ЖЭТФ, 1993, том 104, вып. 4(10), стр. 3550 — 3564

К ТЕОРИИ СВЕРХПРОВОДНИКОВ С "НЕЧЕТНЫМ" СПАРИВАНИЕМ

Э.З. Кучинский, М.В. Садовский, М.А. Эркабаев

Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук
620219, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 22 июня 1993 г.

Рассматривается модель сверхпроводящего спаривания с щелевой функцией, нечетной по $k - k_F$. В этом случае сверхпроводимость возможна даже в присутствии сколь угодно сильного точечного отталкивания между электронами, что привлекательно с точки зрения теории ВТСП металлооксидов. Предложено модельное спаривательное взаимодействие, при котором уравнения теории БКШ решаются точно, что позволяет провести полный анализ областей существования обычного ("четного") и "нечетного" спаривания в зависимости от параметров взаимодействия. Показано, что нормальные примеси (беспорядок) приводят к чрезвычайно сильному подавлению нечетного спаривания, более мощному, чем в случае магнитных примесей в традиционных сверхпроводниках.

1. Введение

Традиционная теория сверхпроводимости БКШ [1] основана на предположении о существовании вблизи поверхности Ферми эффективного притяжения электронов с противоположными импульсами и спинами. При этом считается, что это притягивающее взаимодействие в некотором смысле превышает кулоновское отталкивание электронов хотя бы в части фазового пространства, что и рассматривается как необходимое условие перехода системы в сверхпроводящее состояние при низких температурах. Естественно, что сильное отталкивание электронов в моделях типа Хаббарда, широко используемых для описания электронных свойств металлооксидов, с этой точки зрения является фактором, препятствующим сверхпроводимости. Представляет интерес рассмотрение моделей, в которых влияние такого отталкивания сильно подавлено или вообще отсутствует. Одна из моделей подобного рода была предложена в недавней работе Мила и Абрахамса [2]. В ее основе лежит предположение о том, что щелевая функция теории БКШ $\Delta(\mathbf{k}, \omega)$ зависит только от $|\mathbf{k}|$, а точнее — от энергии квазичастиц $\xi_k = v_F(|\mathbf{k}| - k_F)$, отсчитанной от уровня Ферми, причем является нечетной функцией этого аргумента. В этом случае в приближении БКШ сверхпроводимость оказывается возможной и при сколь угодно сильном точечном отталкивании между электронами. Физически очевидно, что такое состояние может реализоваться при достаточно сильном отталкивании, когда обычная ("четная") сверхпроводимость подавлена. Ссылки на более ранние работы, в которых рассматривалось "нечетное" спаривание, можно найти в [3].

Целью настоящей работы является более подробный, чем в [2], анализ задачи о нечетном спаривании и его соотношении с обычным четным случаем, на основе простейшего приближения слабой связи и использования модельного спаривательного взаимодействия, допускающего точное решение уравнений теории БКШ. Последнее обстоятельство позволяет детально рассмотреть основные идеи изучаемой модели и найти аналитические решения, которые легко сравнить с результатами работы [2], полученными численным решением интегральных уравнений БКШ для более "реалистического" взаимодействия. Кроме того, в работе рассмотрена задача о влиянии нормальных примесей на нечетное спаривание обсуждаемого типа. Это влияние оказывается необычно сильным [4], сверхпроводимость подавляется даже быстрее, чем в случае введения магнитных примесей в традиционные сверхпроводники. Задача решается как с модельным взаимодействием, допускающим точное решение, так и численными методами в случае "реалистичного" взаимодействия, предложенного в работе [2]. Несмотря на очевидную привлекательность рассматриваемого вида спаривания для объяснения высокотемпературной сверхпроводимости металлооксидов, чрезвычайная чувствительность к разупорядочению делает его маловероятным в применении к ВТСП-купратам.

2. Уравнения для щели и температуры перехода

В основе рассматриваемой модели лежит демонстрация того факта [2], что уравнение слабой связи для щели в теории БКШ [1]

$$\Delta(\xi) = -N(0)\int_{-\infty}^{\infty} d\xi' V(\xi,\xi')\,\frac{\Delta(\xi')}{2\sqrt{\xi'^2+\Delta^2(\xi')}}\,\mathrm{th}\left(\frac{\sqrt{\xi'^2+\Delta^2(\xi')}}{2T}\right) \qquad (1)$$

может иметь нетривиальное решение $\Delta(\xi) = -\Delta(-\xi)$ (т.е. нечетное по $k - k_F$, $\xi = v_F(k - k_F)$), при наличии в $V(\xi,\xi')$ притягивающего взаимодействия даже в присутствии сильного (бесконечного) точечного отталкивания. Легко видеть [2], что для нечетной щелевой функции $\Delta(\xi)$ отталкивательная часть взаимодействия в (1) просто выпадает, а притяжение может обеспечить спаривание с нетривиальными свойствами: $\Delta(\xi)$ обращается в нуль на ферми-поверхности, что ведет к бесщелевой сверхпроводимости. Следует подчеркнуть, что речь идет об изотропной модели, в которой щель обращается в нуль всюду на поверхности Ферми, что отличает рассматриваемую модель от случая анизотропного спаривания, например, d-типа [3].

Итак, в дальнейшем мы считаем, что взаимодействие в уравнении (1) состоит из двух вкладов: $V(\xi,\xi') = V_1(\xi,\xi') + V_2(\xi,\xi')$, где

$$V_1(\xi,\xi') = \begin{cases} U > 0 & \text{при} \quad |\xi|, |\xi'| < E_F \\ 0 & \text{при} \quad |\xi|, |\xi'| > E_F \end{cases} \qquad (2)$$

— точечное отталкивание электронов, а $V_2(\xi,\xi')$ — эффективное спаривательное взаимодействие (притяжение), которое отлично от нуля при $|\xi|, |\xi'| < \omega_c$ и $|\xi - \xi'| < \omega_c$ (последнее ограничение является принципиально важным), где $\omega_c \ll E_F$ играет роль характерной частоты бозонов, обмен которыми обеспечивает спаривание. "Потенциал" спаривания $V_2(\xi,\xi')$ можно представлять различными модельными зависимостями, например ступенькой [2]. В работе [2] особое внимание было уделено взаимодействию следующего вида:

$$V_2(\xi,\xi') = \begin{cases} -V(|\xi-\xi'|/\omega_c)^{-2/3} & \text{при} \quad |\xi|, |\xi'|, |\xi-\xi'| < \omega_c \\ 0 & \text{при} \quad |\xi|, |\xi'| \quad \text{или} \quad |\xi-\xi'| > \omega_c \end{cases}, \qquad (3)$$

которое было выбрано исключительно из желания получить туннельную плотность состояний в сверхпроводнике $N_T(E) \propto |E|^2$ при $E \to 0$.

Интегральное уравнение БКШ (1) с таким взаимодействием $V_2(\xi,\xi')$ решалось в [2] численными методами, причем удалось получить ряд результатов, качественно соответствующих свойствам ВТСП-соединений.

В данной работе мы рассматриваем, в основном, модельное взаимодействие вида [4]

$$V_2(\xi,\xi') = \begin{cases} -V\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\dfrac{\xi-\xi'}{\omega_c}\right) & \text{при} \quad |\xi|, |\xi'|, |\xi-\xi'| < \omega_c \\ 0 & \text{при} \quad |\xi|, |\xi'| \quad \text{или} \quad |\xi-\xi'| > \omega_c \end{cases}. \qquad (4)$$

Основным преимуществом такого выбора является то обстоятельство, что в данном случае интегральное уравнение для щели сводится к трансцендентному и легко решается. Выбор (4) не является в этом смысле единственным, можно предложить еще целый ряд "потенциалов", обладающих такими же свойствами. Например, можно использовать взаимодействие $V_2(\xi,\xi')$, пропорциональное $\mathrm{ch}(\xi-\xi')$ или $(\xi-\xi')^2$. Однако в случае (4) удается получить результаты, которые в определенном смысле наиболее близки к полученным с помощью "реалистического" взаимодействия (3) (например, для плотности состояний). Большинство качественных выводов вообще не зависит от выбора модельного "потенциала". Важность модельного потенциала (4) связана, очевидно, еще и с тем, что практически любое взаимодействие, представляющее собой четную функцию $\xi-\xi'$ в интервале от $-\omega_c$ до ω_c, может быть записано в виде ряда Фурье по косинусам. В этом смысле наше рассмотрение дает основу для анализа самого общего случая.

Заметим, что действительно реалистический выбор взаимодействия $V(\xi,\xi')$ следовало бы вести в рамках диэлектрического формализма теории сверхпроводимости [5,6], где удается получить весьма общие выражения для интегрального ядра в теории БКШ. Однако при этом не вполне ясно, как можно получить нетривиальную зависимость ядра от аргумента $|\xi-\xi'|$, поскольку для диэлектрического формализма типична зависимость ядра $V(\xi,\xi')$ от переменных $|\xi|$ и $|\xi'|$ по отдельности [5, 6].

Температура сверхпроводящего перехода определяется линеаризованным уравнением

$$\Delta(\xi) = -N(0)\int_{-\infty}^{\infty} d\xi' V(\xi,\xi')\,\frac{\Delta(\xi')}{2\xi'}\,\mathrm{th}\left(\frac{\xi'}{2T_c}\right). \qquad (5)$$

Используя (2) и (4), имеем

$$\Delta(\xi) = g\int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi'\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi-\xi'}{\omega_c}\right)\frac{\Delta(\xi')}{2\xi'}\,\mathrm{th}\left(\frac{\xi'}{2T_c}\right) - \mu\int_{-E_F}^{E_F} d\xi'\,\frac{\Delta(\xi')}{2\xi'}\,\mathrm{th}\left(\frac{\xi'}{2T_c}\right) \qquad (6)$$

при $|\xi| < \omega_c$, а при $\omega_c < |\xi| < E_F$

$$\Delta(\xi) = -\mu \int_{-E_F}^{E_F} d\xi' \frac{\Delta(\xi')}{2\xi'} \operatorname{th}\left(\frac{\xi'}{2T_c}\right), \tag{7}$$

где введены, как обычно, безразмерные константы спаривательного и отталкивательного взаимодействия: $g = N(0)V$, $\mu = N(0)U$.

Общее решение уравнений (6), (7) имеет вид

$$\Delta(\xi) = \begin{cases} \Delta_c \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\dfrac{\xi}{\omega_c}\right) + \Delta_s \sin\left(\dfrac{\pi}{2}\dfrac{\xi}{\omega_c}\right) + \Delta & \text{при} \quad |\xi| < \omega_c \\ \Delta & \text{при} \quad \omega_c < |\xi| < E_F \end{cases}, \tag{8}$$

Δ_c, Δ_s, Δ определяются из алгебраической системы уравнений

$$\begin{aligned} \Delta_c &= gF_c\Delta_c + gF\Delta, \\ \Delta &= -\mu F\Delta_c - \mu W'\Delta, \end{aligned} \tag{9}$$

$$\Delta_s = gF_s\Delta_s, \tag{10}$$

где

$$F_c = \int_0^{\omega_c} d\xi \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{\omega_c}\right)\frac{1}{\xi}\operatorname{th}\left(\frac{\xi}{2T_c}\right),$$

$$F_s = \int_0^{\omega_c} d\xi \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{\omega_c}\right)\frac{1}{\xi}\operatorname{th}\left(\frac{\xi}{2T_c}\right),$$

$$F = \int_0^{\omega_c} d\xi \cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{\omega_c}\right)\frac{1}{\xi}\operatorname{th}\left(\frac{\xi}{2T_c}\right), \tag{11}$$

$$W = \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{1}{\xi}\operatorname{th}\left(\frac{\xi}{2T_c}\right),$$

$$W' = \int_0^{E_F} d\xi \frac{1}{\xi}\operatorname{th}\left(\frac{\xi}{2T_c}\right).$$

Видим, что уравнение (10), определяющее T_c для нечетного спаривания, является независимым от системы уравнений (9), определяющей T_c для четного случая. Отталкивательное взаимодействие влияет только на четное спаривание, и из (9) получаем следующее трансцендентное уравнение для T_c:

$$1 = gF_c - g\mu\frac{F^2}{1 + \mu W'}, \tag{12}$$

что может быть переписано как

$$1 = gF_c - \mu^* W + \mu^* g(F_c W - F^2), \tag{13}$$

где введен кулоновский псевдопотенциал

$$\mu^* = \frac{\mu}{1 + \mu(W' - W)},$$

в котором в области слабой связи, когда $T_c \ll \omega_c$, величина $W' - W$ принимает обычное значение $\ln(E_F/\omega_c)$.

Температура перехода в нечетное состояние определяется из уравнения

$$1 = gF_s = g\int_0^{\omega_c} d\xi \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{\omega_c}\right)\frac{1}{\xi}\,\mathrm{th}\left(\frac{\xi}{2T_c}\right). \tag{14}$$

В Приложении мы выводим уравнения (12), (14) исходя из задачи о куперовской неустойчивости нормального состояния.

На рис. 1 представлены результаты численного решения уравнений (12) и (14) для различных значений констант взаимодействия g и μ. Видно, что при слабом отталкивательном взаимодействии доминирует четное спаривание: температура соответствующего перехода выше температуры перехода в

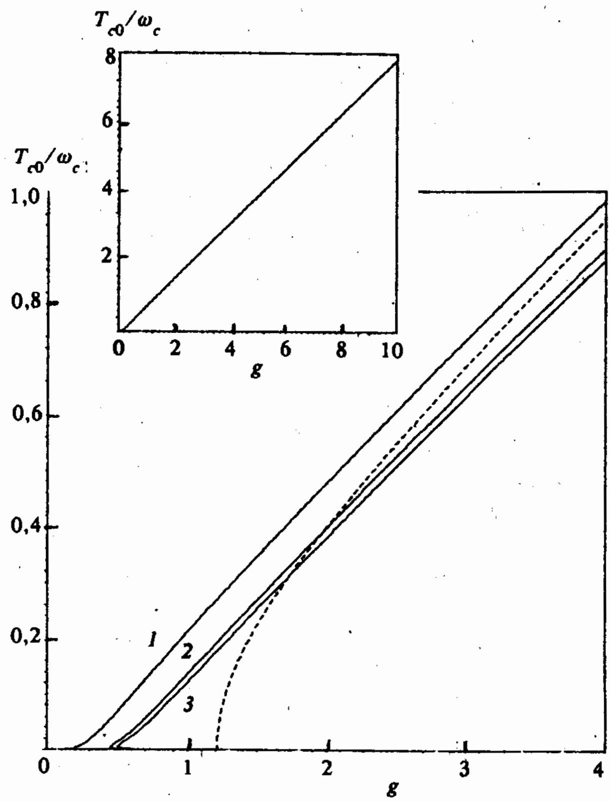

Рис. 1. Зависимость T_{c0} от спаривательной константы связи $g = N(0)V$ в случае четного (сплошные линии) и нечетного (штриховая) спаривания: *1* – $\mu = 0$; *2* – $\mu = 1$; *3* – $\mu = 10$. В расчетах принималось $E_F/\omega_c = 50$. На вставке — аналогичная зависимость для "реалистического" взаимодействия (3)

состояние с нечетной щелью. С ростом отталкивания ситуация меняется и при больших g более выгодным становится нечетное спаривание. Заметим, что в модели (4) существует критическое значение спаривательной константы связи: нечетное спаривание возникает лишь при $g > g_c \approx 1{,}213$. Таким образом, при рассмотрении нечетного спаривания мы формально выходим за пределы применимости приближения слабой связи, для которого получены уравнения БКШ.

В этом смысле результаты, представленные на рис. 1, в области больших констант связи носят довольно условный характер. В частности, практически линейный рост T_c с ростом g, который виден на рис. 1, вряд ли имеет область применимости и связан с неразумной экстраполяцией уравнений БКШ, полученных в приближении слабой связи, на область больших g. Фактически здесь следовало бы провести более корректное рассмотрение в духе известной работы [7], в которой был последовательно прослежен переход от "рыхлых" куперовских пар в приближении слабой связи к компактным бозонам, возникающим в пределе очень сильного спаривательного взаимодействия. Известно, что при этом с ростом g происходит насыщение температуры T_c, определяющейся (при больших g) известной формулой для температуры бозе-конденсации в газе бозонов, в которой зависимость от g фактически отсутствует.

Критическое значение g_c константы связи в задаче о нечетном спаривании формально отсутствует при использовании спаривательного взаимодействия (3), что, очевидно, является следствием его расходимости при $|\xi - \xi'| \to 0$. Соответствующая зависимость T_c от $g = N(0)V$ для задачи о нечетном спаривании, полученная прямым численным решением уравнения (5) с потенциалом (3) приведена на вставке рис. 1. В то же время ясно, что и в этом случае нечетное спаривание начинает доминировать над четным только в случае достаточно большого отталкивания. Заметим, что и рассмотрение предела сильного отталкивания в рамках модели БКШ вряд ли является вполне оправданным, поскольку учитывает только простейшую фоковскую поправку по межэлектронному взаимодействию. Ясно, что таким образом нельзя корректно рассмотреть предел $\mu \to \infty$. Вместе с тем, приведенное выше формальное решение уравнений БКШ, по-видимому, правильно отражает качественную картину перехода от традиционного четного к нечетному спариванию.

Рассмотрим теперь температурное поведение щелевой функции в случае нечетного спаривания в модели (4). В соответствии с (8) для нечетного случая имеем

$$\Delta(\xi) = \begin{cases} \Delta_0(T)\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\dfrac{\xi}{\omega_c}\right) & \text{при} \quad |\xi| < \omega_c \\ 0 & \text{при} \quad |\xi| > \omega_c \end{cases}, \tag{15}$$

а температурная зависимость $\Delta_0(T)$ определяется вытекающим из (1) уравнением

$$1 = g\int_0^{\omega_c} d\xi' \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi'}{\omega_c}\right) \frac{\mathrm{th}\left(\dfrac{1}{2T}\sqrt{\xi'^2 + \Delta_0^2(T)\sin^2\left(\dfrac{\pi}{2}\dfrac{\xi'}{\omega_c}\right)}\right)}{\sqrt{\xi'^2 + \Delta_0^2(T)\sin^2\left(\dfrac{\pi}{2}\dfrac{\xi'}{\omega_c}\right)}}, \tag{16}$$

решения которого для ряда значений спаривательной константы g представлены на рис. 2. Температурная зависимость $\Delta_0(T)$ напоминает таковую в теории БКШ, но не совпадает с ней. В частности, при больших константах спаривательного взаимодействия, $g \gg g_c$, получается $2\Delta_0(T=0)/T_c \approx 5$ с тенденцией к уменьшению при уменьшении g.

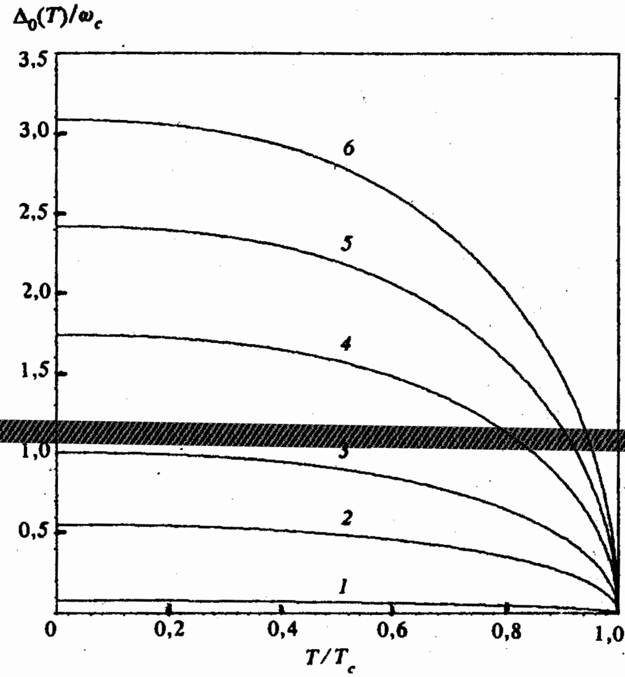

Рис. 2. Температурная зависимость $\Delta_0(T)$ в случае нечетного спаривания для ряда значений спаривательной константы связи: *1* – g = 1,22; *2* – 1,5; *3* – 2,0; *4* – 3,0; *5* – 4,0; *6* – 5,0

Туннельную плотность состояний нетрудно вычислить стандартным образом [2]. Используя (15), получаем

$$\frac{N(E)}{N_0(0)} = \begin{cases} E\left[\varepsilon + \dfrac{\pi}{4}\dfrac{\Delta_0^2(T)}{\omega_c}\sin\left(\pi\dfrac{\varepsilon}{\omega_c}\right)\right]^{-1} & \text{при} \quad |\varepsilon| < \omega_c \\ 1 & \text{при} \quad \omega_c < |\varepsilon| \end{cases}, \qquad (17)$$

где ε определяется из уравнения

$$\varepsilon^2 + \Delta_0^2(T)\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{\varepsilon}{\omega_c}\right) = E^2 .$$

Соответствующие зависимости для разных температур приведены на рис. 3. Плотность состояний всегда бесщелевая, псевдощель замывается с ростом температуры, при этом положения максимумов плотности состояний довольно слабо зависят от температуры. Эти результаты качественно близки к полученным в работе [2] для случая взаимодействия (3) и могут сравниваться с известными особенностями щели в ВТСП. Если определять отношение

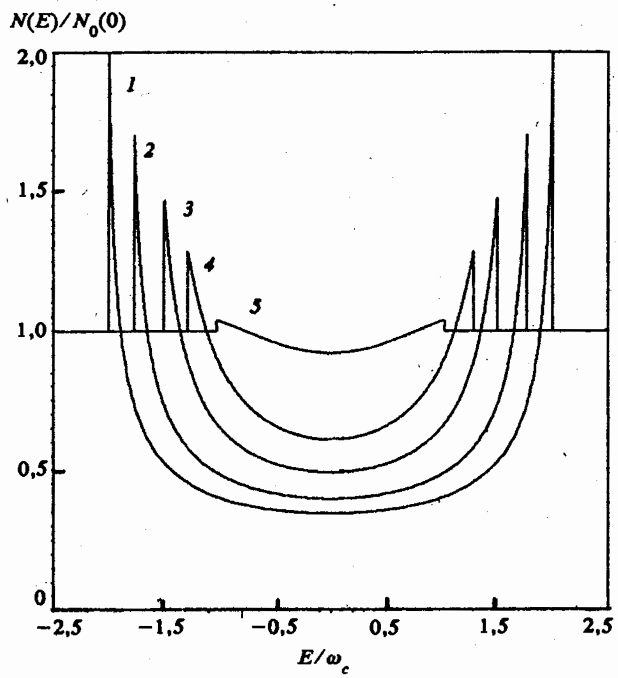

Рис. 3. Плотность состояний в модели нечетного спаривания для ряда характерных температур: *1* − $T/T_c = 0$; *2* − 0,6; *3* − 0,8; *4* − 0,9; *5* − 0,99. Значение спаривательной константы принято равным $g = 3$

$2\Delta/T_c$ по положению максимумов туннельной плотности состояний, получим $2\Delta/T_c \approx 6$.

3. Влияние нормальных примесей

Представляет интерес исследование влияния нормальных (немагнитных) примесей (беспорядка) на нечетное спаривание. Хорошо известно [1,8], что такой беспорядок практически не влияет на традиционное четное спаривание. В рассматриваемом случае уравнения для нормальной и аномальной функций Грина имеют стандартный вид [8], справедливый в пределе слабого рассеяния:

$$G(\omega\xi) = -\frac{i\tilde{\omega} + \xi}{\tilde{\omega}^2 + \xi^2 + |\tilde{\Delta}(\xi)|^2}, \tag{18}$$

$$F(\omega\xi) = \frac{\tilde{\Delta}^*(\xi)}{\tilde{\omega}^2 + \xi^2 + |\tilde{\Delta}(\xi)|^2},$$

где $\omega = (2n + 1)\pi T$,

$$\tilde{\omega} = \omega - \frac{\gamma}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{\tilde{\omega}}{\tilde{\omega}^2 + \xi^2 + |\tilde{\Delta}(\xi)|^2}, \tag{19}$$

$$\tilde{\Delta}(\xi) = \Delta(\xi) + \frac{\gamma}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{\tilde{\Delta}^*(\xi)}{\tilde{\omega}^2 + \xi^2 + |\tilde{\Delta}(\xi)|^2} = \Delta(\xi)\,.$$

Здесь $\gamma = \pi c V_0^2 N(0)$ — частота рассеяния электронов на точечных примесях с потенциалом V_0, хаотически распределенных и имеющих концентрацию c. Интеграл во втором уравнении (19) обращается в нуль из-за нечетности зависимости $\Delta(\xi)$, и перенормировка щелевой функции из-за рассеяния на примесях отсутствует. Именно это обстоятельство и является причиной сильного влияния примесей на нечетное спаривание. Заметим, что такая же ситуация имеет место в случае анизотропного спаривания, например, d-типа [9,10].

Уравнение для щели имеет теперь вид

$$\Delta(\xi) = -N(0)T\sum_{\omega_n}\int_{-\infty}^{\infty} d\xi' V_2(\xi,\xi')\frac{\Delta^*(\xi')}{\tilde{\omega}^2 + \xi'^2 + |\Delta^2(\xi')|^2}\,. \tag{20}$$

Вблизи T_c это уравнение можно линеаризовать и мы получаем

$$\Delta(\xi) = -N(0)T\sum_{\omega_n}\int_{-\infty}^{\infty} d\xi' V_2(\xi,\xi')\frac{\Delta(\xi')}{\tilde{\omega}^2 + \xi'^2}\,, \tag{21}$$

где $\tilde{\omega} = \omega_n + \gamma\,\mathrm{sign}\,\omega_n$.

Сумму по мацубаровским частотам в (21) можно вычислить обычным образом, переходя к интегрированию в комплексной плоскости частоты. В результате, линеаризованное уравнение для щели можно записать несколькими эквивалентными способами:

$$\Delta(\xi) = -N(0)\int_{-\infty}^{\infty} d\xi' V_2(\xi,\xi')\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{\pi}\,\mathrm{th}\left(\frac{\omega}{2T}\right)\mathrm{Re}\,G^R(-\omega\xi')\mathrm{Im}\,G^R(\omega\xi')\Delta(\xi')\,, \tag{22}$$

где $G^R(\omega\xi) = (\omega - \xi + i\gamma)^{-1}$ — запаздывающая функция Грина нормального металла с примесями. В другой записи получаем

$$\Delta(\xi) = -N(0)\int_{-\infty}^{\infty} d\xi' V_2(\xi,\xi')\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{2\pi}\frac{1}{\xi'}\,\mathrm{th}\left(\frac{\omega+\xi'}{2T}\right)\frac{\gamma}{\omega^2+\gamma^2}\Delta(\xi')\,. \tag{23}$$

Уравнение типа (22) было получено для сверхпроводников с анизотропным d-спариванием в работе [10], мы пользуемся в дальнейшем уравнением (23).

Для модельного взаимодействия (4) щель снова имеет вид (15), а уравнение для T_c непосредственно следует из (23):

$$1 = g\int_0^{\omega_c}\frac{d\xi'}{\xi'}\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi'}{\omega_c}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{\pi}\,\mathrm{th}\left(\frac{\omega+\xi'}{2T_c}\right)\frac{\gamma}{\omega^2+\gamma^2}\,. \tag{24}$$

На рис. 4 показаны зависимости T_c от γ для ряда характерных значений спаривательной константы g, полученные решением уравнения (24). Видно, что рассеяние на нормальных примесях сильно подавляет нечетное спаривание. Сверхпроводимость исчезает при $\gamma \sim T_{c0}$, где T_{c0} — температура

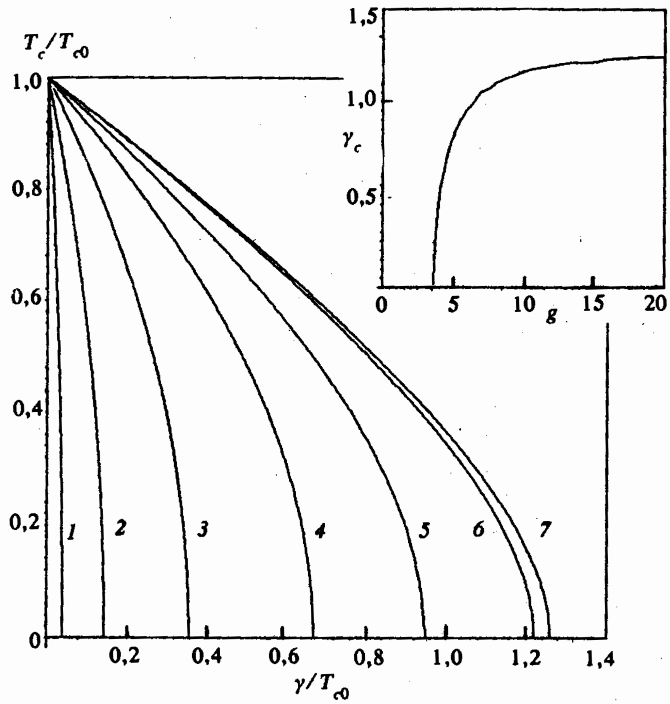

Рис. 4. Зависимость T_c нечетного спаривания от частоты рассеяния γ для разных значений спаривательной константы g: *1* – g = 1,22; *2* – 1,24; *3* – 1,30; *4* – 1,50; *5* – 2,0; *6* – 5,0; *7* – 10,0. На вставке — зависимость критической частоты рассеяния от спаривательной константы связи

перехода в отсутствие рассеяния ($\gamma \to 0$), определяемая уравнением (14). Разрушение сверхпроводимости в данном случае происходит даже быстрее, чем при введении магнитных примесей в традиционный сверхпроводник [11]. Это проявляется, в частности, в быстром уменьшении области существования сверхпроводимости на фазовой диаграмме (рис. 4) при $g \to g_c$ и в отсутствии универсальной зависимости $T_c(\gamma)$, характерной для случая магнитных примесей.

В случае модельного взаимодействия (3) зависимость T_c от γ можно найти непосредственным численным решением линейного интегрального уравнения (23). Для вычисления минимального характеристического числа, определяющего константу связи g при данной температуре T, использовались метод следов и метод Келлога [12]. При вычислении интегралов от функций, пропорциональных $|\xi - \xi'|^{-2/3}$, использовались методы расчета сингулярных интегралов на отрезке [13], позволяющие вычислять такие интегралы с точностью порядка точности квадратурных формул Гаусса. Процедура вычисления минимальных характеристических чисел оказалась весьма чувствительной к точности вычисления симметризованных ядер. Удовлетворительные результаты были получены выражением этих ядер через гипергеометрические функции, которые вычислялись суммированием соответствующих производящих рядов с заданной точностью. Метод Келлога при достаточно

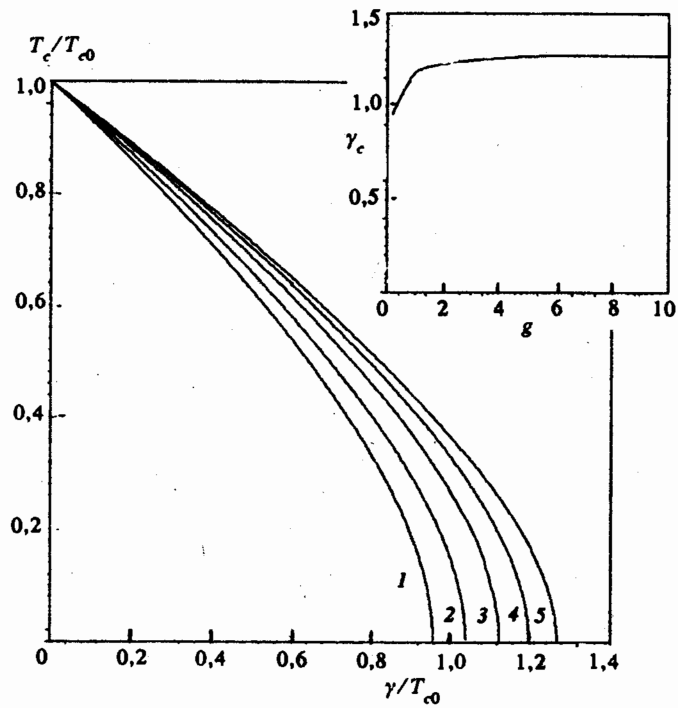

Рис. 5. Зависимость T_c нечетного спаривания от частоты рассеяния γ для разных значений спаривательной константы g в модели с "реалистическим" взаимодействием (3): *1* – $g = 0{,}17$; *2* – 0,25; *3* – 0,72; *4* – 1,15; *5* – 6,41. На вставке — зависимость критической частоты рассеяния от спаривательной константы связи

высокой скорости в сравнении с методом следов при малых константах связи имеет тенденцию к неустойчивости. Соответствующие графики $T_c(\gamma)$ приведены на рис. 5. Видно, что качественная картина, полученная в более простой модели, полностью сохраняется. Нетрудно убедиться, что критическая частота рассеяния γ_c, соответствующая разрушению сверхпроводимости ($T_c(\gamma \to \gamma_c) \to 0$), определяется интегральным уравнением

$$\Delta(\xi) = -N(0)\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\xi' V_2(\xi, \xi') \frac{1}{\pi\xi'} \operatorname{arctg}\left(\frac{\xi'}{\gamma_c}\right)\Delta(\xi'), \tag{25}$$

которое для взаимодействия (4) сводится к

$$1 = \frac{2}{\pi} g \int\limits_0^{\omega_c} \frac{d\xi'}{\xi'} \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi'}{\omega_c}\right) \operatorname{arctg}\left(\frac{\xi'}{\gamma_c}\right). \tag{26}$$

При $g \approx g_c$ отсюда следует зависимость $\gamma_c \propto (g - g_c) \to 0$, отражающая сужение области сверхпроводимости на рис. 4. При $g \gg g_c$ (предел "сильной связи") имеем универсальный результат:

$$\gamma_c/T_{c0} = 4/\pi \approx 1{,}273\,.$$

Фактически, этот результат, так же как и зависимость $T_c(\gamma)$, при $g \gg g_c$ не зависит от выбора модельного потенциала $V_2(\xi, \xi')$. В частности, универсальность отношения γ_c/T_{c0} следует из того, что уравнения (14) для T_{c0} и (25) для γ_c принимают при $T_{c0} \gg \omega_c$ и $\gamma_c \gg \omega_c$ (т.е. при $g \gg g_c$) одинаковый вид:

$$\Delta(\xi) = -\frac{N(0)}{4T_{c0}} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi' V_2(\xi, \xi')\Delta(\xi') , \tag{27}$$

$$\Delta(\xi) = -\frac{N(0)}{\pi\gamma_c} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi' V_2(\xi, \xi')\Delta(\xi') . \tag{28}$$

Эквивалентность этих уравнений позволяет приравнять коэффициенты перед интегралами, что и дает приведенный выше результат для отношения γ_c/T_{c0}. Аналогичным образом нетрудно показать, что уравнение (23) при $T_c(\gamma) \gg \omega_c$ сводится к виду

$$\Delta(\xi) = -\frac{N(0)}{4T_c(\gamma)} f\left(\frac{\gamma}{T_c(\gamma)}\right) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi' V_2(\xi, \xi')\Delta(\xi') , \tag{29}$$

где

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\pi} \frac{1}{\mathrm{ch}^2(\omega/2)} \frac{x}{x^2 + \omega^2} .$$

Соответственно, сравнивая (29) и (27), видим, что в пределе сильной связи зависимость $T_c(\gamma)$ определяется следующим универсальным уравнением:

$$\frac{T_c(\gamma)}{T_{c0} f(\gamma/T_c(\gamma))} = 1 . \tag{30}$$

Подчеркнем, впрочем, что результаты для сильной связи носят достаточно условный характер и, как уже отмечено выше, должны быть существенно модифицированы в духе работы [7].

Результаты для γ_c в случае модельного взаимодействия (4), а также полученные численным решением уравнения (25) с модельным взаимодействием (3) приведены соответственно на вставках рис. 4 и 5.

4. Заключение

В заключение сформулируем основные результаты. В работе предложена простая модель спаривательного взаимодействия, которая позволяет получить и полностью исследовать точные решения интегральных уравнений для щели в теории БКШ как в случае более или менее традиционного четного (по $k - k_F$), так и для экзотического нечетного спаривания. Показано, что нечетное спаривание становится более выгодным при достаточно сильном отталкивании электронов и, вообще говоря, при достаточно сильном спаривательном взаимодействии. Последнее обстоятельство (сильная связь) заслуживает дополнительного, более строгого исследования перехода от куперовских пар к компактным бозонам. Нечетное спаривание приводит к бесщелевой картине сверхпроводимости и к другим отличиям от традиционной теории БКШ, таким как необычная эволюция псевдощели в плотности состояний, большое отношение $2\Delta_0/T_c$ и т.д., которые привлекательны с точки зрения теории ВТСП.

В то же время нормальные примеси (беспорядок) сильно подавляют нечетное спаривание. Этот эффект подавления еще сильнее, чем в случае магнитных примесей в обычных сверхпроводниках. Даже в пределе сильной связи сверхпроводимость разрушается при $\gamma \sim T_{c0}$, при уменьшении константы спаривательного взаимодействия происходит резкое сокращение области сверхпроводимости на фазовой диаграмме.

Известно, что ВТСП соединения достаточно неустойчивы к введению нормального беспорядка [14]. Вместе с тем, если исключить особые случаи типа введения примесей Zn, подавление сверхпроводимости в них происходит достаточно близко к вызванному беспорядком переходу металл — диэлектрик, который, скорее всего, связан с андерсоновской локализацией носителей заряда [14]. Этот переход происходит при $\gamma \sim E_F \gg T_{c0}$, так что к этому моменту нечетная сверхпроводимость должна быть полностью разрушена. По-видимому, это обстоятельство делает нечетное спаривание маловероятным механизмом для объяснения ВТСП в металлооксидах. Вместе с тем, нельзя исключить, что ряд эффектов в них можно объяснить быстрым подавлением нечетной компоненты сверхпроводящего параметра порядка при разупорядочении с одновременным сохранением четной компоненты, для которой сохраняется устойчивость к разупорядочению. Этот вопрос заслуживает дальнейшего исследования.

Работа поддерживается Научным советом по проблеме ВТСП и выполнена в рамках проекта № 90135 Государственной программы исследований по сверхпроводимости. Эта работа также частично поддерживается грантом Фонда Сороса, присужденным Американским физическим обществом.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В методических целях полезно получить уравнения, определяющие T_c для четного и нечетного спаривания, исходя из нормальной фазы, т.е. как уравнения, определяющие точки соответствующих куперовских неустойчивостей. Рассмотрим двухчастичную функцию Грина в куперовском канале, представленную на рис. 6. Удобно связать неустойчивость нормального состояния с расходимостью этой функции, частично просуммированной по мацубаровским частотам:

$$\Phi_{pp'}(\Omega, q) = -T\sum_{\omega\omega'} \Phi_{pp'}(\omega, \omega', \Omega, q) \tag{31}$$

при $q = \Omega = 0$. Рассмотрим снова электрон-электронное взаимодействие $V(\xi, \xi')$, состоящее из двух частей, определенных в (2) и (4). В силу изотропии системы $\Phi_{pp'}(0, 0)$ может быть представлена в виде функции $\Phi(\xi, \xi')$, которая определяется уравнением

$$\Phi(\xi, \xi') = Z(\xi)\delta_{\xi\xi'} + Z(\xi)N(0)\int_{-\infty}^{\infty} d\xi' V(\xi - \xi')\Phi(\xi, \xi') , \tag{32}$$

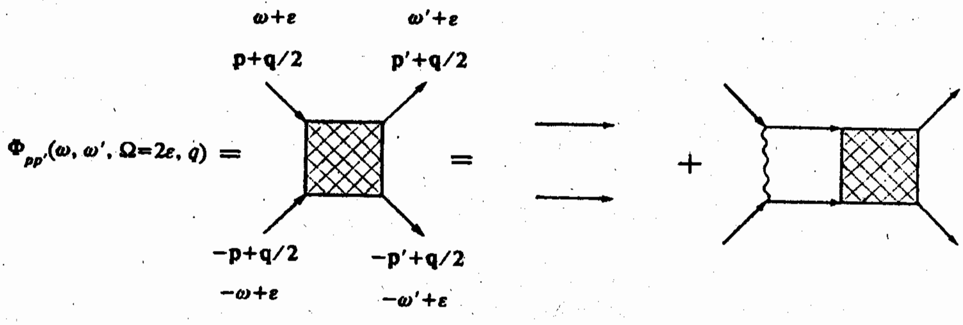

Рис. 6. Двухчастичная функция Грина в куперовском канале

где

$$Z(\xi) = -T\sum_{\omega} G(\omega\xi)G(-\omega\xi) = -\frac{1}{2\xi}\,\mathrm{th}\left(\frac{\xi}{2T}\right). \tag{33}$$

С учетом (2) и (4) имеем

$$\Phi(\xi,\xi') = Z(\xi)\delta_{\xi\xi'} + Z(\xi)\left\{\mu\int_{-E_F}^{E_F} d\xi'\Phi(\xi,\xi') - \right.$$

$$- g\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{\omega_c}\right)\int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi'\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi'}{\omega_c}\right)\Phi(\xi,\xi') -$$

$$\left. - g\sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{\omega_c}\right)\int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi'\sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi'}{\omega_c}\right)\Phi(\xi,\xi')\right\} \tag{34}$$

при $|\xi|, |\xi'| < \omega_c$ и соответственно

$$\Phi(\xi,\xi') = Z(\xi)\delta_{\xi\xi'} + Z(\xi)\mu\int_{-E_F}^{E_F} d\xi'\Phi(\xi,\xi') \tag{35}$$

при $|\xi|$ или $|\xi'| > \omega_c$, $|\xi|, |\xi'| < E_F$.

Определим функции

$$f_c(\xi) = \int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi'\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi'}{\omega_c}\right)\Phi(\xi,\xi'),$$

$$f_s(\xi) = \int_{-\omega_c}^{\omega_c} d\xi'\sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi'}{\omega_c}\right)\Phi(\xi,\xi'), \tag{36}$$

$$f(\xi) = \int_{-E_F}^{E_F} d\xi'\Phi(\xi,\xi'),$$

для которых, как нетрудно видеть из (34), (35), возникает следующая система уравнений:

$$f(\xi) = Z(\xi) - \mu W' f(\xi) + gFf_c(\xi)\,,$$

$$f_c(\xi) = Z(\xi)\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{\omega_c}\right) - \mu Ff(\xi) + gF_c f_c(\xi)\,, \tag{37}$$

$$f_s(\xi) = Z(\xi)\sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{\omega_c}\right) + gF_s f_s(\xi)\,,$$

где использованы обозначения, введенные в (11).

Видим, что четные и нечетные уравнения разделились. Нечетное спаривание связано с расходимостью функции $f_s(\xi)$, соответствующее условие неустойчивости имеет вид $1 = gF_s$, что совпадает с (14). Первые два уравнения в (37) определяют неустойчивость относительно четного спаривания. Легко увидеть, что

$$f_c(\xi) = Z(\xi)\left\{\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{\omega_c}\right) - \frac{\mu F}{1+\mu W'}\right\}\left\{1 - gF_c + \frac{g\mu F^2}{1+\mu W'}\right\}^{-1}\,,$$

и условие неустойчивости имеет вид

$$1 = gF_c - g\mu\frac{F^2}{1+\mu W'}\,, \tag{38}$$

что совпадает с (12).

ЛИТЕРАТУРА

1. П. де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1968).
2. F. Mila, E. Abrahams, Phys. Rev. Lett. 67, 2379 (1991).
3. E. Abrahams, J. Phys. Chem. Solids 53, 1487 (1992).
4. Э.З. Кучинский, М.В. Садовский, Письма в ЖЭТФ 57, 494 (1993).
5. D.A. Kirzhnitz, E.G. Maksimov, and D.I. Khomskii, J. Low Temp. Phys. 10, 79 (1973).
6. *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости*, под ред. В.Л. Гинзбурга и Д.А. Киржница, Наука, Москва (1977), гл. 2.
7. P. Nozieres and S. Schmitt-Rink, J. Low Temp. Phys. 59, 195 (1985).
8. А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, ЖЭТФ 35, 1158 (1958); ЖЭТФ 36, 319 (1959).
9. Y. Suzumura and H.J. Schulz, Phys. Rev. B 39, 11398 (1989).
10. P. Monthoux, A.V. Balatsky, and D. Pines, Phys. Rev. B 46, 14803 (1992).
11. А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, ЖЭТФ 39, 1781 (1960).
12. С.Г. Михлин, Х.Л. Смолицкий, *Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений*, Наука, Москва (1965).
13. А.А. Корнейчук, в сб. *Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы*, Наука, Москва (1964).
14. Б.А. Алексашин, В.И. Воронин, С.В. Верховский и др., ЖЭТФ 95, 678 (1989).