

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. Н. Булаевский, А. А. Варламов, М. В. Садовский, Флуктуации проводимости и диамагнитной восприимчивости в грязных сверхпроводниках вблизи порога андерсоновской локализации, *Физика твердого тела*, 1986, том 28, выпуск 6, 1799–1804

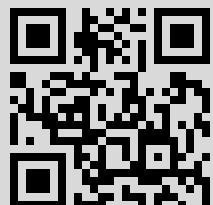
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 195.19.129.45

28 ноября 2021 г., 14:44:30



УДК 535.37

ФЛУКТУАЦИИ ПРОВОДИМОСТИ И ДИАМАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ В ГРЯЗНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ ВБЛИЗИ ПОРОГА АНДЕРСОНОВСКОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ

Л. Н. Булаевский, А. А. Варламов, М. В. Садовский

Рассмотрены флуктуации проводимости и диамагнитной восприимчивости в сверхпроводниках выше T_c вблизи порога андерсоновской локализации. Рассмотрение проведено в рамках самосогласованной теории локализации. Показано, что сверхпроводящий переход по проводимости остается довольно узким почти до самого порога локализации, и он размазывается только при значениях $\sigma \lesssim \sigma_c (T_c/E_F)^{1/2}$. Флуктуационная диамагнитная восприимчивость вычислена в широком диапазоне температур как вдали, так и в критической области андерсоновского перехода.

1. В последние годы особый интерес теоретиков и экспериментаторов привлекают к себе свойства сильно неупорядоченных сверхпроводников. По мере их исследования стало понятно, что ставшая уже классической теория грязных сверхпроводников [1] должна быть модифицирована в области длин свободного пробега l приближающихся к k_F^{-1} , т. е. к межатомному расстоянию. В трехмерных соединениях в этом случае диффузионный характер движения электронов заменяется локализованным, т. е. при длинах свободного пробега ниже некоторого критического значения l_c система электронов переходит в состояние андерсоновского диэлектрика [2]. Этот переход проявляется прежде всего в падении остаточной проводимости σ до нуля при $l < l_c$. Такой переход происходит при значениях $\sigma \simeq \sigma_c = e^2 k_F^2 / \pi^3 \hbar = (2 \div 5) \cdot 10^2 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ (σ_c — так называемая минимальная моттовская проводимость).

Вопрос о влиянии локализации на сверхпроводящие свойства сплавов при уменьшении l был рассмотрен в ряде работ [3-5]. Оказалось, что в рамках модели с плотностью состояний на поверхности Ферми $N(E_F)$ и параметром $\lambda_{e, ph}$, не зависящими от l , величина T_c падает с уменьшением l из-за роста эффективного параметра кулоновского отталкивания μ^* [3]. Этот эффект связан с тем, что по мере уменьшения коэффициента диффузии возрастает запаздывающий характер кулоновского отталкивания электронов. Падение T_c начинается еще в области $\sigma \gg \sigma_c$, однако быстрый спад T_c происходит в области $\sigma \simeq \sigma_c$. Булаевский и Садовский [4], а также позднее Котляр и Капитульник [5] в рамках самосогласованной теории локализации Вольфле и Вольхарда [6] нашли ξ в области $\sigma \lesssim \sigma_c$ и в режиме с андерсоновской локализацией ($l < l_c$) [4]. На пороге локализации, где $l = l_c$ и $\sigma = 0$, корреляционная длина $\xi = (\xi_0 l^2)^{1/2}$ (фактически для оценок по порядку величины в этом выражении l можно заменить на k_F^{-1}). Таким образом, хотя для грязных сверхпроводников (с $\sigma \gg \sigma_c$) величина ξ^2 пропорциональна σ , однако при $l \rightarrow l_c$, $\sigma \rightarrow 0$, а величина ξ^2 остается отличной от нуля как на пороге локализации, так и в диэлектрической области (последнее утверждение имеет смысл, конечно, если при уменьшении l величина T_c еще не успела обратиться в нуль раньше достижения порога локализации из-за роста μ^*).

Как известно, с уменьшением ξ в сверхпроводниках расширяется область сильных термодинамических флуктуаций вблизи критической температуры. Ширина этой области есть $\tau_G T_c$, где параметр Гинзбурга $\tau_G = (E_F/T_c)^2 (\xi k_F)^{-6}$. В чистых сверхпроводниках $\tau_G = (T_c/E_F)^4$, и эта область оказывается весьма узкой. По мере уменьшения l параметр τ_G возрастает, и в области $l \leq \xi_0 = 0.18 v_F/T_c$ становится равным $\tau_G = (T_c/E_F) (k_F l)^{-3}$. Однако и здесь для обычных грязных сверхпроводников ($k_F^{-1} \ll l \leq \xi_0$) он все же остается малым по сравнению с единицей.

В [5] было отмечено, что вблизи порога локализации, где $\xi = (\xi_0 l^2)^{1/2}$, параметр τ_G уже не содержит малого буквенного параметра типа $(T_c/E_F)^n$ с $n > 0$ и, вообще говоря, становится порядка единицы. Поэтому сверхпроводящий переход вблизи порога локализации должен быть сходен с переходом в λ -точке в гелии, и флуктуации здесь могут играть особо важную роль. Так, например, термодинамические флуктуации сверхпроводящего параметра порядка или теплоемкости могут оказаться велики во всей области проявления сверхпроводимости (если, конечно, численное значение τ_G вдур не окажется малым). В то же время понятно, что обычный подход к рассмотрению флуктуационных явлений здесь неприменим из-за изменения характера движения электронов с диффузионного на локализованный.

С экспериментальной точки зрения наибольший интерес представляет изучение флуктуационной проводимости и диамагнитной восприимчивости вблизи порога локализации. Эти флуктуации легче всего поддаются измерению, а для проводимости должны достигать и наибольшей относительной величины (так как на пороге локализации нормальная одноэлектронная проводимость мала).

Ввиду вышесказанного в настоящей работе мы вычислим флуктуационные поправки к проводимости и диамагнитной восприимчивости, учитывая частотную зависимость коэффициента диффузии вблизи порога локализации в рамках самосогласованной теории Вольфле и Вольхарда [6]. Мы не будем здесь принимать во внимание флуктуаций сверхпроводящего параметра порядка, обусловленных беспорядком в системе. Их роль вблизи порога локализации оказывается существенной [7], и ниже мы обсудим соотношение между этими двумя типами флуктуаций.

2. Начнем с вычисления флуктуационного пропагатора усредненного по положениям центров рассеяния электронов, причем это усреднение проведем в рамках самосогласованной теории локализации [6]. В лестничном приближении по взаимодействию в куперовском канале он определяется выражением

$$L^{-1}(\mathbf{q}, \Omega_m) = \lambda^{-1} - \Pi(\mathbf{q}, \Omega_m). \quad (1)$$

Здесь λ — эффективная константа межэлектронного взаимодействия в куперовском канале, а $\Pi(\mathbf{q}, \Omega_m)$ — поляризационный оператор, выражающийся посредством точных одноэлектронных гриновских функций

$$\begin{aligned} \Pi(\mathbf{q}, \Omega_m) = T \sum_{\epsilon_n} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^3} \langle G(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}'_+, \epsilon_n + \Omega_m) \times \\ \times G(\mathbf{p}'_-, \mathbf{p}_-, -\epsilon_n) \rangle = -2\pi i T \sum_{\epsilon_n} \Phi(\mathbf{q}, \omega_k = 2\epsilon_n + \Omega_m), \end{aligned} \quad (2)$$

$\omega_k = 2\pi T k$, $k=0, \pm 1, \pm 2 \dots$, а скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по положению центров рассеяния. В [4] при вычислении коэффициентов уравнения Гинзбурга—Ландау для рассматриваемой нами системы такой поляризационный оператор вычислялся для частного случая $\omega_k = 2\epsilon_n$, когда одна из входящих в определение функции Φ гриновских функций автоматически оказывалась запаздывающей, а другая — опережающей. Из (1) видно, что теперь нам потребуется более общее выражение для функции Φ , когда $\omega_k = 2\epsilon_n + \Omega_m$. Можно убедиться, что соответствующее

обобщение сводится к введению в найденное ранее [4, 6] выражение для Φ дополнительной ступенчатой функции от произведения частот

$$\Phi(\mathbf{q}, \omega_k = 2\varepsilon_n + \Omega_m) = -\frac{N(E_F) \theta(\varepsilon_n(\varepsilon_n + \Omega_m))}{i|2\varepsilon_n + \Omega_m| + i\bar{D}(|2\varepsilon_n + \Omega_m|)q^2} \quad (3)$$

Входящий в это выражение обобщенный частотно-зависящий коэффициент диффузии $\bar{D}(\omega_k)$ в рамках самосогласованной теории локализации определяется выражением

$$\bar{D}(\omega_k) = \max \left\{ \frac{D_0}{k_F R_l}, D_0(\omega_k \tau)^{1/3} \right\}, \quad (4)$$

где $R_l = k_F^{-1} l_c |l - l_c|^{-1}$ — радиус локализации, $D_0 = v_F l / 3$ — обычный коэффициент диффузии, а $\tau = l / v_F$. Подставляя (4) и (3) в (2) и проводя суммирование по фермионным частотам, находим выражения для поляризационного оператора и флуктуационного пропагатора для малых импульсов и частот

$$\Pi^R(\mathbf{q}, \omega) = N(E_F) \left[\ln \frac{\omega D}{4\pi T} + \frac{i\pi\omega}{8T} - \eta q^2 \right], \quad (5)$$

$$|L^R(\mathbf{q}, \omega)|^{-1} = -N(E_F) \left[\ln T_c T_c - \frac{i\pi\omega}{8T} + \eta q^2 \right], \quad (6)$$

однако теперь в отличие от [8] здесь

$$\eta = \begin{cases} \frac{\pi D_0}{8T} \frac{1}{k_F R_l}, & R_l \leq \xi, \\ \frac{\tau^{1/3} D_0}{(4\pi T)^{2/3}} \zeta(5/3, 1/2), & R_l \geq \xi, \end{cases} \quad (7)$$

причем $\xi = (\xi_0 l_c^2)^{1/3}$, а $\zeta(\alpha, x)$ — обобщенная дзета-функция Римана.

Вдали от T_c , заменяя в (2) суммирование интегрированием, можно найти соответствующие выражения, справедливые вблизи андерсоновского перехода ($R_l \geq \xi$) и для больших импульсов и частот,

$$\Pi(\mathbf{q}, \Omega_m) = N(E_F) \left\{ \ln \frac{\omega D}{4\pi T} - \frac{3}{2} \ln \left[\left(\frac{\Omega_m}{4\pi T} \right)^{2/3} + \frac{\tau^{1/3} D_0 q^2}{(4\pi T)^{2/3}} \right] \right\}, \quad (8)$$

$$L^{-1}(\mathbf{q}, \Omega_m) = -N(E_F) \left\{ \ln \frac{T}{T_c} + \frac{3}{2} \ln \left[\left(\frac{\Omega_m}{4\pi T} \right)^{2/3} + \frac{\tau^{1/3} D_0 q^2}{(4\pi T)^{2/3}} \right] \right\}. \quad (9)$$

3. Перейдем к вычислению флуктуационной диамагнитной восприимчивости χ_{fl} сверхпроводника, находящегося вблизи андерсоновского перехода при температурах выше T_c .

Вдали от порога локализации, когда $R_l \leq \xi$, вся перенормировка коэффициента диффузии, согласно (4), сводится к замене D_0 на $\bar{D} = D_0 / k_F R_l$. Поэтому χ_{fl} может быть легко получена непосредственно из результатов работы [9] их делением на $(k_F R_l)^{1/2}$. Так, вблизи T_c

$$\chi_{fl} = -2.25 \frac{|\chi_L|}{(k_F R_l)^{1/2}} \sqrt{T_c \tau} \left(\frac{T_c}{T - T_c} \right)^{1/2}, \quad (T - T_c \ll T_c),$$

а вдали от критической температуры для температурно-зависящей части флуктуационной диамагнитной восприимчивости имеем

$$\Delta \chi_{fl} = \chi(T) - \chi(T \sim T_c) = \frac{2|\chi_L|}{(k_F R_l)^{1/2}} \frac{\sqrt{T_c}}{\ln T / T_c}, \quad (T \gg T_c).$$

Менее тривиальной оказывается ситуация в непосредственной окрестности порога локализации ($R_l \geq \xi$), где становится существенной зависимость коэффициента диффузии от частоты $\bar{D}(\omega_k) = D_0(\omega_k \tau)^{1/3}$. Для вы-

числения флуктуационной диамагнитной восприимчивости здесь, как и в [9], можно воспользоваться общим выражением, построенным на точных одноэлектронных гриновских функциях [10],

$$\chi_{fl}(T) = \frac{eT}{24\pi^2\hbar^2c} \sum_{\Omega_m=-\infty}^{\infty} \int dq L(q, \Omega_m) \Pi'(q, \Omega_m)|_{H=0}, \quad (10)$$

однако при его вычислении пользоваться найденными выше в приближении самосогласованной теории локализации поляризационным оператором и флуктуационным пропагатором.

Вблизи T_c , как обычно, главный вклад, сингулярный по близости к температуре сверхпроводящего перехода, в термодинамические величины дает в (10) слагаемое с $\Omega_m=0$. Понятно, что для небольших полей вся зависимость от магнитного поля войдет в поляризационный оператор в виде $q^2 + \frac{\pi H}{e\Phi_0}$ (здесь Φ_0 — квант магнитного потока). Таким образом,

$$\Pi'(q, 0)|_{H=0} = \frac{N(E_F)}{c\hbar} 2\pi T \sum_{\epsilon_n > 0} \frac{\tilde{D}(2\epsilon_n)}{[2\epsilon_n + \tilde{D}(2\epsilon_n)q^2]}. \quad (11)$$

Проводя в (11) суммирование, а затем интегрирование в (10), для флуктуационной диамагнитной восприимчивости вблизи T_c и на пороге андерсоновской локализации находим выражение

$$\begin{aligned} \chi_{fl} &= -\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2/3} \frac{\zeta^{1/2}(5/3, 1/2)}{3} |\chi_L^1| (T_c\tau)^{2/3} \left(\frac{T_c}{T-T_c}\right)^{1/2} = \\ &= -0.24 |\chi_L^1| (T_c\tau)^{2/3} \left(\frac{T_c}{T-T_c}\right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Вдали от сверхпроводящего перехода, при вычислении суммы в (10) уже нельзя ограничиться членом с $\Omega_m=0$. Воспользовавшись соответствующим этому случаю выражением (8), для поляризационного оператора находим

$$\Pi'(q, \Omega_m)|_{H=0} = -\frac{3}{2} N(E_F) \frac{(4\pi T\tau)^{1/3} \frac{D_0}{8\Phi_0 T}}{\left(\frac{\Omega_m}{4\pi T}\right)^{2/3} + \frac{\tau^{1/3} D_0 q^2}{(4\pi T)^{2/3}}}. \quad (13)$$

Подстановка (13) и (9) в (10) и последующее интегрирование по импульсам приводит, как обычно в термодинамике, к формальной расходимости оставшейся суммы по частотам. Вспоминая, что все приведенные выражения справедливы лишь для частот $\Omega_m \leq \tau^{-1}$, обрезаем эту расходимость, после чего находим

$$\chi_{fl}(T \gg T_c) = -0.6 |\chi_L| (T_c\tau)^{2/3} \left[\text{li}(T_c\tau)^{-2/3} - \text{li}\left(\frac{T}{T_c}\right)^{2/3} \right]. \quad (14)$$

Воспользовавшись асимптотическим выражением для интегрального логарифма, для температурно-зависящей части $\Delta\chi_{fl}$ находим

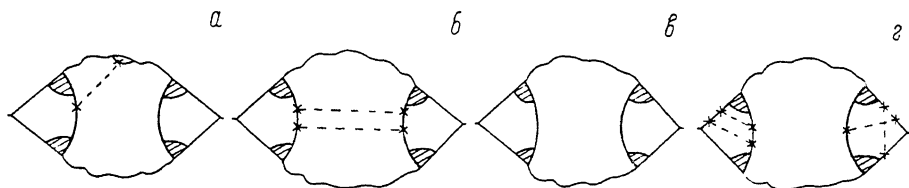
$$\Delta\chi_{fl} = 0.9 |\chi_L| (T\tau)^{2/3} \frac{1}{\ln T/T_c}. \quad (15)$$

Как видно, этот результат хорошо сшивается с соответствующей величиной в металлической фазе, взятой на границе критической области андерсоновского перехода (где $R_l \sim \xi$, и соответственно $k_F R_l \sim (T\tau)^{-1/3}$).

Полученные результаты для наглядности удобно свести в таблицу.

4. Обратимся теперь к изучению флуктуационной проводимости неупорядоченного сверхпроводника выше T_c и на пороге андерсоновского перехода. Если он находится еще вне критической области андерсоновского перехода ($k_F^{-1} \leq R_l \leq \xi$), то, как и для флуктуационной диамагнитной

восприимчивости, соответствующие результаты могут быть тривиальным образом получены из обычных выражений для грязных сверхпроводников [8, 11]. В критической же области ($R_l \geq \xi$) необходимо не только принять во внимание частотную зависимость коэффициента диффузии, но и более подробно обсудить вопрос об усреднении соответствующих диаграмм по положениям рассеивающих центров. Мы ограничимся здесь рассмотрением лишь парапроводимости [8] — вклада в ток от самих флуктуационно возникающих куперовских пар, пренебрегая при этом изменением одноэлектронной проводимости в присутствии этих пар (вклад Маки—Томпсона [12, 13]). Основанием для этого может служить сильное подавление вклада Маки—Томпсона процессами неупругого рассеяния электронов, которое заведомо имеет место вблизи порога локализации.



Примеры диаграмм для флуктуационной проводимости сверхпроводника на пороге андерсоновской локализации.

Сплошными линиями обозначены точные одноэлектронные гриновские функции, волнистой — флуктуационный пропагатор, штрихами — примесное рассеяние. Заптрихованные треххвостные вершины обозначают сумму графиков с максимально пересекающимися примесными линиями.

Примеры диаграмм, описывающих флуктуационную проводимость с учетом рассеяния электронов на примесях, представлены на рисунке. Понятно, что диаграммы, типа показанных на рисунке, *а*, *б*, сингулярного по близости к T_c вклада не дадут, так как в них хотя бы по одному из пропагаторов должны протекать импульсы порядка k_F . Таким образом, блоки **В**, составленные из трех гриновских функций, подлежат независимому усреднению по положению рассеивающих центров. Мы проведем это усреднение в приближении самосогласованной теории локализации, когда учет примесного рассеяния сводится к перенормировке треххвостных

$k_F R_l$	$T - T_c \ll T_c$	$T \gg T_c$
1	$\chi_{fl} = -2.25 \chi_L \sqrt{T_c \tau} \left(\frac{T_c}{T - T_c} \right)^{1/2}$	$\Delta \chi_{fl} = \frac{2 \chi_L \sqrt{T_c \tau}}{\ln T/T_c}$
$1 \leq k_F R_l \leq (T\tau)^{-1/2}$	$\chi_{fl} = -\frac{2.25 \chi_L }{(k_F R_l)^{1/2}} \sqrt{T_c \tau} \left(\frac{T_c}{T - T_c} \right)^{1/2}$	$\Delta \chi_{fl} = \frac{2 \chi_L \sqrt{T_c \tau}}{(k_F R_l)^{1/2} \ln T/T_c}$
$k_F R_l \geq (T\tau)^{-1/2}$	$\chi_{fl} = -0.24 \chi_L (T_c \tau)^{2/3} \left(\frac{T_c}{T - T_c} \right)^{1/2}$	$\Delta \chi_{fl} = \frac{0.9 \chi_L (T\tau)^{2/3}}{\ln T/T_c}$

вершин, учитывающей графики с максимально пересекающимися примесными линиями (диаграмма, изображенная на рисунке, *в*) [14]. При этом мы теряем вклады от процессов рассеяния типа представленных диаграмм *г*.

Для вычисления оставшейся диаграммы прежде всего отметим, что блок **В** (\mathbf{q} , Ω_m , ω) вблизи T_c нам достаточно вычислить для малых \mathbf{q} и равной нулю внешней частоты ω . Нетрудно убедиться, что в этом случае он может быть представлен в виде производной по импульсу от найденного выше поляризационного оператора

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}, \Omega_m, 0) = \mathbf{q}C(\Omega_m) = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \Pi(\mathbf{q}, \Omega_m). \quad (16)$$

Вблизи T_c можно пренебречь и зависимостью C от частоты Ω_m . Тогда эта величина сведется к уже известному [4] коэффициенту при градиентном члене в уравнении Гинзбурга—Ландау: $C(0) = N(E_F) \xi^2$. Дальнейшие вычисления флуктуационной проводимости вблизи T_c проводятся стандартно [8], и на них мы останавливаться не будем. Полученная таким образом флуктуационная проводимость вблизи T_c в области андерсоновского перехода определяется обычным выражением

$$\sigma_{AL} = \frac{1}{32} \frac{e^2}{\xi} \left(\frac{T_c}{T - T_c} \right)^{1/2}, \quad (17)$$

однако с корреляционной длиной

$$\xi = \begin{cases} (\xi_0 l)^{1/2}, & R_l \leq \xi, \\ 1.22 (\xi_0 l^2)^{1/3}, & R_l \geq \xi. \end{cases} \quad (18)$$

Таким образом, по мере уменьшения l область сильной флуктуационной сверхпроводимости растет из-за уменьшения ξ , и она расширяется до величины $\tau_c \sim 1$ при $\sigma \leq \sigma^* \simeq \sigma_c (T_c/E_F)^{1/3}$. Итак, мы видим, что сверхпроводящий переход по проводимости остается довольно узким почти до самого порога локализации, и он размывается только при значениях проводимости $\sigma \leq \sigma^*$. В этой же области ($\sigma \leq \sigma^*$) становятся сильными и пространственные флуктуации сверхпроводящего параметра порядка, вызванные примесями [7]. Поэтому расчет флуктуаций в этой области потребует иного подхода.

Л и т е р а т у р а

- [1] Абрикосов А. А., Горьков Л. П. ЖЭТФ, 1958, т. 35, с. 1158; 1959, т. 36, № 1, с. 319.
- [2] Anderson P. W. J. Phys. Chem. Sol., 1959, vol. 11, p. 26.
- [3] Anderson P. W., Muttalib K. A., Ramakrishnan T. V. Phys. Rev. 1983, vol. B28, p. 117.
- [4] Булаевский Л. Н., Садовский М. В. Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 39, с. 524. *Bulayevskij L. N., Sadovskij M. V. JLTPr*, 1985, vol. 59, No. 1/2, p. 89.
- [5] Kapitulnik A., Kotliar G. Phys. Rev. Lett., vol. 54, No. , p. 473.
- [6] Anderson Localization. Springer Series in Solid State Sciences, vol. 39, Springer Verlag, Berlin—New York, 1982.
- [7] Булаевский Л. Н., Садовский М. В. Письма в ЖЭТФ, 1986, т. 43, № 1, с. 76.
- [8] Асламазов Л. Г., Ларкин А. И. ФТТ, 1968, т. 10, с. 1104.
- [9] Асламазов Л. Г., Ларкин А. И. ЖЭТФ, 1974, т. 67, с. 647.
- [10] Kurkiyärvi J., Ambegaokar V., Eilenberger G. Phys. Rev. 1972, vol. B5, p. 868.
- [11] Aslamazov L. G., Varlamov A. A. JLTPr, 1980, vol. 38, p. 221.
- [12] Maki K. Progr. Theor. Phys., 1968, vol. 38, p. 891.
- [13] Thompson R. S. Phys. Rev., 1970, vol. B1, p. 327.
- [14] Кацнельсон М. И., Садовский М. В. ФТТ, 1983, т. 25, с. 3372.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
10 декабря 1985 г.