

УДК 538.632.001

## ЭФФЕКТ ХОЛЛА В САМОСОГЛАСОВАННОЙ ТЕОРИИ ЛОКАЛИЗАЦИИ

E. A. Котов, M. B. Садовский

В рамках самосогласованной теории локализации рассмотрено поведение константы Холла и холловской подвижности вблизи порога подвижности (перехода Андерсона). Показано, что константа Холла не меняется по сравнению с обычным результатом для металлической области, холловская подвижность обращается на пороге подвижности в нуль (при  $T=0$ ) пропорционально статической проводимости.

1. В последние годы активно развивается самосогласованный подход к теории локализации электронов в неупорядоченных системах. Предложенный впервые Гетце [1] и существенно развитый Фоллхардом и Вольфле [2] он стал в настоящее время удобным практическим методом расчета различных физических величин в системах, испытывающих переход Андерсона [3–6]. По-видимому, при этом достигается качественно правильное описание системы во всей области изменения параметров — от «хорошего» металла до андерсоновского диэлектрика, несмотря на отсутствие контролируемого малого параметра теории возмущений [4]. Последнее обстоятельство может оказаться существенным для количественного описания непосредственной окрестности порога подвижности (например, для нахождения соответствующих критических индексов [4]), однако оно, по-видимому, не очень важно для общей качественной картины явления локализации.

Эффект Холла относится к числу важнейших кинетических характеристик электронной подсистемы. Вместе с тем, насколько известно авторам, его рассмотрение в рамках самосогласованной теории локализации никем еще не проводилось (в формулировке Фоллхарда и Вольфле). В настоящее время существуют лишь расчеты первых локализационных поправок к эффекту Холла в слабонеупорядоченном металле [7, 8], а также рассмотрение эффекта Холла в рамках качественной скэйлинговой теории перехода Андерсона [9]. Поэтому микроскопический анализ эффекта Холла в рамках самосогласованной теории локализации представляет несомненный интерес и может существенно дополнить качественные соображения, используемые при обсуждении реальных экспериментов [10].

2. Наши расчеты будут основаны на общих соотношениях для проводимости в слабом магнитном поле, полученных в работе Фукуямы, Эбисавы и Вады [11]. Рассматривается система электронов в поле хаотически расположенных в пространстве рассеивающих центров, помещенная также в поле статического пространственно-неоднородного вектор-потенциала  $A(r) = A_q e^{iqr}$ . Тогда в линейном приближении по  $A_q$  тензор электропроводности системы, описывающий отклик на однородное внешнее электрическое поле с частотой  $\omega$ , может быть представлен в виде [11] ( $e$  — заряд электрона,  $m$  — его масса,  $c$  — скорость света):

$$\sigma_{\mu\nu}(q\omega) = \sigma(q\omega) \delta_{\mu\nu} + \frac{1}{i\omega} K_{\mu\nu}^{\alpha}(q\omega) A_q^{\alpha}, \quad (1)$$

$$\sigma(q\omega) \delta_{\mu\nu} = \frac{1}{i\omega} \{ \Phi_{\mu\nu}(q\omega + ie) - \Phi_{\mu\nu}(q\omega - ie) \}; \quad (2)$$

$$K_{\mu\nu}^{\alpha}(q\omega) = \frac{e^2}{mc} \delta_{\nu\alpha} \{ L_{\mu}(q\omega + ie) - L_{\mu}(q\omega - ie) \} + \frac{1}{c} \{ L_{\mu\nu}^{\alpha}(q\omega + ie) - L_{\mu\nu}^{\alpha}(q\omega - ie) \}, \quad (3)$$

причем  $\Phi_{\mu\nu}(q\omega)$ ,  $L_{\mu}(q\omega)$  и  $L_{\mu\nu}^{\alpha}(q\omega)$  получаются обычным аналитическим продолжением  $i\omega_m \rightarrow \omega + i\varepsilon$  ( $\varepsilon \rightarrow 0^+$ ) из соответствующих мацубаровских корреляторов плотностей тока  $J_{\mu}(q\tau)$  и заряда  $\rho(q\tau)$  ( $\tau$  — мацубаровское время,  $T_{\tau}$  — операция  $T$ -упорядочения,  $\omega_m = 2\pi mT$ ,  $T$  — температура):

$$\Phi_{\mu\nu}(q\omega_m) = T \int_0^{\frac{1}{T}} d\tau \int_0^{\frac{1}{T}} d\tau' \exp\{i\omega_m(\tau - \tau')\} \langle T_{\tau} J_{\mu}(q\tau) J_{\nu}(0\tau') \rangle; \quad (4)$$

$$L_{\mu}(q\omega_m) = -T \int_0^{\frac{1}{T}} d\tau \int_0^{\frac{1}{T}} d\tau' \exp\{i\omega_m(\tau - \tau')\} \langle T_{\tau} J_{\mu}(q\tau) \rho(-q\tau') \rangle; \quad (5)$$

$$L_{\mu\nu}^{\alpha}(q\omega_m) = T \int_0^{\frac{1}{T}} d\tau \int_0^{\frac{1}{T}} d\tau' \int_0^{\frac{1}{T}} d\tau'' \exp\{i\omega_m(\tau - \tau')\} \langle T_{\tau} J_{\mu}(q\tau) J_{\nu}(0\tau') J_{\alpha}(-q\tau'') \rangle. \quad (6)$$

С использованием обычной «примесной» диаграммной техники [12] эти корреляторы могут быть приближенно представлены графиками, пока-

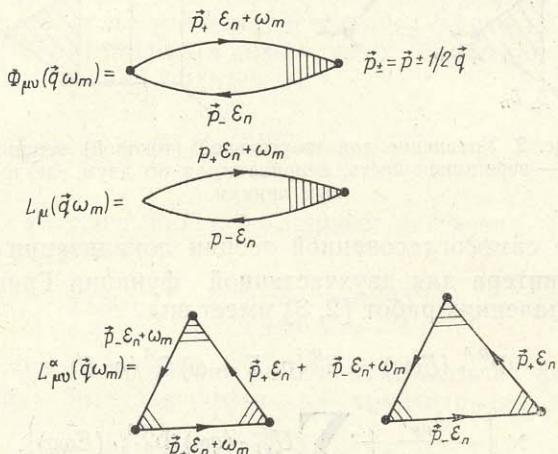


Рис. 1. Графики для мацубаровских корреляторов, определяющих тензор электропроводности в магнитном поле. Жирная точка обозначает токовый характер вершины, отсутствие точки — скалярная величина.

занными на рис. 1 [11], где «треугольная» (токовая) вершина описывается уравнением, графически представленным на рис. 2. Из рис. 1 видно, что мы пренебрегаем вкладом треугольных графиков, в которых топология линий рассеяния на беспорядке не сводится к перенормировке треугольных вершин. Мы полагаем, что учета треугольных вершин достаточно для качественного описания роли локализации, так как при этом учитываются процессы рассеяния, обычно рассматриваемые в самосогласованной теории [2, 3].

После довольно громоздкого анализа общих выражений (4) — (6), существенно использующего тождество Уорда, оказывается, что компоненты тензора электропроводности системы в магнитном поле для

случая вырожденной статистики электронов ( $T \rightarrow 0$ ) представляются в виде [11]:

$$\sigma_{xx}(\omega) = \frac{e^2}{2\pi} \sum_p \frac{p_x^2}{m^2} \chi(p\omega) G^R(pE + \omega) G^A(pE); \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}(\omega) = & \frac{e^2}{4\pi i} \omega_c \sum_p \frac{p_x}{m} \chi^2(p\omega) \times \\ & \times \left\{ G^R(pE + \omega) \frac{\partial}{\partial p_x} G^A(pE) - G^A(pE) \frac{\partial}{\partial p_x} G^R(pE + \omega) \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $G^{R,A}(pE)$  — запаздывающая (опережающая) усредненная функция Грина электрона с энергией  $E$  (энергия Ферми) в поле случайных рассеивателей. Величина  $\chi(p\omega)$  определяется как предел  $q \rightarrow 0$  в выражении для токовой вершины

$$J_\mu(p\omega q) = \frac{e}{m} p_\mu \chi(p\omega q), \quad (9)$$

$\omega_c = eH/mc$  — циклотронная частота электрона в магнитном поле  $H$ , ориентированном вдоль оси  $z$ .

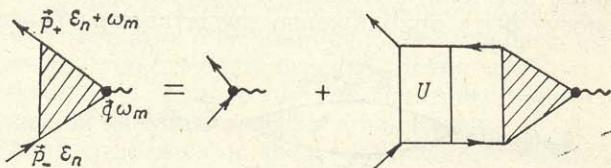


Рис. 2. Уравнение для треугольной (токовой) вершины.  $U$  — вершинная часть, неприводимая по двум электронным линиям.

3. В основе самосогласованной теории локализации лежит уравнение Бете—Солпитера для двухчастичной функции Грина  $\Phi_{pp'}^{RA}(E\omega q)$ , которое в обозначениях работ [2, 3] имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi_{pp'}^{RA}(E\omega q) = & G^R(p+E + \omega) G^A(p-E) \times \\ & \times \left\{ -\frac{\delta_{pp'}}{2\pi i} + \sum_{p''} U_{pp''}^E(q\omega) \Phi_{p''p'}^{RA}(E\omega q) \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $U_{pp'}^E(q\omega)$  — неприводимая по двум электронным линиям вершинная часть рассеяния на беспорядке. Соответственно интересующая нас токовая вершина определяется соотношением

$$-\frac{2\pi ie}{m} \sum_{p'} p'_\mu \Phi_{pp'}^{RA}(E\omega q) = G^R(p+E + \omega) G^A(p-E) J_\mu(p\omega q) \quad (11)$$

и удовлетворяет уравнению

$$J_\mu(p\omega q) = \frac{e}{m} p_\mu + \sum_{p'} U_{pp'}^E(q\omega) G^R(p+E + \omega) G^A(p-E) J_\mu(p'\omega q). \quad (12)$$

С использованием (11) и уравнений самосогласованной теории локализации [2, 3], аналогично тому, как это было проделано в работе [6] для скалярной вершины, находим (см. Приложение) следующее явное вы-

ражение для токовой вершины в  $d$ -мерном пространстве ( $v_F$  — скорость Ферми)

$$J_\mu(p\omega q) = \frac{e}{m} p_\mu \frac{\omega^2 + 2i\gamma\omega - \frac{1}{d}v_F^2 q^2}{\omega^2 + \omega M_E(q\omega) - \frac{1}{d}v_F^2 q^2}, \quad (13)$$

где  $M_E(q\omega)$  — релаксационное ядро, которое (при  $q \rightarrow 0$ ) определяется следующим уравнением самосогласования [2, 3]:

$$M_E(\omega) = 2i\gamma \left\{ 1 + \frac{1}{\pi N(E)} \sum_q \frac{1}{-i\omega + D_E(\omega) q^2} \right\}. \quad (14)$$

Здесь введен обобщенный коэффициент диффузии

$$D_E(q\omega) = i \frac{v_F^2}{d} \frac{1}{M_E(q\omega)}, \quad (15)$$

$\gamma = \pi\rho V^2 N(E)$  — борновская частота рассеяния электронов на точечных центрах, хаотически распределенных в пространстве с плотностью  $\rho$ ;  $V$  — амплитуда рассеяния на таком центре;  $N(E)$  — плотность состояний электронов с энергией  $E$ . Уравнение (14) возникает [2, 3] при использовании для  $U_{pp'}^E(q\omega)$  последовательности графиков с максимально перекрещивающимися линиями рассеяния («куперон» [7]) с заменой классического коэффициента диффузии на обобщенный.

При  $\omega \ll \gamma, q \ll \gamma/v_F$  (13) сводится к

$$J_\mu(p\omega q) \approx \frac{e}{m} p_\mu \frac{D_E(\omega)}{D_0} \frac{-i\omega}{-i\omega + D_E(\omega) q^2}, \quad (16)$$

где  $D_0 = v_F^2/2d\gamma$  — классический коэффициент диффузии. Тогда из (13), (16) немедленно получаем

$$\chi(p\omega) = \frac{\omega + 2i\gamma}{\omega + M_E(\omega)} \approx \frac{D_E(\omega)}{D_0}. \quad (17)$$

4. Вычисляя компоненты тензора проводимости по формулам (7), (8), получаем ( $p_F$  — импульс Ферми,  $n$  — концентрация электронов)

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}(\omega) &= \frac{e^2}{2\pi} \frac{p_F^2}{dm^2} \frac{\omega + 2i\gamma}{\omega + M_E(\omega)} \sum_p G^R(pE + \omega) G^A(pE) = \\ &= \frac{e^2}{2\pi} \frac{p_F^2}{dm^2} N(E) \frac{i}{\omega + M_E(\omega)} = \frac{ne^2}{m} \frac{i}{\omega + M_E(\omega)}, \end{aligned} \quad (18)$$

то есть обычный ответ [2, 3]. Здесь использован простейший вид функций Грина, используемый в самосогласованной теории

$$G^{R, A}(pE) = \left\{ E - \frac{p^2}{2m} \pm i\gamma \right\}^{-1}, \quad (19)$$

что, в частности, соответствует пренебрежению перенормировкой плотности состояний.

Решение уравнения самосогласования (14) в пределе  $\omega \rightarrow 0$  дает [2—5]

$$M_E(\omega) = \frac{i}{\tau_E} - \frac{\omega_0^2(E)}{\omega}, \quad (20)$$

где  $\omega_0^2(E) = -\lim_{\omega \rightarrow 0} \omega M_E(\omega) > 0$  в андерсоновском диэлектрике, то есть при  $E < E_c$ , где положение порога подвижности на шкале энергий определяется из условия  $\omega_0^2(E_c) = 0$ . При этом радиус локализации электронных состояний  $R_{loc}^2(E) = v_F^2/\omega_0^2(E)$ .

В металлической области (при  $E > E_c$ )  $\omega_0^2(E) = 0$ , а проводимость системы (при  $\omega \rightarrow 0$ ,  $T = 0$ ) определяется перенормированным коэффициентом диффузии  $D_E = (v_F^2/d)\tau_E$ . Аналогичным образом получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}(\omega) &= \frac{e^2}{4\pi i} \omega_c \frac{(\omega + 2i\gamma)^2}{[\omega + M_E(\omega)]^2} \frac{p_F^2}{dm} \sum_p \{G^R(pE + \omega)[G^A(pE)]^2 - \\ &- [G^R(pE + \omega)]^2 G^A(pE)\} = -\frac{e^2 p_F^2}{dm^2} N(E) \omega_c \times \\ &\times \frac{1}{[\omega + M_E(\omega)]^2} = \frac{ne^2}{m} \omega_c \left\{ \frac{i}{\omega + M_E(\omega)} \right\}^2. \end{aligned} \quad (21)$$

Сравнивая (18) и (21), имеем

$$\sigma_{xy}(\omega) = \frac{H}{nec} [\sigma_{xx}(\omega)]^2. \quad (22)$$

В металлической области здесь можно перейти к статическому пределу ( $\omega \rightarrow 0$ ) и используя обычное определение найти константу Холла

$$R_H = \frac{\sigma_{xy}}{H \sigma_{xx}^2} = \frac{1}{nec}, \quad (23)$$

которая оказывается равной своему классическому значению. Очевидно, что этот результат не зависит от конкретных приближений для не-приводимой вершины  $U_{pp'}^E(q\omega)$ , используемых при выводе уравнения самосогласования (14). В то же время учет возможной перенормировки плотности состояний (отсутствующей согласно (19) в самосогласованной теории) может привести к изменению результата (23) (ср. [10, 11]). Соответственно для холловской подвижности  $\mu_H$  (угла Холла  $\Theta_H$ ) получаем

$$\mu_H \simeq \frac{c}{H} \Theta_H = \frac{c}{H} \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} = R_H c \sigma_{xx}. \quad (24)$$

При  $E \rightarrow E_c$  в металле (при  $T = 0$ )  $\sigma_{xx} \rightarrow 0$ , так что холловская подвижность обращается в нуль на пороге подвижности, пропорционально статической проводимости.

Эти результаты совпадают с полученными в работе Шапиро и Абрахамса [9] в рамках обобщения элементарной скэйлинговой теории локализации [13], что не является неожиданным, поскольку самосогласованная теория локализации воспроизводит скэйлинговую картину перехода Андерсона [3]. Аналогично работе [9], мы пренебрели влиянием внешнего магнитного поля  $H$  на обобщенный коэффициент диффузии  $D_E(\omega)$ . Роль магнитного поля в физике перехода Андерсона еще не вполне выяснена. Однако из простейших соображений ясно, что его влияние определяется величиной «циклотронной частоты»  $\frac{e}{c} HD_E$ , связанной с диффузионным характером движения электрона в неупорядоченной системе [7]. Очевидно, что при выполнении неравенства  $\frac{e}{c} D_E H \ll T$ , влиянием магнитного поля на диффузию (локализацию) можно пренебречь. При  $T \rightarrow 0$  речь, таким образом, идет об эффекте

Холла в инфинитезимальном магнитном поле. Более последовательный учет магнитного поля в самосогласованной теории локализации требует рассмотрения в духе работы [14], где предложена схема самосогласования с двумя релаксационными ядрами. Наше рассмотрение справедливо для слабого внешнего поля  $H$  и достаточно высокой температуры  $T$ .

5. При  $T=0$  и  $\omega \rightarrow 0$  в области андерсоновского диэлектрика ( $E < E_c$ )  $\mu_H = 0$  и мы не можем осмысленным образом определить константу Холла. Эта же трудность отмечена в работе [9]. В рамках самосогласованной теории можно, однако, предложить содержательные формулы для эффекта Холла и в андерсоновском диэлектрике, воспользовавшись искусственным приемом, предложенным в работе [15]. При конечных температурах проводимость в андерсоновском диэлектрике осуществляется посредством прыжкового механизма. Согласно [15], при не слишком низких температурах этот механизм проводимости можно описать формулами самосогласованной теории (полученными при  $T=0$ ) путем простой замены  $\omega$  на  $\omega + i/\tau_{in}$ , где  $\tau_{in}$  — время свободного пробега относительно неупругих процессов рассеяния (электрон-фононные, электрон-электронные столкновения), которое, очевидно, определяется зависимостью типа

$$\frac{1}{\tau_{in}(T)} = A \Omega_0 \left( \frac{T}{\Omega_0} \right)^n, \quad (25)$$

где  $\Omega_0$  — характерная частота;  $A \ll 1$  — константа взаимодействия;  $n$  — целое число, большее или равное единице для всех известных процессов неупругого рассеяния. Этот подход качественно справедлив, пока энергетическое расстояние между близкими в пространстве электронными уровнями (в пределах области с размерами порядка  $R_{loc}(E)$ ) много меньше температуры, что выражается неравенством вида

$$T \gg \omega_0^2(E) \tau_E \sim \frac{1}{N(E) R_{loc}^d(E)}. \quad (26)$$

При более низких температурах проводимость определяется обычным прыжковым механизмом [10], что приводит к экспоненциальному (а не степенному) закону проводимости от температуры. Ограничивааясь областью температур, определяемой неравенством (26), можно выполнить переход  $\omega \rightarrow 0$  и в диэлектрической области. Тогда нетрудно убедиться, что результат (23) остается в силе. Константа Холла не перенормируется в окрестности перехода Андерсона.

Для холловской подвижности с учетом того, что  $\tau_{in} \gg \tau_E$ , получаем

$$\mu_H \approx \begin{cases} \frac{e}{m} \tau_E \left[ 1 - \frac{\tau_E}{\tau_{in}(T)} \right] & (\text{металл}, E > E_c); \\ \frac{e}{m} \frac{\tau_E}{1 + (\omega_0^2(E) \tau_E) \tau_{in}(T)} & (\text{изолятор}, E < E_c). \end{cases} \quad (27)$$

В частности, в области локализации ( $E < E_c$ ) имеем

$$\mu_H \approx \begin{cases} \frac{e}{m} \tau_E \text{ при } \omega_0^2(E) \tau_E \ll \tau_{in}^{-1} & (\text{высокие } T); \\ \frac{e}{m} \frac{1}{\omega_0^2(E) \tau_{in}(T)} \text{ при } \omega_0^2(E) \tau_E \gg \tau_{in}^{-1} & (\text{низкие } T). \end{cases} \quad (28)$$

При  $T \rightarrow 0$   $\mu_H \rightarrow 0$ , естественно, что «низкие» температуры в (28) подразумеваются не нарушающими общего условия (26). При высоких температурах из (27) и (28) видно, что переход Андерсона не проявляется и

в холловской подвижности. При «низких» температурах это, конечно, не так.

6. Пользуясь общим результатом (21), (22) и выражениями для  $\sigma_{xx}(\omega)$ , найденными в [3, 16], легко написать формулы для явной зависимости  $\sigma_{xy}$  от частоты  $\omega$

$$\sigma_{xy}(\omega) = \frac{ne^3}{m^2} \frac{H}{c} \frac{1}{4\gamma^2} \left( -\frac{i\omega}{2\gamma} \right)^{\frac{2(d-2)}{d}} \left[ F_d \left( \frac{\omega}{\omega^*} \right) \right]^2, \quad (29)$$

где наиболее интересные асимптотики имеют вид

$$F_d \left( \frac{\omega}{\omega^*} \right) \begin{cases} \left( -i \frac{\omega}{\omega^*} \right)^{\frac{2}{d}}, & \omega \ll \omega^*, \quad E < E_c \text{ (изолятор);} \\ \left( -i \frac{\omega}{\omega^*} \right)^{\frac{2-d}{d}}, & \omega \ll \omega^*, \quad E > E_c \text{ (металл);} \\ \text{const}, & \omega \gg \omega^*, \quad E \gtrless E_c. \end{cases} \quad (30)$$

Здесь характерная частота  $\omega^* \sim \gamma \sqrt{\frac{E-E_c}{E_c}} \frac{d}{d-2}$ . Полное выражение для функции  $F_{d=3} \left( \frac{\omega}{\omega^*} \right)$  можно найти в работе [3]. Из (29), (30) видно, что на самом пороге подвижности ( $E=E_c$ )  $\operatorname{Re} \sigma_{xy}(\omega) \sim \operatorname{Im} \sigma_{xy}(\omega) \sim \omega^{2/3}$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем вывод явных выражений для «треугольных» вершин в самосогласованной теории. Определим

$$\Phi_p^n(E\omega q) = \sum_{p'} (\hat{p}' \hat{q})^n \Phi_{pp'}^{RA}(E\omega q), \quad (\Pi.1)$$

где  $\hat{p}', \hat{q}$  — единичные вектора в направлении  $p'$  и  $q$ . Разлагая (П.1) по полиномам Лежандра  $P_l(\cos \Theta q p)$  и ограничиваясь вкладом  $l=0,1$ , при малых  $\omega$  и  $q$  имеем:

$$\Phi_p^n(E\omega q) = [-2\pi i N(E)]^{-1} \Delta G_p \{ \Phi^{n0}(E\omega q) + d(\hat{p}' \hat{q}) \Phi^{n1}(E\omega q) \}; \quad (\Pi.2)$$

$$\Phi^{n0}(E\omega q) = \sum_p \Phi_p^n(E\omega q); \quad \Phi^{n1}(E\omega q) = \sum_p (\hat{p}' \hat{q}) \Phi_p^n(E\omega q); \quad (\Pi.3)$$

$$\Delta G_p = G^R(p_+ E + \omega) - G^A(p_- E). \quad (\Pi.4)$$

Используя определение (11) и соотношение

$$G^R(p_+ E + \omega) G^A(p_- E) = -\frac{\Delta G_p}{\omega - \frac{1}{m} p \cdot q + 2i\gamma}, \quad (\Pi.5)$$

получаем

$$[J(p\omega q) \hat{q}] = \frac{e}{m} p \frac{1}{N(E)} \left[ \omega - \frac{1}{m} p \cdot q + 2i\gamma \right] \{ \Phi^{10}(E\omega q) + d(\hat{p}' \hat{q}) \Phi^{11}(E\omega q) \}. \quad (\Pi.6)$$

Аналогичным образом для скалярной вершины [6]

$$-2\pi i \sum_{p'} \Phi_{pp'}^{RA}(E\omega q) = G^R(p_+ E + \omega) G^A(p_- E) \gamma(p\omega q) \quad (\Pi.7)$$

имеем

$$\gamma(p\omega q) = -\frac{1}{N(E)} \left[ \omega - \frac{1}{m} p \cdot q + 2i\gamma \right] \{\Phi^{00}(E\omega q) + d(\overset{\wedge}{p} \cdot \overset{\wedge}{q}) \Phi^{01}(E\omega q)\}. \quad (\text{П.8})$$

Из основного уравнения Бете—Солпитера (10) с использованием (П.2) получаем систему уравнений:

$$\omega \Phi^{n0}(E\omega q) - v_F q \Phi^{n1}(E\omega q) = \frac{1}{2\pi i} \sum_p (\overset{\wedge}{p} \cdot \overset{\wedge}{q})^n \Delta G_p; \quad (\text{П.9})$$

$$[\omega + M_E(q\omega)] \Phi^{n1}(E\omega q) - \frac{1}{d} v_F q \Phi^{n0}(E\omega q) = \frac{1}{2\pi i} \sum_p (\overset{\wedge}{p} \cdot \overset{\wedge}{q})^{n+1} \Delta G_p,$$

где [2]:

$$M_E(q\omega) = 2i\gamma + \frac{id}{2\pi N(E)} \sum_{pp'} (\overset{\wedge}{p} \cdot \overset{\wedge}{q}) \Delta G_p U_{pp'}^E(q\omega) \Delta G_{p'} (\overset{\wedge}{p}' \cdot \overset{\wedge}{q}). \quad (\text{П.10})$$

Решение системы (П.9) имеет вид:

$$\Phi^{n1}(E\omega q) = \frac{1}{2\pi i \text{Det}} \left\{ \frac{1}{d} v_F q \sum_p (\overset{\wedge}{p} \cdot \overset{\wedge}{q})^n \Delta G_p + \omega \sum_p (\overset{\wedge}{p} \cdot \overset{\wedge}{q})^{n+1} \Delta G_p \right\};$$

$$\Phi^{n0}(E\omega q) = \frac{1}{2\pi i \text{Det}} \left\{ v_F q \sum_p (\overset{\wedge}{p} \cdot \overset{\wedge}{q})^{n+1} \Delta G_p + [\omega + M_E(q\omega)] \sum_p (\overset{\wedge}{p} \cdot \overset{\wedge}{q})^n \Delta G_p \right\}; \quad (\text{П.11})$$

$$\text{Det} = \omega^2 + \omega M_E(q\omega) - \frac{1}{d} v_F^2 q^2. \quad (\text{П.12})$$

При  $q \rightarrow 0, \omega \rightarrow 0$  имеем:  $\sum_p (\overset{\wedge}{p} \cdot \overset{\wedge}{q})^n \Delta G_p = 0$  (нечетные  $n$ ).

$$\sum_p (\overset{\wedge}{p} \cdot \overset{\wedge}{q})^2 \Delta G_p = [-2\pi i N(E)] d^{-1}. \quad (\text{П.13})$$

Соответственно:

$$\Phi^{00}(E\omega q) = -N(E) \frac{\omega + M_E(q\omega)}{\text{Det}},$$

$$\Phi^{01}(E\omega q) = \Phi^{10}(E\omega q) = -N(E) \frac{v_F q}{d \text{Det}}; \quad (\text{П.14})$$

$$\Phi^{11}(E\omega q) = -N(E) \frac{\omega}{d \text{Det}}.$$

Используя (П.14) в (П.8), получаем

$$\gamma(p\omega q) = \left[ \omega - \frac{1}{m} p \cdot q + 2i\gamma \right] \frac{\omega + M_E(q\omega) + \frac{1}{m} p \cdot q}{\omega^2 + \omega M_E(q\omega) - \frac{1}{d} v_F^2 q^2}, \quad (\text{П.15})$$

то есть выражение, использовавшееся в работе [6].

Аналогично, для векторной вершины из (П.6) имеем

$$[J(p\omega q) \cdot \overset{\wedge}{q}] = \frac{e}{m} p \left[ \omega - \frac{1}{m} p \cdot q + 2i\gamma \right] \frac{\frac{1}{d} v_F q + \omega (\overset{\wedge}{p} \cdot \overset{\wedge}{q})}{\omega^2 + \omega M_E(q\omega) - \frac{1}{d} v_F^2 q^2}. \quad (\text{П.16})$$

Умножая (П.16) на  $\hat{q}_\mu$  и усредняя по направлениям  $\hat{q}$  с использованием свойств изотропии системы

$$\ll \hat{q}_\mu \hat{q}_v \gg = \delta_{\mu v}; \quad \ll \hat{q}_u \gg = \ll \hat{q}_\mu \hat{q}_v q_\delta \gg = 0, \quad (\text{П.17})$$

немедленно получим (13)

$$J_\mu(p\omega q) = \frac{e}{m} p_\mu \frac{\omega^2 + 2i\gamma\omega - \frac{1}{d} v_F^2 q^2}{\omega^2 + \omega M_E(q\omega) - \frac{1}{d} v_F^2 q^2}. \quad (\text{П.18})$$

Институт физики металлов  
УНЦ АН СССР  
Амурский комплексный НИИ  
ДВНЦ АН СССР  
Благовещенск

Поступила в редакцию  
10 ноября 1984 г.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Götze W. A. Theory of the Conductivity of a Fermion Gas Moving in a Strong Three-Dimensional Random Potential. — J. Phys. C., 1979, **12**, p. 1279—1296.
2. Vollhardt D., Wölfle P. Diagrammatic, Self-Consistent Treatment of the Anderson Localization Problem in  $d \leq 2$  Dimensions. — Phys. Rev. B., 1980, **22**, № 10, p. 4666—4679.
3. Wölfle P., Vollhardt D. Self-Consistent Diagrammatic Theory of Anderson Localization. — In: Anderson Localization, ed. by Y. Nagaoka, H. Fukuyama, Springer Series in Solid State Sciences, **39**, p. 26—43. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, N.Y., 1982.
4. Мясников А. В., Садовский М. В. Самосогласованная теория локализации в пространствах с размерностью  $2 \leq d < 4$ . — ФТТ, 1982, **24**, № 12, с. 3569—3574.
5. Котов Е. А., Садовский М. В. Self-Consistent Theory of Localization for the Anderson Model. — Zs. Phys. B, 1983, **51**, № 1, p. 17—23.
6. Кацельсон М. И., Садовский М. В. Межэлектронное взаимодействие в самосогласованной теории локализации. — ФТТ, 1983, **25**, № 11, с. 3372—3382.
7. Altschuler B. L., Khmel'nitskii D. E., Larkin A. I., Lee P. A. Magnetoresistance and Hall Effect in a Disordered Two-Dimensional Electron Gas. — Phys. Rev. B, 1980, **22**, № 11, p. 5142—5153.
8. Fukuyama H. Hall Effect in Two-Dimensional Disordered Systems. — J. Phys. Soc. Japan, 1980, **49**, № 2, p. 644—651.
9. Shapiro B., Abrahams E. Scaling Theory of the Hall Effect in Disordered Electronic System. — Phys. Rev. B, 1981, **24**, № 7, p. 4025—4030.
10. Мотт Н., Дэвис Э. Электронные процессы в некристаллических веществах. М.: Мир, 1982, т. 1, 2, 664 с.
11. Fukuyama H., Ebisawa H., Wada Y. Theory of Hall Effect I. — Progr. Theor. Phys., 1969, **42**, № 3, p. 494—511.
12. Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории в статистической физике. М.: Физматгиз, 1962, 444 с.
13. Abrahams E., Anderson P. W., Licciardello D. C., Ramakrishnan T. V. Scaling Theory of Localization: Absence of Quantum Diffusion in Two-Dimensions. — Phys. Rev. Letters, 1979, **42**, № 10, p. 673—676.
14. Yoshioka D., Ono Y., Fukuyama H. Self-Consistent Treatment of Two-Dimensional Anderson Localization in Magnetic Fields. — J. Phys. Soc. Japan, 1981, **50**, № 10, p. 3419—3426.
15. Gogolin A. A., Zimanyi G. T. Hopping Conductivity and Weak Localization in Two-Dimensional Disordered Systems. — Solid. State Comm., 1983, **46**, № 6, p. 469—475.
16. Shapiro B. Self-Consistent Calculation of the Frequency-Dependent Conductivity Near the Anderson Transition. — Phys. Rev. B, 1982, **25**, № 6, p. 4266—4269.