

## РАЗЛОЖЕНИЕ ГИНЗБУРГА—ЛАНДАУ В ПРОСТОЙ МОДЕЛИ СВЕРХПРОВОДНИКА С ПСЕВДОЩЕЛЬЮ

А. И. Посаженикова\*, М. В. Садовский†

Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук  
620049, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 16 июня 1998 г.

Предложена простая модель электронного спектра двумерной системы с горячими участками на поверхности Ферми, приводящая к существенной перестройке спектральной плотности (псевдощели) на этих участках. В рамках этой модели построено разложение Гинзбурга—Ландау для куперовского спаривания  $s$ - и  $d$ -типов и проанализировано влияние псевдощели в электронном спектре на основные свойства сверхпроводника.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Среди целого ряда аномалий свойств высокотемпературных сверхпроводников особый интерес вызывает наблюдение псевдощели в их электронном спектре в области концентраций носителей тока меньше оптимальных [1, 2]. Наиболее яркие свидетельства в пользу этого необычного состояния получены в экспериментах по фотоэмиссии с угловым разрешением на системе BSCCO [3, 4], которые показали наличие существенно анизотропных изменений в спектральной плотности носителей тока в нормальной фазе ( $T > T_c$ ). В частности, в этих экспериментах максимальное значение псевдощели наблюдалось вблизи точки  $(\pi, 0)$  в зоне Бриллюэна, тогда как в направлении диагонали зоны псевдощель вообще отсутствовала. Соответственно, в окрестности точки  $(\pi, 0)$  происходит разрушение поверхности Ферми, тогда как в окрестности диагонали она сохраняется. В этом смысле говорится о симметрии псевдощели  $d$ -типа, совпадающей с симметрией сверхпроводящей щели в этих системах. Эти аномалии существуют вплоть до температуры  $T \simeq T^*$ , значительно превышающей  $T_c$ .

Существует целый ряд теоретических подходов, пытающихся дать объяснение этим аномалиям. Здесь можно выделить два главных направления — картину формирования куперовских пар выше  $T_c$  [1, 5, 6] и альтернативную схему, основанную на предположении об определяющей роли флуктуаций антиферромагнитного ближнего порядка [7–11].

Большинство существующих работ посвящено, в основном, исследованию псевдощелевого состояния ВТСП-систем в нормальной фазе при  $T > T_c$ . Целью настоящей работы является изучение качественных эффектов влияния псевдощели в электронном спектре на основные сверхпроводящие свойства. При этом мы принимаем идеологию работ [7–11], но предлагаем весьма упрощенную модель псевдощелевого состояния в нормальной фазе, допускающую полное аналитическое исследование. На основе этой

\* E-mail: posazhen@ief.uran.ru

† E-mail: sadovski@ief.uran.ru

модели мы проведем микроскопический вывод разложения Гинзбурга—Ландау для систем с  $s$ - и  $d$ -спариванием и исследуем качественные эффекты влияния псевдощели (разрушения частей поверхности Ферми) на основные свойства сверхпроводящего состояния.

## 2. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МОДЕЛЬ ПСЕВДОЩЕЛЕВОГО СОСТОЯНИЯ ДВУМЕРНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ

Как уже отмечалось выше, мы принимаем максимально упрощенную модель псевдощелевого состояния, основанную на картине развитых флуктуаций ближнего антиферромагнитного порядка, близкую к модели «горячих точек» на поверхности Ферми [10, 11]. Предположим, что поверхность Ферми двумерной электронной системы имеет вид, представленный на рис. 1. Аналогичный вид поверхности Ферми предполагался в работе [12], где было отмечено, что он весьма близок к наблюдавшемуся в работах [13, 14] для ряда ВТСП-систем. Флуктуации ближнего порядка будем считать статическими и гауссовскими, определив их корреляционную функцию в следующем виде (ср. [7]):

$$S(\mathbf{q}) = \frac{1}{\pi^2} \frac{\xi^{-1}}{(q_x - Q_x)^2 + \xi^{-2}} \frac{\xi^{-1}}{(q_y - Q_y)^2 + \xi^{-2}} \quad (1)$$

при  $-p_x^0 \leq q_x \leq p_x^0$  и  $-p_y^0 \leq q_y \leq p_y^0$ , где  $\xi$  — корреляционная длина флуктуаций,  $Q_x = Q_y = 2p_F$ . При значениях  $q_x, q_y$ , выходящих за пределы указанного неравенства, будем считать  $S(\mathbf{q}) = 0$ . Эффективное взаимодействие электронов с этими флуктуациями будем описывать величиной  $(2\pi)^2 W^2 S(\mathbf{q})$ , где параметр  $W$  размерности энергии будет определять энергетический масштаб (ширину) псевдощели. Таким образом, мы предположим, что на флуктуациях ближнего порядка рассеиваются только электроны с «горячих» участков поверхности Ферми, причем это рассеяние носит фактически одномерный характер. Выбор вектора рассеяния  $\mathbf{Q} = (2p_F, 2p_F)$  подразумевает картину несоизмеримых флуктуаций. Вариант соизмеримого рассеяния  $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$  (где  $a$  — постоянная решетки) будет рассмотрен ниже. В пределе  $\xi \rightarrow \infty$  такая модель допускает точное решение методами, предложенными в работах [15, 16], а при конечных  $\xi$  методом из работ [17, 18] (с некоторыми оговорками [10, 11, 19]). Ниже мы рассмотрим

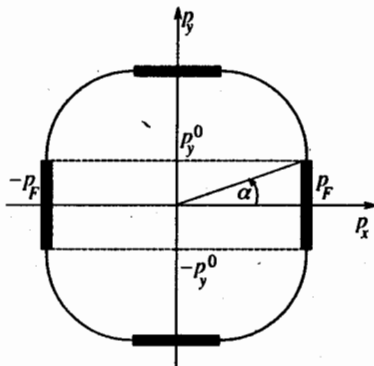


Рис. 1. Поверхность Ферми двумерной системы. Горячие участки показаны толстыми линиями, ширина которых  $\sim \xi^{-1}$

максимально упрощенный случай  $\xi \rightarrow \infty$ , когда эффективное взаимодействие с флуктуациями (1) приобретает простейший вид:

$$(2\pi)^2 W^2 \delta(q_x - 2p_F) \delta(q_y - 2p_F) \quad (2)$$

при  $-p_x^0 \leq q_x \leq p_x^0$ ,  $-p_y^0 \leq q_y \leq p_y^0$ . В этом случае удается легко просуммировать весь ряд теории возмущений для электрона, рассеивающегося на таких флуктуациях [15, 16], и получить одноэлектронную функцию Грина в виде

$$G(\epsilon_n, p) = \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta} \frac{i\epsilon_n + \xi_p}{(i\epsilon_n)^2 - \xi_p^2 - \zeta W^2(\phi)}, \quad (3)$$

где  $\xi_p = v_F(|p| - p_F)$  ( $v_F$  — скорость на поверхности Ферми),  $\epsilon_n = (2n + 1)\pi T$ , а  $W(\phi)$  определяется при  $0 \leq \phi \leq \pi/2$  как

$$W(\phi) = \begin{cases} W; & 0 \leq \phi \leq \alpha, \\ 0; & \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} - \alpha \end{cases} \quad \frac{\pi}{2} - \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

Здесь  $\alpha = \arctg(p_y^0/p_F)$ ,  $\phi$  — полярный угол, определяющий направление вектора  $p$  в плоскости  $(p_x, p_y)$ . Для остальных значений  $\phi$  величина  $W(\phi)$  определяется очевидным образом аналогично (4) из соображений симметрии. Легко видеть, что, изменяя  $\alpha$  в пределах  $0 \leq \alpha \leq \pi/4$ , мы фактически меняем размер «горячих участков» на поверхности Ферми, на которых выполняется условие «нестинга»  $\xi_{p-Q} = -\xi_p$ . В частности,  $\alpha = \pi/4$  соответствует квадратной поверхности Ферми, на которой везде выполняется условие нестинга. За пределами горячих участков (второе неравенство в (4)) функция Грина (3) просто совпадает с функцией Грина свободных электронов.

Спектральная плотность, соответствующая функции Грина (3),

$$\begin{aligned} \rho(\epsilon\xi_p) &= -\frac{1}{\pi} \text{sign } \epsilon \text{ Im } G(\epsilon\xi_p) = \\ &= \frac{1}{W^2} (|\epsilon| + \xi_p \text{ sign } \epsilon) \theta(\epsilon^2 - \xi_p^2) \exp\left(\frac{\epsilon^2 - \xi_p^2}{W^2}\right) \quad \text{при } 0 \leq \phi \leq \alpha, \quad \frac{\pi}{2} - \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\rho(\epsilon\xi_p) = -\frac{1}{\pi} \text{sign } \epsilon \text{ Im } G(\epsilon\xi_p) = \delta(\epsilon - \xi_p) \quad \text{при } \alpha \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} - \alpha \quad (6)$$

и аналогично в остальных квадрантах зоны Бриллюэна. Выражения (5), (6) демонстрируют нефермижидкостное (псевдощелевое) поведение с симметрией  $d$ -типа в окрестности горячих участков поверхности Ферми и свободное поведение на холодных участках. Графически поведение спектральной плотности на горячем участке поверхности Ферми показано на рис. 2. С учетом того, что интеграл по полярному углу  $\phi$  от произвольной функции  $f(W(\phi))$  (где  $W(\phi)$  определено в (4)) очевидным образом равен

$$\int_0^{2\pi} d\phi f(W(\phi)) = 8\alpha f(W(\phi)) + (2\pi - 8\alpha)f(0), \quad (7)$$

из (6) легко найти плотность состояний

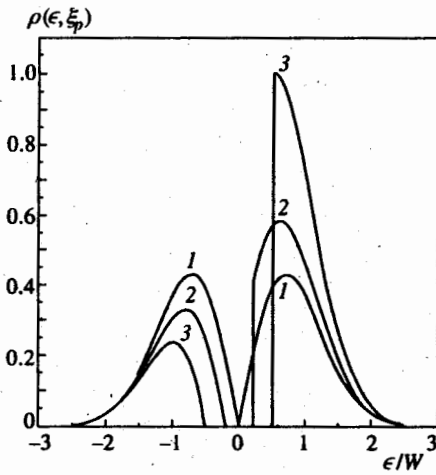


Рис. 2

Рис. 2. Спектральная плотность функции Грина на горячем участке поверхности Ферми:  
 1 —  $\xi_p = 0$ , 2 —  $\xi_p = 0.1W$ , 3 —  $\xi_p = 0.5W$

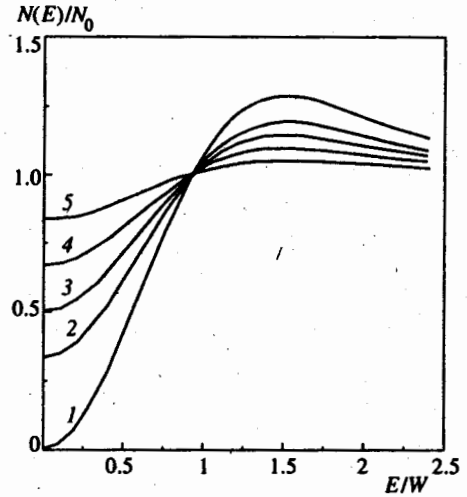


Рис. 3

Рис. 3. Плотность электронных состояний для горячих участков различных размеров:  
 1 —  $\alpha = \pi/4$ , 2 —  $\alpha = \pi/6$ , 3 —  $\alpha = \pi/8$ , 4 —  $\alpha = \pi/12$ , 5 —  $\alpha = \pi/24$

$$\frac{N(E)}{N_0(0)} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_p \operatorname{Im} G^R(\epsilon, \xi_p) = \frac{4}{\pi} \alpha N_W(\epsilon) + \left( \pi - \frac{4}{\pi} \alpha \right) N_0(0), \quad (8)$$

где  $N_0(0)$  — плотность состояний свободных электронов на уровне Ферми, а  $N_W(\epsilon)$  — плотность состояний одномерной задачи (квадратная поверхность Ферми), найденная ранее в работах [15, 16]:

$$\frac{N_W(\epsilon)}{N_0(\epsilon)} = \left| \frac{\epsilon}{W} \right| \int_0^{\epsilon^2/W^2} d\zeta \frac{e^{-\zeta}}{\sqrt{\epsilon^2/W^2 - \zeta}} = 2 \left| \frac{\epsilon}{W} \right| \exp\left(-\frac{\epsilon^2}{W^2}\right) \operatorname{Erfi}\left(\frac{\epsilon}{W}\right), \quad (9)$$

где  $\operatorname{Erfi}(x)$  — интеграл вероятностей от мнимого аргумента.

На рис. 3 приведены кривые плотности состояний в нашей модели для различных значений параметра  $\alpha$ , т.е. для горячих участков различных размеров. Видно, что псевдощель в плотности состояний достаточно быстро «замывается» с уменьшением горячих участков и в общем случае не является ярко выраженной. В известном смысле эффект уменьшения  $\alpha$  аналогичен эффекту уменьшения корреляционной длины флуктуаций  $\xi$  [17, 18], так что в этом смысле использованное выше приближение  $\xi \rightarrow \infty$ , возможно, не является сильным ограничением области применимости данной модели. Преимуществом же данного приближения является возможность получения всех основных результатов в аналитическом виде.

В заключение данного раздела приведем еще краткое рассмотрение случая соизмеримых флуктуаций  $Q = (\pi/a, \pi/a)$ . На рис. 4 показана модель поверхности Ферми,

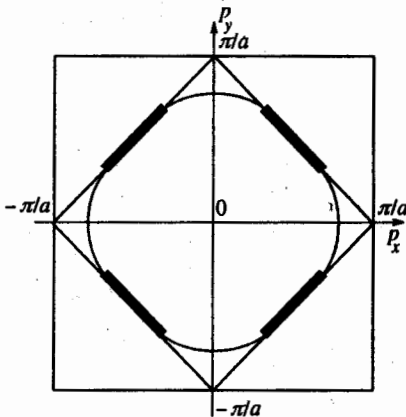


Рис. 4. Поверхность Ферми в зоне Бриллюэна двумерной системы в модели горячих участков для случая соизмеримых флуктуаций ближнего порядка, соответствующих удвоению периода. Показаны также границы новой зоны Бриллюэна, которая возникает после установления дальнего порядка (например за счет антиферромагнитного перехода)

используемая нами в этой задаче. Горячие участки здесь соприкасаются с границами новой зоны Бриллюэна, возникающей после установления дальнего порядка (например антиферромагнитного), и сильное рассеяние на флуктуациях происходит как раз на вектор  $Q = (\pi/a, \pi/a)$ . В случае такой геометрии псевдощель открывается в направлении диагоналей зоны Бриллюэна, что не соответствует эксперименту в ВТСП-системах, но представляет определенный теоретический интерес. Задача решается совершенно аналогично предыдущему случаю и обобщает решение одномерной модели, найденное впервые в работе [19]. Одноэлектронная функция Грина имеет вид, аналогичный (3), однако  $W(\phi)$  представляет собой опять функцию с периодом  $\pi/2$ , но «повернутую» относительно прежней модели на угол  $\pi/4$ , для области  $-\pi/4 + \alpha \leq \phi \leq \pi/4 + \alpha$ :

$$W(\phi) = \begin{cases} W, & \pi/4 - \alpha \leq \phi \leq \pi/4 + \alpha \\ 0, & -\pi/4 + \alpha \leq \phi \leq \pi/4 - \alpha \end{cases} \quad (10)$$

где  $0 \leq \alpha \leq \pi/4$ . Кроме того, в данном случае нужно учесть иную комбинаторику фейнмановских диаграмм, соответствующую рассеянию электрона на соизмеримых флуктуациях [19]. В результате в выражении (3) происходит замена интеграла

$$\int_0^{\infty} d\zeta e^{-\zeta} \quad (11)$$

на

$$\int_0^{\infty} d\zeta \frac{1}{2\sqrt{\pi\zeta}} e^{-\zeta/4} \quad (12)$$

### 3. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ $T_c$

Перейдем к вопросу о сверхпроводимости в рассматриваемой модели. Предположим, что потенциал для куперовского спаривания имеет обычный сепарабельный вид [20]:

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = V(\phi, \phi') = -Ve(\phi)e(\phi'), \quad (13)$$

где  $\phi$  — по-прежнему, угол, определяющий направление электронного импульса  $\mathbf{p}$  в плоскости, а для  $e(\phi)$  принимаем простейшую модельную зависимость:

$$e(\phi) = \begin{cases} 1 & (s\text{-спаривание}) \\ \sqrt{2} \cos(2\phi) & (d\text{-спаривание}) \end{cases} \quad (14)$$

Константу притяжения  $V$ , как всегда, считаем отличной от нуля в некотором слое шириной  $2\omega_c$  в окрестности уровня Ферми ( $\omega_c$  — характерная частота квантов, обеспечивающая притяжение электронов). В этом случае сверхпроводящая щель (параметр порядка) имеет вид

$$\Delta(\mathbf{p}) \equiv \Delta(\phi) = \Delta e(\phi). \quad (15)$$

Уравнение для температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  получается из обычного уравнения для куперовской неустойчивости:

$$1 - \chi(0, 0) = 0, \quad (16)$$

где обобщенная куперовская восприимчивость  $\chi(0, 0)$  может быть вычислена путем точного суммирования всего ряда диаграмм, учитывающих рассеяние на флуктуациях ближнего порядка (2), аналогично тому, как вычислялся поляризационный оператор в работах [15, 16]. В результате уравнение для  $T_c$  приобретает вид

$$\frac{1}{V} = - \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta T_c} \sum_n \int_0^\infty \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} e^2(\phi) \left\{ G_{\zeta W^2}(\epsilon_n; \mathbf{p}, \mathbf{p}) G_{\zeta W^2}(-\epsilon_n; -\mathbf{p}, -\mathbf{p}) + F_{\zeta W^2}(\epsilon_n; \mathbf{p}, \mathbf{p} - \mathbf{Q}) F_{\zeta W^2}(-\epsilon_n; -\mathbf{p}, -\mathbf{p} + \mathbf{Q}) \right\}, \quad (17)$$

где

$$G_{\zeta W^2}(\epsilon_n; \mathbf{p}, \mathbf{p}) = \frac{i\epsilon_n + \xi_p}{(i\epsilon_n)^2 - \xi_p^2 - \zeta W^2(\phi)}, \quad (18)$$

$$F_{\zeta W^2}(\epsilon_n; \mathbf{p}, \mathbf{p} - \mathbf{Q}) = \frac{\sqrt{\zeta W(\phi)}}{(i\epsilon_n)^2 - \xi_p^2 - \zeta W^2(\phi)}$$

— соответственно «нормальная» и «аномальная» функции Грина системы с диэлектрической щелью [15, 16].

После стандартных преобразований из (17) следует

$$\frac{1}{V} = \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta T_c} \sum_n \int_0^\infty \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} \frac{e^2(\phi)}{\epsilon_n^2 + \xi_p^2 + \zeta W^2(\phi)}, \quad (19)$$

откуда после суммирования по частотам имеем

$$\frac{1}{V} = \frac{N(0)}{2\pi} \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta} \int_{-\infty}^\infty d\xi \int_0^{2\pi} d\phi \frac{e^2(\phi)}{2\sqrt{\xi^2 + \zeta W^2(\phi)}} \text{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + \zeta W^2(\phi)}}{2T_c}. \quad (20)$$

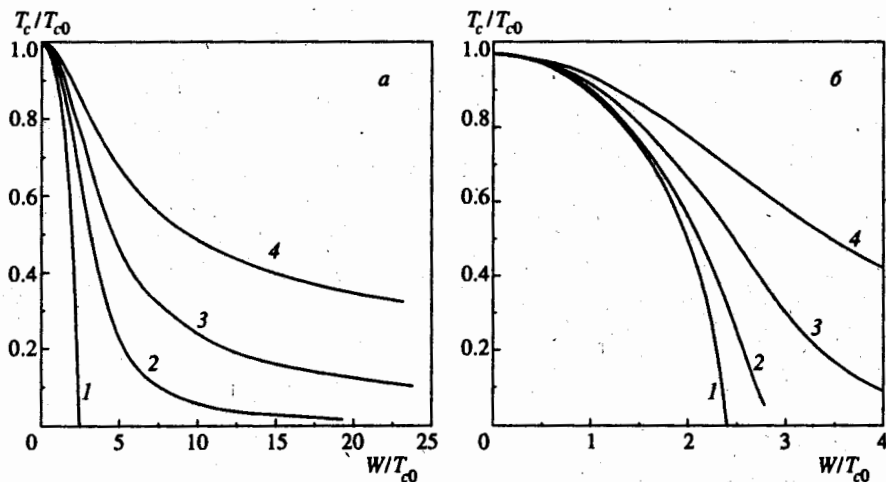


Рис. 5. Зависимость  $T_c/T_{c0}$  от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для горячих участков различных размеров в модели несоизмеримых флуктуаций для а) — случая  $s$ -спаривания: 1 —  $\alpha = \pi/4$ , 2 —  $\alpha = \pi/6$ , 3 —  $\alpha = \pi/8$ , 4 —  $\alpha = \pi/12$  и б) — случая  $d$ -спаривания: 1 —  $\alpha = \pi/4$ , 2 —  $\alpha = \pi/6$ , 3 —  $\alpha = \pi/8$ , 4 —  $\alpha = \pi/12$

Вычисляя интеграл по углу  $\phi$  аналогично (7), получаем для случая  $s$ -спаривания:

$$\frac{1}{g} = \frac{4\alpha}{\pi} \int_0^{\infty} d\zeta e^{-\zeta} \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \zeta W^2}} \text{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + \zeta W^2}}{2T_c} + \left(1 - \frac{4\alpha}{\pi}\right) \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{1}{\xi} \text{th} \frac{\xi}{2T_c}, \quad (21)$$

а в случае  $d$ -спаривания:

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} = & \frac{4\alpha + \sin 4\alpha}{2\pi} \int_0^{\infty} d\zeta e^{-\zeta} \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \zeta W^2}} \text{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + \zeta W^2}}{2T_c} + \\ & + \frac{\pi - 4\alpha - \sin 4\alpha}{2\pi} \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{1}{\xi} \text{th} \frac{\xi}{2T_c}. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь  $g = N(0)V$  — безразмерная константа куперовского спаривания. На рис. 5 представлены графические зависимости  $T_c/T_{c0}$  от параметра  $W/T_{c0}$ , определяющего эффективную ширину псевдощели, для различных значений  $\alpha$  ( $T_{c0}$  — критическая температура идеальной системы без псевдощели). Видим, что для обоих типов спаривания возникновение псевдощели на «горячих» участках ферми-поверхности приводит к заметному подавлению  $T_c$ , тем более существенному, чем больше размер горячих участков. Естественно, что в случае  $d$ -спаривания эффект подавления  $T_c$  сильнее, чем в  $s$ -случае, так как диэлектризация спектра (псевдощель) существует в противофазе со спаривательным взаимодействием.

В случае соизмеримых флуктуаций (рис. 4) и спаривания  $d$ -типа уравнение для  $T_c$  приобретает следующий вид:

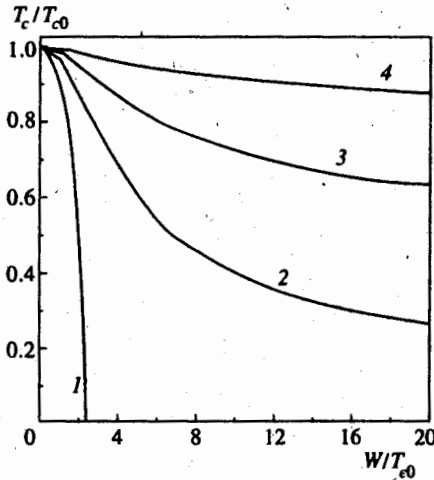


Рис. 6. Зависимость  $T_c/T_{c0}$  от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для горячих участков различных размеров в модели соизмеримых флуктуаций для случая  $d$ -спаривания: 1 —  $\alpha = \pi/4$ , 2 —  $\alpha = \pi/6$ , 3 —  $\alpha = \pi/8$ , 4 —  $\alpha = \pi/12$

$$\frac{1}{g} = \frac{4\alpha - \sin 4\alpha}{2\pi} \int_0^{\infty} d\zeta \frac{1}{2\sqrt{\pi}\zeta} e^{-\zeta/4} \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \zeta W^2}} \operatorname{th} \frac{\sqrt{\xi^2 + \zeta W^2}}{2T_c} +$$

$$+ \frac{\pi - 4\alpha + \sin 4\alpha}{2\pi} \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{1}{\xi} \operatorname{th} \frac{\xi}{2T_c}. \quad (23)$$

Соответствующие зависимости  $T_c/T_{c0}$  от параметра  $W/T_{c0}$  для разных  $\alpha$  в этом случае приведены на рис. 6. В этом случае эффект подавления  $T_c$  псевдощелью менее заметен, так как максимум сверхпроводящей щели достигается на холодных участках ферми-поверхности, где псевдощель отсутствует.

#### 4. РАЗЛОЖЕНИЕ ГИНЗБУРГА—ЛАНДАУ

Разложение Гинзбурга—Ландау для разности плотностей свободных энергий сверхпроводящего и нормального состояний представим в стандартном виде:

$$F_s - F_n = A|\Delta_q|^2 + q^2 C|\Delta_q|^2 + \frac{B}{2}|\Delta_q|^4, \quad (24)$$

где  $\Delta_q$  — амплитуда фурье-компоненты параметра порядка:

$$\Delta(\phi, q) = \Delta_q e(\phi). \quad (25)$$

Разложение (24) определяется графиками петлевого разложения для свободной энергии в поле флуктуаций параметра порядка с малым волновым вектором  $q$ , показанными на рис. 7, где в петлях проведено точное суммирование всех процессов рассеяния на флуктуациях ближнего порядка (2), что опять легко выполняется при помощи метода из работ [15, 16]. В остальном метод расчета вполне аналогичен использованному



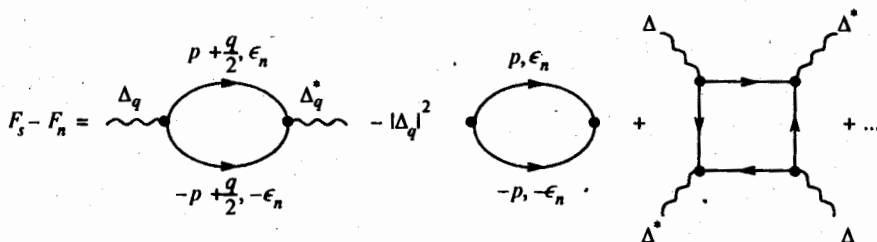


Рис. 7. Диаграммное представление разложения Гинзбурга—Ландау в поле флуктуаций ближнего порядка. Электронные линии представляют собой матрицы Намбу, составленные из нормальных и аномальных функций Грина (18), а петли усредняются по параметру  $\zeta$  с распределением (11) или (12). Вторая петля вычисляются при  $q = 0$  и  $T = T_c$ .

нами в работе [20]<sup>1)</sup>. Как и там, вычитание второй диаграммы на рис. 7 обеспечивает обращение в нуль коэффициента  $A$  в точке перехода  $T = T_c$ . В итоге коэффициенты Гинзбурга—Ландау представляются в виде:

$$A = A_0 K_A, \quad C = C_0 K_C, \quad B = B_0 K_B, \tag{26}$$

где через  $A_0$ ,  $C_0$  и  $B_0$  обозначены выражения для случая двумерного изотропного  $s$ -сверхпроводника в отсутствие псевдощели ( $\alpha = 0$ ):

$$A_0 = N(0) \frac{T - T_c}{T_c}, \quad C_0 = N(0) \frac{7\zeta(3)}{32\pi^2} \frac{v_F^2}{T_c^2}, \quad B_0 = N(0) \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T_c^2}, \tag{27}$$

а все особенности рассматриваемых моделей содержатся в безразмерных коэффициентах  $K_A$ ,  $K_C$  и  $K_B$ . В отсутствие псевдощели все эти безразмерные коэффициенты равны 1, в случае  $d$ -спаривания только коэффициент  $K_B$  отличен от единицы:  $K_B = 3/2$ .

В частности, прямые вычисления дают:

$$A = N(0) \frac{T - T_c}{2T_c^2} \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta} \int_0^{\omega_c} d\xi \int_0^{2\pi} d\phi \frac{e^2(\phi)}{\text{ch}^2(\sqrt{\xi^2 + \zeta W^2(\phi)}/2T_c)}, \tag{28}$$

так что после интегрирования по  $\phi$  получим:

$$K_A = \frac{1}{2T_c} \beta_\alpha \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta} \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{1}{\text{ch}^2(\sqrt{\xi^2 + \zeta W^2}/2T_c)} + 1 - \beta_\alpha, \tag{29}$$

где

$$\beta_\alpha = \begin{cases} \frac{4\alpha}{\pi} & , \quad s\text{-спаривание,} \\ \frac{4\alpha + \sin 4\alpha}{\pi} & , \quad d\text{-спаривание.} \end{cases} \tag{30}$$

<sup>1)</sup> Аналогичное по смыслу рассмотрение разложения Гинзбурга—Ландау в модели пайерлсовского перехода было проведено в работе [21].

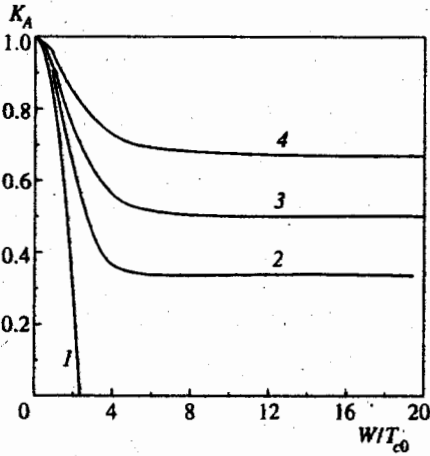


Рис. 8

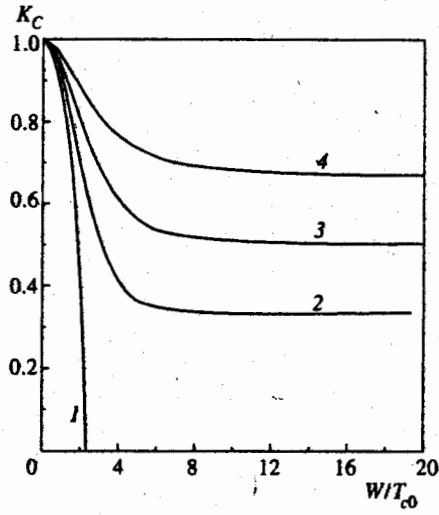


Рис. 9

Рис. 8. Зависимость коэффициента  $K_A$  от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для горячих участков различных размеров в модели несоизмеримых флуктуаций для случая  $s$ -спаривания: 1 —  $\alpha = \pi/4$ , 2 —  $\alpha = \pi/6$ , 3 —  $\alpha = \pi/8$ , 4 —  $\alpha = \pi/12$

Рис. 9. Зависимость коэффициента  $K_C$  от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для горячих участков различных размеров в модели несоизмеримых флуктуаций для случая  $s$ -спаривания: 1 —  $\alpha = \pi/4$ , 2 —  $\alpha = \pi/6$ , 3 —  $\alpha = \pi/8$ , 4 —  $\alpha = \pi/12$

На рис. 8 показаны графические зависимости  $K_A$  от параметра ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для различных значений  $\alpha$ . Мы приводим только зависимости для случая  $s$ -спаривания. Соответствующие зависимости для  $d$ -случая качественно аналогичны, но все изменения происходят на существенно меньших масштабах  $W/T_{c0}$ , как на рис. 5.

Для вычисления коэффициента  $C$  необходимо в выражении

$$\begin{aligned}
 & - \int_0^\infty d\xi e^{-\xi T_c} \sum_n \int_0^\infty \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} e^{i p \cdot \xi} \left\{ G_{CW^2(\phi)}(\epsilon_n; \mathbf{p}_+, \mathbf{p}_+) G_{CW^2(\phi)}(-\epsilon_n; -\mathbf{p}_-, -\mathbf{p}_-) + \right. \\
 & \left. + F_{CW^2(\phi)}(\epsilon_n; \mathbf{p}_+, \mathbf{p}_+ - \mathbf{Q}) F_{CW^2(\phi)}(-\epsilon_n; -\mathbf{p}_-, -\mathbf{p}_- + \mathbf{Q}) \right\}, \tag{31}
 \end{aligned}$$

где  $\mathbf{p}_\pm = \mathbf{p} \pm \mathbf{q}/2$ , произвести разложение в ряд Тейлора по  $\mathbf{q}$  и выделить слагаемые при  $\mathbf{q}^2$ . В дальнейшем для упрощения записи введем следующие обозначения:

$$G_{CW^2(\phi)}(\epsilon_n; \mathbf{p}, \mathbf{p}) \equiv G_{pp}, \quad F_{CW^2(\phi)}(\epsilon_n; \mathbf{p}, \mathbf{p} - \mathbf{Q}) \equiv F_{pp-Q}.$$

В результате громоздких вычислений получаем следующее выражение для коэффициента  $C$ :

$$C = -T_c \frac{N(0)}{2\pi} v_F^2 \sum_n \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta} \int_0^{2\pi} d\phi \frac{e^2(\phi)(\xi^2 - 3\epsilon_n^2 - 3\zeta W^2(\phi)) \cos^2 \phi}{2(\epsilon_n^2 + \xi^2 + \zeta W^2(\phi))^3} \quad (32)$$

Соответственно, после интегрирования по  $\xi$  и по углу  $\phi$  получаем выражение для безразмерного коэффициента  $K_C$ :

$$K_C = \beta_c \frac{4\pi^3 T_c^3}{7\zeta(3)} \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta} \sum_n \frac{1}{(\sqrt{\epsilon_n^2 + \zeta W^2})^3} + 1 - \beta_c, \quad (33)$$

где  $\beta_c = \beta_a$  (см. (30)). Соответствующие зависимости  $K_C$  от параметра  $W/T_{c0}$  для случая  $s$ -спаривания приведены на рис. 9. В случае  $d$ -спаривания картина аналогична, но изменения в коэффициенте  $K_C$  происходят на меньших масштабах параметра  $W/T_{c0}$ .

Рассмотрение члена четвертого порядка в разложении Гинзбурга—Ландау сопряжено с еще большими трудностями технического характера. Чтобы получить выражение для коэффициента  $B$ , нужно взять шпур от произведения четырех функций Грина  $\hat{G}_p$ , каждая из которых является матрицей Намбу, составленной из нормальных и аномальных функций Грина (19):

$$\hat{G}_p = \begin{pmatrix} G_{pp} & F_{pp-Q} \\ F_{p-Qp} & G_{p-Qp-Q} \end{pmatrix}.$$

После взятия шпура от матрицы  $\hat{G}_p \hat{G}_{-p} \hat{G}_p \hat{G}_{-p}$  коэффициент  $B$  представляется в следующем виде:

$$B = N(0)T_c \sum_{\epsilon_n} \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta} \int_0^{2\pi} \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} e^4(\phi) \left\{ (G_{p,p} G_{-p,-p} + F_{p,p-Q} F_{-p,-p+Q})^2 + \right. \\ + G_{p,p} G_{-p,-p} F_{-p+Q,p} F_{p-Q,p} + G_{-p+Q,-p+Q} G_{-p,-p} F_{p,p-Q} F_{p-Q,p} + \\ \left. + G_{p,p} G_{p-Q,p-Q} F_{-p+Q,-p} F_{-p,-p+Q} + G_{p-Q,p-Q} G_{-p+Q,-p+Q} F_{p,p-Q} F_{-p,-p+Q} \right\}. \quad (34)$$

Можно непосредственно убедиться, что сумма последних четырех слагаемых в (34) дает нулевой вклад, поэтому

$$B = N(0)T_c \sum_{\epsilon_n} \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta} \int_0^{2\pi} \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} e^4(\phi) (G_{p,p} G_{-p,-p} + F_{p,p-Q} F_{-p,-p+Q})^2. \quad (35)$$

Отсюда следует, что

$$B = \frac{N(0)T_c}{2\pi} \sum_n \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta} \int_{-\infty}^\infty d\xi \int_0^{2\pi} d\phi \frac{e^4(\phi)}{(\epsilon_n^2 + \xi^2 + \zeta W^2(\phi))^2}, \quad (36)$$

и после интегрирования по  $\xi$  и  $\phi$  получаем  $K_B$  в виде, аналогичном (33):

$$K_B = \beta_b \frac{4\pi^3 T_c^3}{7\zeta(3)} \int_0^\infty d\zeta e^{-\zeta} \sum_n \frac{1}{(\sqrt{\epsilon_n^2 + \zeta W^2})^3} + 1 - \beta_b, \quad (37)$$

где

$$\beta_b = \begin{cases} \frac{4\alpha}{\pi}, & s\text{-спаривание,} \\ \frac{4\alpha}{\pi} + \frac{4 \sin 4\alpha}{3\pi} + \frac{\sin 8\alpha}{6\pi}, & d\text{-спаривание.} \end{cases} \quad (38)$$

Таким образом, для  $s$ -спаривания коэффициенты  $K_B$  и  $K_C$  просто совпадают.

В заключение этого раздела приведем явные выражения для безразмерных коэффициентов Гинзбурга—Ландау для случая  $d$ -спаривания в модели соизмеримых флуктуаций ближнего порядка:

$$K_A = \beta_a \frac{1}{2T_c} \int_0^\infty d\zeta \frac{1}{2\sqrt{\pi\zeta}} e^{-\zeta/4} \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{1}{\text{ch}^2(\sqrt{\xi^2 + \zeta W^2/2T_c})} + 1 - \beta_a, \quad (39)$$

$$K_{C,B} = \beta_{c,b} \frac{4\pi^3 T_c^3}{7\zeta(3)} \int_0^\infty d\zeta \frac{1}{2\sqrt{\pi\zeta}} e^{-\zeta/4} \sum_n \frac{1}{(\sqrt{\epsilon_n^2 + \zeta W^2})^3} + 1 - \beta_{c,b}, \quad (40)$$

где

$$\beta_a = \beta_c = \frac{4\alpha - \sin 4\alpha}{\pi}, \quad \beta_b = \frac{4\alpha}{\pi} - \frac{\sin 4\alpha}{6\pi} (5 + \cos 4\alpha). \quad (41)$$

Не представляет труда привести соответствующие зависимости этих коэффициентов от параметра  $W/T_{c0}$  и различных значений  $\alpha$ . Качественно они вполне аналогичны полученным выше зависимостям для несоизмеримого случая, а отличия в основном связаны с другим масштабом по оси  $W/T_{c0}$  (ср. рис. 6).

## 5. ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СВЕРХПРОВОДНИКОВ С ПСЕВДОЩЕЛЬЮ

Уравнения Гинзбурга—Ландау, как известно, определяют две характерные длины: длину когерентности и глубину проникновения магнитного поля.

Длина когерентности при данной температуре  $\xi(T)$  является характерным масштабом неоднородностей параметра порядка  $\Delta$ , т. е. фактически представляет собой «размер» куперовской пары:

$$\xi^2(T) = -\frac{C}{A}. \quad (42)$$

В обычных сверхпроводниках (в отсутствие псевдощели):

$$\xi_{BCS}^2(T) = -\frac{C_0}{A_0}, \quad (43)$$

$$\xi_{BCS}(T) \approx 0.74 \frac{\xi_0}{\sqrt{1 - T/T_c}}, \quad (44)$$

где  $\xi_0 = 0.18v_F/T_c$ . В нашем случае имеем:

$$\frac{\xi^2(T)}{\xi_{BCS}^2(T)} = \frac{K_C}{K_A} \quad (45)$$

Соответствующие зависимости  $\xi^2(T)/\xi_{BCS}^2(T)$  от параметра  $W/T_{c0}$  для случая  $d$ -спаривания и несоизмеримых флуктуаций ближнего порядка приведены на рис. 10.

Для глубины проникновения магнитного поля обычного сверхпроводника имеем:

$$\lambda_{BCS}(T) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-T/T_c}}, \quad (46)$$

где  $\lambda_0^2 = mc^2/4\pi ne^2$  определяет глубину проникновения при  $T = 0$ . В общем случае имеем следующее выражение для глубины проникновения через коэффициенты Гинзбурга—Ландау:

$$\lambda^2(T) = -\frac{c^2}{32\pi e^2} \frac{B}{AC}. \quad (47)$$

Тогда в рассматриваемой модели:

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda_{BCS}(T)} = \left( \frac{K_B}{K_A K_C} \right)^{1/2}. \quad (48)$$

Графические зависимости этого параметра от эффективной ширины псевдощели для случая  $d$ -спаривания показаны на рис. 11.

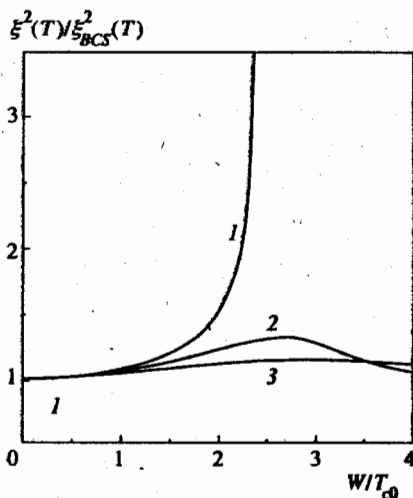


Рис. 10

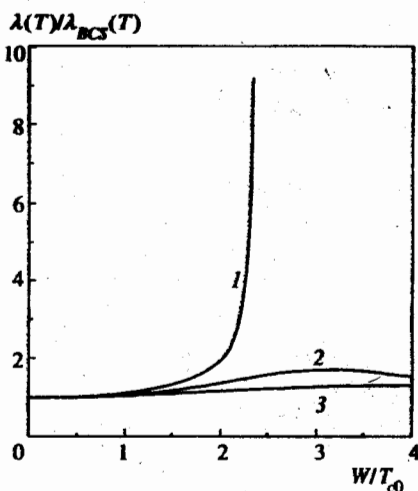


Рис. 11

Рис. 10. Зависимость длины когерентности  $\xi^2(T)/\xi_{BCS}^2(T)$  от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  в модели  $d$ -спаривания: 1 —  $\alpha = \pi/4$ , 2 —  $\alpha = \pi/8$ , 3 —  $\alpha = \pi/12$

Рис. 11. Зависимость глубины проникновения  $\lambda(T)/\lambda_{BCS}(T)$  от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  в модели  $d$ -спаривания: 1 —  $\alpha = \pi/4$ , 2 —  $\alpha = \pi/8$ , 3 —  $\alpha = \pi/12$

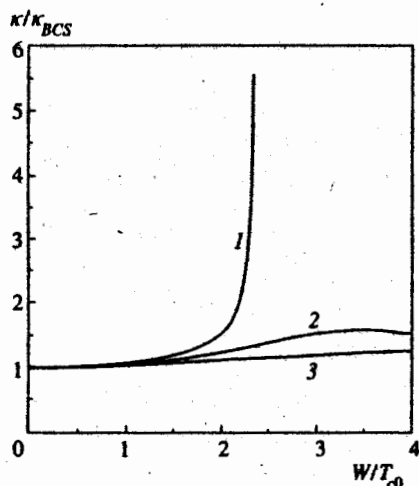


Рис. 12

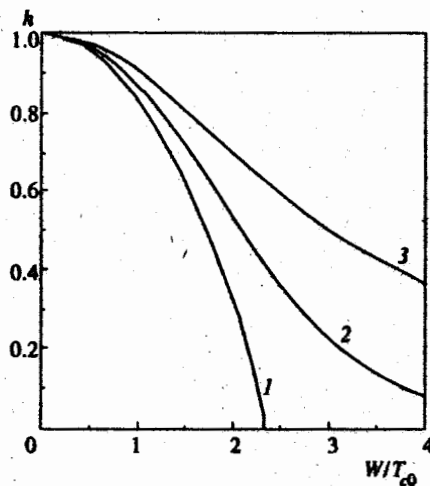


Рис. 13

Рис. 12. Зависимость параметра Гинзбурга—Ландау  $\kappa/\kappa_{BCS}$  от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  в модели  $d$ -спаривания: 1 —  $\alpha = \pi/4$ , 2 —  $\alpha = \pi/8$ , 3 —  $\alpha = \pi/12$

Рис. 13. Зависимости нормированного наклона кривых для верхнего критического поля от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  в модели  $d$ -спаривания: 1 —  $\alpha = \pi/4$ , 2 —  $\alpha = \pi/8$ , 3 —  $\alpha = \pi/12$

Рассчитаем также параметр Гинзбурга—Ландау:

$$\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)} = \frac{c}{4eC} \sqrt{\frac{B}{2\pi}}. \quad (49)$$

В рассматриваемой модели сверхпроводника:

$$\frac{\kappa}{\kappa_{BCS}} = \frac{\sqrt{K_B}}{K_C}, \quad (50)$$

где

$$\kappa_{BCS} = \frac{3c}{\sqrt{7}\zeta(3)e} \frac{T_c}{v_F^2 \sqrt{N(0)}} \quad (51)$$

— параметр Гинзбурга—Ландау для обычного случая. Соответствующие зависимости  $\kappa/\kappa_{BCS}$  от  $W/T_{c0}$  для случая  $d$ -спаривания приведены на рис. 12.

Вблизи  $T_c$  верхнее критическое поле  $H_{c2}$  определяется через коэффициенты Гинзбурга—Ландау следующим образом:

$$H_{c2} = -\frac{\phi_0}{2\pi} \frac{A}{C}, \quad (52)$$

где  $\phi_0 = \pi/e$  — квант магнитного потока. Тогда наклон кривой для верхнего критического поля вблизи  $T_c$ :

$$\left| \frac{dH_{c2}}{dT} \right|_{T_c} = \frac{24\pi\phi_0}{7\zeta(3)v_F^2} T_c \frac{K_A}{K_C} \quad (53)$$

Зависимости наклона кривых для поля  $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ , нормированного на наклон кривых для поля при температуре  $T_{c0}$  от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для случая  $d$ -спаривания показаны на рис. 13, откуда видно, что эти зависимости быстро убывают с ростом псевдощели.

Кроме того, можно вычислить скачок теплоемкости в точке перехода, который в общем случае вычисляется по формуле

$$\frac{C_s - C_n}{\Omega} = \frac{T_c}{B} \left( \frac{A}{T - T_c} \right)^2, \quad (54)$$

где  $C_s, C_n$  — соответственно теплоемкости сверхпроводящего и нормального состояний,  $\Omega$  — объем. Отсюда легко вычислить скачок теплоемкости при температуре  $T_{c0}$  ( $W = 0$ ):

$$\left( \frac{C_s - C_n}{\Omega} \right)_{T_{c0}} = N(0) \frac{8\pi^2 T_{c0}}{7\zeta(3)}. \quad (55)$$

Тогда скачок теплоемкости в рассматриваемой модели можно выразить через безразмерные коэффициенты  $K_A$  и  $K_B$  следующим образом:

$$\frac{(C_s - C_n)_{T_c}}{(C_s - C_n)_{T_{c0}}} = \frac{T_c}{T_{c0}} \frac{K_A^2}{K_B}. \quad (56)$$

Соответствующие зависимости скачка теплоемкости от эффективной ширины псевдощели для случая  $d$ -спаривания приведены на рис. 14. Видно, что он заметно уменьшается с ростом ширины псевдощели.

Аналогичные зависимости рассмотренных выше физических величин для случая  $s$ -спаривания, а также в модели соизмеримых флуктуаций, качественно более или менее повторяют представленные на рис. 10–14, отличаясь от них масштабом по оси  $W/T_{c0}$ , в соответствии с рис. 5, 6.

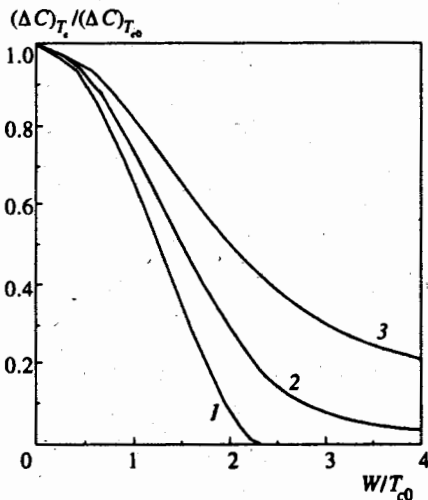


Рис. 14. Зависимость нормированного скачка теплоемкости от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  в модели  $d$ -спаривания: 1 —  $\alpha = \pi/4$ , 2 —  $\alpha = \pi/8$ , 3 —  $\alpha = \pi/12$

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была рассмотрена чрезвычайно упрощенная модель псевдощели в двумерной электронной системе, которая тем не менее качественно соответствует ряду наблюдаемых особенностей электронной структуры недодопированных ВТСП-систем. В частности, в рамках этой модели нетрудно получить  $d$ -симметрию псевдощелевого состояния, обусловленную соответствующим расположением горячих участков поверхности Ферми, вызванным сильным рассеянием на флуктуациях ближнего (антиферромагнитного) порядка. Естественно, что модель непосредственно обобщается и на случай большего числа «горячих участков», так что ей легко придать вид более близкий к модели «горячих точек» [10, 11], также нетрудно рассмотреть и ряд других обобщений.

Главным упрощающим предположением и соответственно главным недостатком модели является использование нами предела  $\xi \rightarrow \infty$  для корреляционной длины флуктуаций, благодаря которому удается получить основные результаты в аналитическом виде. В реальной ситуации величина  $\xi$  не очень велика и зависит от температуры и степени легирования, являясь, таким образом, важным параметром, контролирующим физическую картину всех явлений. В принципе, наша модель допускает обобщение на случай конечных  $\xi$  в духе работ [17, 18]. Однако все вычисления при этом сильно усложняются. В то же время достаточно ясно, что эффект конечных  $\xi$  сводится в основном к замытию псевдощели [17, 18], и в этом смысле, как отмечалось выше, он до некоторой степени «симулируется» уменьшением размера горячих участков в нашей модели. Это вполне справедливо для тех эффектов, которые в основном контролируются величиной плотности состояний (примером соответствующей величины может быть температура сверхпроводящего перехода  $T_c$ ). В то же время это вряд ли верно для величин «кинетического» типа, определяющихся двухчастичной функцией Грина, таких, например, как коэффициент  $C$  при градиентном члене разложения Гинзбурга—Ландау.

Другим радикальным упрощением нашей модели является предположение о статическом (и гауссовском) характере флуктуаций ближнего порядка. Это предположение можно оправдать в пределе достаточно высоких температур  $T \gg \omega_{sf}$  (где  $\omega_{sf}$  — характерная частота спиновых флуктуаций) [9–11]. Соответственно предположение о статичности флуктуаций является достаточно проблематичным при рассмотрении температур в окрестности  $T_c$ . Тем не менее проведенное нами исследование разложения Гинзбурга—Ландау для различных типов спаривания достаточно хорошо описывает влияние основного эффекта «разрушения» определенных участков поверхности Ферми на основные характеристики сверхпроводника с псевдощелью и демонстрирует важную роль псевдощелевых аномалий в формировании сверхпроводящего состояния в той области фазовой диаграммы ВТСП-систем, где эти эффекты проявляются уже в нормальной фазе. Анализ более реалистических моделей предполагается провести в ходе дальнейших исследований.

Авторы благодарны Э. З. Кучинскому за полезные обсуждения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 96-02-16065), а также в рамках государственной программы «Статистическая физика» (проект IX.1) и государственной программы по ВТСП Министерства науки России (проект 96-051).



## Литература

1. M. Randeria, Varenna Lectures 1997, preprint cond-mat/9710223.
2. M. Randeria and J. C. Campuzano, Varenna Lectures 1997, preprint cond-mat/9709107.
3. H. Ding, T. Yokoda, J. C. Campuzano, T. Takahashi, M. Randeria, M. R. Norman, T. Mochiku, K. Kadowaki, and J. Giapintzakis, *Nature* **382**, 51 (1996).
4. H. Ding, M. R. Norman, T. Yokoya, T. Takeuchi, M. Randeria, J. C. Campuzano, T. Takahashi, T. Mochiki, and K. Kadowaki, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2628 (1997).
5. V. B. Geshkenbein, L. B. Ioffe, and A. I. Larkin, *Phys. Rev. B* **55**, 3173 (1997).
6. V. Emery, S. A. Kivelson, and O. Zachar, *Phys. Rev. B* **56**, 6120 (1997).
7. A. P. Kampf and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev. B* **41**, 6399 (1990); **42**, 7967 (1990).
8. V. Barzykin and D. Pines, *Phys. Rev. B* **52**, 13585 (1995).
9. D. Pines, *Tr. J. of Physics* **20**, 535 (1996).
10. J. Schmalian, D. Pines, and B. Stojkovic, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3839 (1998).
11. J. Schmalian, D. Pines, and B. Stojkovic, Preprint cond-mat/9804129.
12. A. T. Zheleznyak, V. M. Yakovenko, and I. E. Dzyaloshinskii, *Phys. Rev. B* **55**, 3200 (1997).
13. D. S. Dessau, Z.-X. Shen, D. M. King, D. S. Marshall, L. W. Lombardo, P. H. Dickinson, A. G. Loeser, J. DiCarlo, C.-H. Park, A. Kapitulnik, and W. E. Spicer, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2781 (1993).
14. Z. X. Shen and D. S. Dessau, *Phys. Rep.* **253**, 1 (1995).
15. М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **66**, 1720 (1974).
16. М. В. Садовский, *ФТТ* **16**, 2504 (1974).
17. М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **77**, 2070 (1979).
18. М. В. Садовский, А. А. Тимофеев, *СФХТ* **4**, 11 (1991); *J. Moscow Phys. Soc.* **1**, 391 (1991).
19. W. Wonneberger and R. Lautenschlager, *J. Phys. C* **9**, 2865 (1976).
20. А. И. Посаженникова, М. В. Садовский, *ЖЭТФ* **112**, 2124 (1997).
21. R. H. McKenzie, *Phys. Rev. B* **52**, 16428 (1995).