}, обусловленного упругим рассеянием на примесях и неупругим рассеянием на идеальной решетке [7]. В случае (28) расходимость имеется только в $\Delta\sigma_{xx}$. Поэтому в квантовом пределе $T \ll \omega_H < \zeta$ в $\Delta\sigma_{xx}$ возникает дополнительный тип осцилляций при изменении магнитного поля. Период обычных осцилляций σ_{xx}

$$\Delta\left(\frac{1}{H}\right) = \frac{|e|}{\zeta m}. \tag{29}$$

Для дополнительных осцилляций, возникающих из-за появления квазилокального уровня,

$$\Delta\left(\frac{1}{H}\right)=\frac{|e|}{(\zeta-\omega_*)m}. \tag{30}$$

Максимальная амплитуда обычных осцилляций определяется столкновительным уширением электронных уровней и равна по порядку величины [7]:

$$\sigma_{xx_{\max}}\sim\sigma_{xx}^0\left(\frac{\omega_H}{\zeta}\right)^{1/2}\sqrt{\omega_H\tau_c}, \tag{31}$$

где σ_{xx}^0 — гладкая часть σ_{xx}; τ_c — время свободного пробега. Величина максимальной амплитуды $\Delta\sigma_{xx}$ определяется главным образом уширением квазилокального уровня, так что аналогично

$$\Delta\sigma_{xx_{\max}}\sim\Delta\sigma_{xx}^0\left(\frac{\omega_H}{\zeta}\right)^{1/2}\sqrt{\frac{\omega_H}{\lambda^{1/2}}}. \tag{32}$$

Отдельные максимумы должны быть различимы, так как можно убедиться, что расстояние между ними значительно превышает их ширину.

В кристаллах с легкими примесями возникает дискретный локальный уровень в фононном спектре и можно убедиться, что $\Delta\sigma_{xx}$ описывается аналогичными формулами. Однако ввиду того что $\omega_{\text{лок}}>\omega_{\text{Д}}$, при низких температурах $T\ll\omega_{\text{Д}}$ возбуждены только его нулевые колебания и соответствующая $\Delta\sigma_{xx}$ мала.

В случае невырожденных носителей тока (полупроводники и полуметаллы) рассмотрение выражения (18) с использованием для электронов больцмановской статистики приводит к выражению

$$\Delta\sigma_{xx}=\frac{N|e|cm}{8\pi^3MVHT}\sum_{n,n'}\int_0^\infty dp_z\int dq_z dq_\perp\, q_\perp^3(q_\perp^2+q_z^2)F_{n'n}\left(\frac{\alpha^2q_\perp^2}{2}\right)\times$$

$$\times\exp\left(-\frac{\left(n'+\frac{1}{2}\right)\omega_H-\zeta}{T}\right)\exp\left(-\frac{(p_z+q_z)^2}{2mT}\right)\times$$

$$\times\frac{[1+2n(\omega_*)]}{\left|\sqrt{p_z^2+2m(n-n')\omega_H-2m\,\omega_*}\right|}K(q)\times$$

$$\times\delta\left[q_z+p_z\mp\sqrt{p_z^2+2m(n-n')\omega_H-2m\omega_*}\right], \tag{33}$$

где $K(\mathbf{q})$ — функция, стоящая в фигурных скобках в формуле (26). Видно, что при выполнении условия

$$(n-n')\omega_H=\omega_* \tag{34}$$

имеющийся в (33) интеграл по p_z логарифмически расходится $(\sim\ln\sqrt{2m[(n-n')\omega_H-\omega_*]})$. Таким образом, благодаря квазилокальным колебаниям примесей возникает новый тип магнитофононных осцилляций σ_{xx}, обусловленных резонансными переходами электронов между уровнями Ландау. Период этих осцилляций

$$\Delta\left(\frac{1}{H}\right)=\frac{|e|}{m\omega_*}. \tag{35}$$

Амплитуда осцилляций опять определяется уширением квазилокального уровня, а расстояние между максимумами превышает их ширину.

В ультраквантовом пределе $\omega_H > \zeta \gg T$ формула (26) преобразуется к виду, в котором выделена характерная зависимость от магнитного поля и температуры,

$$\Delta\sigma_{xx} \approx \frac{Ne^2 mcK\left(\frac{1}{\alpha}\right)}{2\sqrt{2}\pi^3 MV\sqrt{|e|H}} [1 + 2n(\omega_*)] \frac{1}{\left|\zeta - \frac{|e|H}{2m}\right|}. \tag{36}$$

В случае больцмановской статистики имеем аналогичную оценку

$$\Delta\sigma_{xx} \approx \frac{Ne^2 mcK\left(\frac{1}{\alpha}\right)}{4\sqrt{2}\pi^3 MV\sqrt{|e|H}} \exp\left(-\frac{\zeta + \omega_*}{T}\right) \exp\left(-\frac{|e|H}{2mT}\right) \sqrt{\frac{\pi}{\lambda T}} [1 + 2n(\omega_*)]. \tag{37}$$

Последние формулы претендуют только на выявление качественных зависимостей.

В заключение автор хотел бы выразить глубокую благодарность докт. физ.-мат. наук П. С. Зырянову за предложенную тему и руководство работой.

Институт физики металлов
АН СССР

Поступила в редакцию
25 августа 1969 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каган Ю. М., Жернов А. П. ЖЭТФ, 1966, 50, 1107.
2. Зырянов П. С., Гусева Г. И. УФН, 1968, 95, 565.
3. Бонч-Бруевич В. Л., Тябликов С. В. Метод функций Грина в статистической механике, М., Физматгиз, 1961.
4. Каган Ю. М. Сб. Физика кристаллов с дефектами. Материалы школы теоретической физики в Телави, Тбилиси, 1966.
5. Зырянов П. С. ЖЭТФ, 1964, 47, 1378; ФММ, 1963, 16, 11.
6. Гусева Г. И., Зырянов П. С. Phys. stat. sol., 1968, 25, 775.
7. Adams E., Holstein T. J. Phys. Chem. Sol., 1959, 10, 254.