

## МОДЕЛИ ПСЕВДОЩЕЛЕВОГО СОСТОЯНИЯ ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМ

Э. З. Кучинский\*, М. В. Садовский†

Институт электрофизики  
Уральского отделения Российской академии наук  
620049, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 9 сентября 1998 г.

Анализируется ряд «почти точно» решаемых моделей электронного спектра двумерных систем с развитыми флуктуациями ближнего порядка диэлектрического (например, антиферромагнитного) и сверхпроводящего типов, приводящими к образованию анизотропного псевдощелевого состояния на определенных участках поверхности Ферми. Получена рекуррентная процедура вычисления одноэлектронной функции Грина, эквивалентная суммированию всех фейнмановских диаграмм, основанная на приближенном представлении вкладов диаграмм высших порядков. Проведены детальные расчеты спектральных плотностей и одноэлектронной плотности состояний. Анализируются пределы применимости и некоторые принципиальные вопросы обоснованности используемых приближений.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы большой интерес вызывает наблюдение псевдощели в спектре элементарных возбуждений высокотемпературных сверхпроводников в области концентраций носителей тока меньше оптимальных [1, 2]. Соответствующие аномалии наблюдаются в целом ряде экспериментов, таких как измерения оптической проводимости, ЯМР, неупругое рассеяние нейтронов, фотоэмиссия с угловым разрешением (ARPES) (см. обзор [1]). Возможно, что наиболее яркие свидетельства существования этого необычного состояния были получены в ARPES-экспериментах [3, 4], которые продемонстрировали существенно анизотропные изменения спектральной плотности носителей тока в широкой области температур в нормальной (несверхпроводящей) фазе этих систем (см. обзор [2]). Замечательной особенностью, проявившейся в этих экспериментах, оказалось наличие максимума соответствующих аномалий вблизи точки  $(\pi, 0)$  в зоне Бриллюэна при полном их отсутствии в направлении диагонали (точки  $(\pi, \pi)$ ), что фактически означает разрушение поверхности Ферми в окрестности точки  $(\pi, 0)$  при сохранении фермижидкостного поведения в направлении диагонали. В этом смысле обычно принято говорить о  $d$ -симметрии псевдощели, совпадающей с симметрией сверхпроводящей щели в этих соединениях [1, 2]. В то же время сам факт наблюдения псевдощелевых аномалий при температурах, значительно превышающих температуру сверхпроводящего перехода, и в области неоптимальных концентраций носителей может указывать на совершенно другую природу этих аномалий, не связанную непосредственно с явлением куперовского спаривания.

\*E-mail: kuchinsk@ief.uran.ru

†E-mail: sadovski@ief.uran.ru

Существует довольно много теоретических работ, в которых предпринимаются попытки дать объяснение наблюдающимся аномалиям. Можно выделить два основных направления этих исследований. Одно из них основано на картине формирования куперовских пар выше температуры сверхпроводящего перехода [1, 5–7]. Другое направление предполагает, что явления псевдощели обусловлены, главным образом, флуктуациями антиферромагнитного (AFM) ближнего порядка [8–12].

Довольно давно одним из авторов настоящей работы была предложена точно решаемая модель образования псевдощели в одномерной системе за счет развитых флуктуаций ближнего порядка типа волны зарядовой (CDW) или спиновой плотности (SDW) [13–17]. В последнее время эта модель вызывает известный интерес в связи с попытками объяснения псевдощелевого состояния ВТСП-купратов [11, 12, 18–20]. В частности, в работах [11, 12] было проведено весьма существенное обобщение данной модели на случай двумерной системы электронов, находящихся в случайном поле развитых спиновых флуктуаций (антиферромагнитного ближнего порядка). В развиваемой авторами работ [11, 12] модели «горячих точек» на поверхности Ферми на основе формальной схемы работ [15–17] удалось получить весьма детальное описание псевдощелевых аномалий в области достаточно высоких температур (область «слабой» псевдощели). В работах [19, 20] упрощенный вариант модели [13, 14], соответствующий пределу очень больших корреляционных длин флуктуаций ближнего порядка, использовался для описания картины псевдощели, обусловленной развитыми флуктуациями сверхпроводящего (SC) ближнего порядка. В недавней работе [21] эта же упрощенная модель применялась для анализа разложения Гинзбурга—Ландау (для различных типов куперовского спаривания) в системе с сильными флуктуациями CDW (SDW, AFM)-типа, в рамках предложенной в этой работе модели «горячих участков» на поверхности Ферми. Вместе с тем в работе [22], посвященной детальному обзору модели [13–17], было указано на некоторую ошибку, допущенную в ранних работах [15–17] при анализе случая конечных значений корреляционной длины флуктуаций ближнего порядка. В работе [12] было отмечено, что эта некорректность вряд ли играет существенную роль, особенно при анализе двумерной модели «горячих точек», представляющей основной интерес с точки зрения физики ВТСП-систем.

Целью настоящей работы является подробный анализ ряда принципиальных аспектов рассматриваемой «почти точно» решаемой модели в основном в применении к двумерному случаю. При этом мы рассмотрим как случай флуктуаций ближнего порядка CDW (SDW, AFM)-типа в модели «горячих точек» [11, 12], так и возможности применения модели в картине флуктуационного куперовского спаривания [7, 19, 20] (ближнего порядка SC-типа), в том числе особенно интересного случая спаривания  $d$ -типа. Помимо общего анализа степени надежности схемы работ [11–17] мы проведем детальные расчеты поведения спектральной плотности и одноэлектронной плотности состояний как для модели «горячих точек» [11, 12], так и в картине флуктуационного куперовского спаривания.

## 2. МОДЕЛЬ ГОРЯЧИХ ТОЧЕК

### 1. Описание модели и «почти точное» решение для функции Грина

Модель почти антиферромагнитной ферми-жидкости [23, 24] основана на картине сильно развитых флуктуаций антиферромагнитного ближнего порядка в широкой

области фазовой диаграммы ВТСП-систем. В этой модели вводится эффективное взаимодействие электронов со спиновыми флуктуациями, описываемое динамической спиновой восприимчивостью  $\chi_q(\omega)$ , форма которой определялась из подгонки к данным ЯМР-экспериментов [24]:

$$V_{eff}(\omega, \mathbf{q}) = g^2 \chi_q(\omega) \approx \frac{g^2 \xi^2}{1 + \xi^2(\mathbf{q} - \mathbf{Q})^2 - i\omega/\omega_{sf}}, \quad (1)$$

где  $g$  — константа связи,  $\xi$  — корреляционная длина спиновых флуктуаций,  $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$  — вектор антиферромагнитного упорядочения в диэлектрической фазе,  $\omega_{sf}$  — характерная частота спиновых флуктуаций,  $a$  — постоянная (квадратной) решетки.

Поскольку динамическая спиновая восприимчивость  $\chi_q(\omega)$  имеет пики при волновых векторах в окрестности  $(\pi/a, \pi/a)$ , в системе возникают два типа квазичастиц — горячие квазичастицы, импульсы которых расположены в окрестности горячих точек на поверхности Ферми, и холодные, импульсы которых находятся вблизи участков поверхности Ферми, окружающих диагонали зоны Бриллюэна  $|p_x| = |p_y|$  [11, 12]. Эта терминология связана с тем, что квазичастицы из окрестности горячих точек сильно рассеиваются на вектор порядка  $\mathbf{Q}$  за счет взаимодействия со спиновыми флуктуациями (1), тогда как для частиц с импульсами вдали от «горячих точек» это взаимодействие является достаточно слабым.

В дальнейшем мы будем рассматривать случай достаточно высоких температур, когда  $\pi T \gg \omega_{sf}$ , что соответствует области «слабой псевдощели» на фазовой диаграмме [11, 12]. В этом случае спиновая динамика незначительна и можно ограничиться статическим приближением:

$$V_{eff}(\mathbf{q}) = \bar{\Delta}^2 \frac{\xi^2}{1 + \xi^2(\mathbf{q} - \mathbf{Q})^2}, \quad (2)$$

где  $\bar{\Delta}$  — эффективный параметр размерности энергии, который в модели AFM-флуктуаций может быть записан как [12]:

$$\bar{\Delta}^2 = g^2 T \sum_{m\mathbf{q}} \chi_q(i\omega_m) = g^2 \langle S_i^2 \rangle / 3, \quad (3)$$

где  $S_i$  — спин на узле решетки (ионе Cu в плоскости  $\text{CuO}_2$  для ВТСП-купратов). В дальнейшем для нас  $\bar{\Delta}$  (также как и  $\xi$ ) является просто феноменологическим параметром теории, определяющим эффективную ширину псевдощели.

Существенное упрощение расчетов возникает, если от (2) перейти к модельному взаимодействию вида (ср. аналогичную модель в [8]):

$$V_{eff}(\mathbf{q}) = \Delta^2 \frac{2\xi^{-1}}{\xi^{-2} + (q_x - Q_x)^2} \frac{2\xi^{-1}}{\xi^{-2} + (q_y - Q_y)^2}, \quad (4)$$

где  $\Delta^2 = \bar{\Delta}^2/4$ . Фактически выражение (4) качественно вполне аналогично (2) и мало от него отличается количественно в наиболее интересной области  $|\mathbf{q} - \mathbf{Q}| < \xi^{-1}$ .

Рассмотрим поправку первого порядка по  $V_{eff}$  к собственно-энергетической части электрона, представленную диаграммой на рис. 1а:

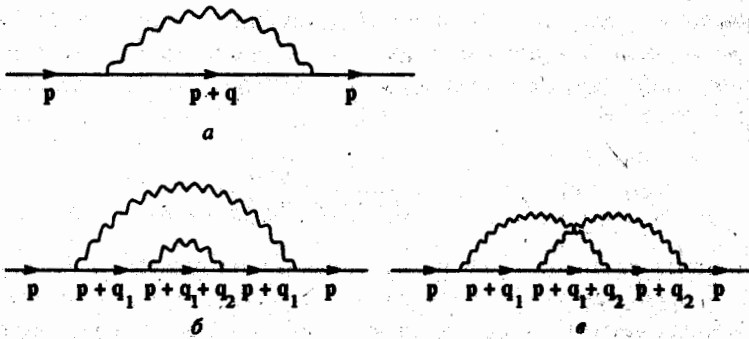


Рис. 1. Диаграммы для собственно-энергетической части первого и второго порядков по взаимодействию с флуктуациями ближнего порядка

$$\Sigma(\epsilon_n, p) = \sum_q V_{off}(q) \frac{1}{i\epsilon_n - \xi_{p+q}} \tag{5}$$

Основной вклад в сумму по q дает область вблизи  $Q = (\pi/a, \pi/a)$ . Тогда, записывая

$$\xi_{p+q} = \xi_{p+Q+k} \approx \xi_{p+Q} + v_{p+Q}k, \tag{6}$$

где  $v_{p+Q}^\alpha = \partial \xi_{p+Q} / \partial p_\alpha$ , и вычисляя интеграл по k, получаем<sup>1)</sup>:

$$\Sigma(\epsilon_n, p) = \frac{\Delta^2}{i\epsilon_n - \xi_{p+Q} + (|v_{p+Q}^x| + |v_{p+Q}^y|)\kappa \text{sign} \epsilon_n}, \tag{7}$$

где  $\kappa = \xi^{-1}$ .

Спектр исходных (свободных) квазичастиц возьмем в виде [11, 12]

$$\xi_p = -2t(\cos p_x a + \cos p_y a) - 4t' \cos p_x a \cos p_y a, \tag{8}$$

где t — интеграл переноса между ближайшими соседями, а t' — между вторыми ближайшими соседями на квадратной решетке,  $\mu$  — химический потенциал. При анализе реальных ВТСП-систем в работах [11, 12] принималось, например,  $t = 0.25 \text{ эВ}$ ,  $t' = -0.45t$  для  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+\delta}$ , а  $\mu$  определялся концентрацией дырок. Ниже мы увидим, что представляет существенный интерес проанализировать ситуацию при различных соотношениях параметров t и t'.

<sup>1)</sup> В работах [11, 12] использовалась отличная от (4), но близкая по смыслу модель

$$V_{off}(k) = \Delta^2 \frac{2\xi^{-1}}{\xi^{-2} + k_\parallel^2} \frac{2\xi^{-1}}{\xi^{-2} + k_\perp^2},$$

где  $k_{\parallel(\perp)}$  — проекция вектора k параллельная (перпендикулярная)  $v_{p+Q}$ , так что результат аналогичный (7) имеет вид

$$\Sigma(\epsilon_n, p) = \frac{\Delta^2}{i\epsilon - \xi_{p+Q} + i|v_{p+Q}|\kappa \text{sign} \epsilon_n}.$$

Рассмотрим поправки к собственнно-энергетической части второго порядка, показанные на рис. 1б, в. С учетом (4) получаем

$$\Sigma(\theta) = \Delta^4 \int \frac{dk_1}{\pi^2} \int \frac{dk_2}{\pi^2} \frac{\kappa}{\kappa^2 + k_{1x}^2} \frac{\kappa}{\kappa^2 + k_{1y}^2} \frac{\kappa}{\kappa^2 + k_{2x}^2} \frac{\kappa}{\kappa^2 + k_{2y}^2} \times \\ \times \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{p+Q} - v_{p+Q}^x k_{1x} - v_{p+Q}^y k_{1y}} \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_p - v_p^x(k_{1x} + k_{2x}) - v_p^y(k_{1y} + k_{2y})} \times \\ \times \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{p+Q} - v_{p+Q}^x k_{1x} - v_{p+Q}^y k_{1y}}, \quad (9)$$

$$\Sigma(\theta) = \Delta^4 \int \frac{dk_1}{\pi^2} \int \frac{dk_2}{\pi^2} \frac{\kappa}{\kappa^2 + k_{1x}^2} \frac{\kappa}{\kappa^2 + k_{1y}^2} \frac{\kappa}{\kappa^2 + k_{2x}^2} \frac{\kappa}{\kappa^2 + k_{2y}^2} \times \\ \times \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{p+Q} - v_{p+Q}^x k_{1x} - v_{p+Q}^y k_{1y}} \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_p - v_p^x(k_{1x} + k_{2x}) - v_p^y(k_{1y} + k_{2y})} \times \\ \times \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{p+Q} - v_{p+Q}^x k_{2x} - v_{p+Q}^y k_{2y}}, \quad (10)$$

где использовался вид спектра (8), откуда, в частности, следует  $\xi_{p+2Q} = \xi_p$ ,  $v_{p+2Q} = v_p$  при  $Q = (\pi/a, \pi/a)$ . Если знаки  $v_p^x$  и  $v_{p+Q}^x$ , а также  $v_p^y$  и  $v_{p+Q}^y$  совпадают, то интегралы в (9) и (10) полностью определяются вкладами от полюсов лоренцианов, определяющих взаимодействие с флуктуациями ближнего порядка, и после элементарного контурного интегрирования получаем<sup>2)</sup>

$$\Sigma(\theta) = \Sigma(\theta) = \Delta^4 \frac{1}{[i\varepsilon_n - \xi_{p+Q} + i(|v_{p+Q}^x| + |v_{p+Q}^y|)\kappa]^2} \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_p + i2(|v_p^x| + |v_p^y|)\kappa}. \quad (11)$$

Здесь и далее полагаем для определенности  $\varepsilon_n > 0$ . Нетрудно убедиться, что в случае совпадающих знаков проекций скоростей аналогичным образом вычисляются вклады любых диаграмм высших порядков. Соответственно, вклад произвольной диаграммы для собственнно-энергетической части  $N$ -го порядка по взаимодействию (4) имеет вид

$$\Sigma^{(N)}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \Delta^{2N} \prod_{j=1}^{2N-1} \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_j + in_j v_j \kappa}, \quad (12)$$

где  $\xi_j = \xi_{p+Q}$  и  $v_j = |v_{p+Q}^x| + |v_{p+Q}^y|$  для нечетных  $j$  и  $\xi_j = \xi_p$  и  $v_j = |v_p^x| + |v_p^y|$  для четных  $j$ . Здесь  $n_j$  — число линий взаимодействия, охватывающих  $j$ -ю функцию Грина в данной диаграмме.

В этом случае любая диаграмма с пересечением линий взаимодействия оказывается равной некоторой диаграмме того же порядка без пересечения этих линий. Поэтому,

<sup>2)</sup> В модели  $V_{eff}$ , использованной в [11, 12], в случае  $v_p v_{p+Q} > 0$  аналогичным образом получается

$$\Sigma(\theta) = \Sigma(\theta) = \Delta^4 \frac{1}{[i\varepsilon_n - \xi_{p+Q} + i|v_{p+Q}|\kappa]^2} \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{p+Q} + i2|v_p|(|\cos \phi| + |\sin \phi|)\kappa},$$

где  $\phi$  — угол между  $v_p$  и  $v_{p+Q}$ .

фактически, можно рассматривать лишь диаграммы без пересечения линий взаимодействия с учетом вклада диаграмм с пересечением с помощью дополнительных комбинаторных множителей в вершинах взаимодействия. Такой метод был впервые использован (для другой задачи) в работе Елютина [25] и применялся для одномерной модели псевдошелевого состояния в цитированных выше работах [15–17].

В результате для одноэлектронной функции Грина возникает следующее рекуррентное соотношение (представление в виде цепной дроби [15–17]):

$$G^{-1}(\varepsilon_n, \xi_p) = G_0^{-1}(\varepsilon_n, \xi_p) - \Sigma_1(\varepsilon_n, \xi_p), \tag{13}$$

$$\Sigma_k(\varepsilon_n, \xi_p) = \Delta^2 \frac{v(k)}{i\varepsilon_n - \xi_k + ikv_k \kappa - \Sigma_{k+1}(\varepsilon_n, \xi_p)}, \tag{14}$$

где  $\xi_k = \xi_{p+Q}$  и  $v_k = |v_{p+Q}^x| + |v_{p+Q}^y|$  при нечетных значениях  $k$ ,  $\xi_k = \xi_p$  и  $v_k = |v_p^x| + |v_p^y|$  при четных  $k$ . Комбинаторный множитель

$$v(k) = k \tag{15}$$

соответствует рассматриваемому нами случаю соизмеримых флуктуаций с  $Q = (\pi/a, \pi/a)$  [15]. Не составляет труда рассмотреть и случай несоизмеримых флуктуаций, когда  $Q$  не «привязан» к периоду обратной решетки. В этом случае диаграммы, в которых линии взаимодействия охватывают нечетное число вершин, оказываются существенно меньше диаграмм, у которых линии взаимодействия охватывают четное число вершин. Поэтому можно учесть только эти последние диаграммы [13–17]. В этом случае рекуррентное соотношение (14) сохраняется, но комбинаторика диаграмм, а следовательно, и множители  $v(k)$  изменяются [15]:

$$v(k) = \begin{cases} \frac{k+1}{2} & \text{при нечетных } k \\ \frac{k}{2} & \text{при четных } k \end{cases} \tag{16}$$

В работах [11, 12] учтена спиновая структура взаимодействия в рамках модели «почти антиферромагнитной» ферми-жидкости (спин-фермионная модель [12]). Оказывается, что ее учет приводит к более сложной комбинаторике диаграмм в соизмеримом случае  $Q = (\pi/a, \pi/a)$ . А именно, рассеяние с сохранением спина дает формально соизмеримую комбинаторику, тогда как рассеяние с переворотом спина описывается диаграммами несоизмеримого случая («заряженного» случайного поля в терминологии [12]). В результате рекуррентное соотношение для функции Грина по-прежнему имеет вид (14), но комбинаторный множитель  $v(k)$  имеет вид [11, 12]

$$v(k) = \begin{cases} \frac{k+2}{3} & \text{при нечетных } k \\ \frac{k}{3} & \text{при четных } k \end{cases} \tag{17}$$

Как уже отмечено выше, решение (14) получается при условии, что знаки проекций скоростей  $v_{p+Q}^x(v_{p+Q}^y)$  и  $v_p^x(v_p^y)$  совпадают. Ниже мы еще проанализируем условия, когда это действительно так. В случае, когда знаки этих проекций разные, интегралы

типа (9) и (10), соответствующие поправкам высших порядков, не могут быть вычислены столь простым образом, поскольку в них начинают играть роль вклады от полюсов электронных функций Грина. При этом вместо простых ответов типа (11) возникают гораздо более громоздкие выражения, и, что более существенно, исчезает сам факт равенства широких классов диаграмм с пересекающимися и непересекающимися линиями взаимодействия, который и позволяет провести систематизацию вкладов высших порядков и получить «точное» решение (14). Данная проблема существенна только при рассмотрении случая конечных корреляционных длин флуктуаций  $\xi = \kappa^{-1}$ , в пределе  $\xi \rightarrow \infty (\kappa \rightarrow 0)$  точное решение для функции Грина не зависит от скоростей  $v_p$  и  $v_{p+Q}$  и может быть легко получено в аналитическом виде при помощи метода работ [13, 14] (см. также [12]). В одномерной модели, рассмотренной в работах [13–17], знаки соответствующих проекций скоростей всегда разные (они соответствуют электронам, летящим «вправо» и «влево»). Именно это обстоятельство было отмечено в недавней работе [22]. В Приложении А мы достаточно подробно проанализируем эти трудности для одномерного случая и покажем, что использованный в [15–17] анзац типа (12) для вкладов диаграмм высших порядков и решение (14) дают фактически очень хорошее приближение даже в случае проекций скоростей разных знаков. Очевидным образом это решение является точным в пределах  $\xi \rightarrow \infty (\kappa \rightarrow 0)$  и  $\xi \rightarrow 0 (\kappa \rightarrow \infty)$ , обеспечивая достаточно корректное (количественно) описание в области конечных корреляционных длин.

## 2. Анализ спектра

Для энергетического спектра (8) нетрудно указать условия (соотношения параметров  $t$ ,  $t'$  и  $\mu$ ), при которых решение (14) является точным. Прежде всего определим область параметров  $t$ ,  $t'$  и  $\mu$ , когда на поверхности Ферми существуют горячие точки, т. е. точки, связанные вектором  $Q = (\pi/a, \pi/a)$ . Если  $p = (p_x, p_y)$  — горячая точка на поверхности Ферми, то точка  $p + Q = (p_x + \pi/a, p_y + \pi/a)$  также должна лежать на поверхности Ферми, что для спектра (8) сводится к требованию

$$\begin{aligned} -2t(\cos p_x a + \cos p_y a) - 4t' \cos p_x a \cos p_y a - \mu &= 0, \\ 2t(\cos p_x a + \cos p_y a) - 4t' \cos p_x a \cos p_y a - \mu &= 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Отсюда получаем условия существования горячих точек в виде

$$\cos p_y a = -\cos p_x a \quad \text{и} \quad \cos^2 p_x a = \mu/4t'. \quad (19)$$

Таким образом, горячие точки на поверхности Ферми существуют, если

$$0 \leq \mu/4t' \leq 1. \quad (20)$$

Определим теперь область параметров  $t$ ,  $t'$  и  $\mu$ , где решение (14) является точным, из условия положительности произведений  $v_p^x v_{p+Q}^x$  и  $v_p^y v_{p+Q}^y$ . Имеем:

$$\begin{aligned} v_p^x &= \frac{\partial \xi_p}{\partial p_x} = 2ta \sin p_x a + 4t' a \sin p_x a \cos p_y a, \\ v_p^y &= \frac{\partial \xi_p}{\partial p_y} = 2ta \sin p_y a + 4t' a \sin p_y a \cos p_x a, \\ v_p^x v_{p+Q}^x &= 16t'^2 a^2 \sin^2 p_x a \left[ \cos^2 p_y a - \left( \frac{t}{2t'} \right)^2 \right], \end{aligned}$$

$$v_p^y v_{p+Q}^y = 16t'^2 a^2 \sin^2 p_y a \left[ \cos^2 p_x a - \left( \frac{t}{2t'} \right)^2 \right]. \quad (21)$$

Легко видеть, что для существования точек на поверхности Ферми, где проекции скоростей имеют одинаковые знаки, необходимо выполнение неравенства  $|t'/t| > 1/2$ . Нас, в основном, интересует окрестность «горячих точек», в которых с учетом (19):

$$v_p^x v_{p+Q}^x = v_p^y v_{p+Q}^y = 4t'^2 a^2 \left( 1 - \frac{\mu}{4t'} \right) \left( \frac{\mu t'}{t^2} - 1 \right). \quad (22)$$

Таким образом, в горячих точках проекции скоростей имеют одинаковый знак при выполнении условия

$$\mu t' / t^2 > 1. \quad (23)$$

Это же условие, очевидно, обеспечивает выполнение неравенства  $v_p v_{p+Q} > 0$ , необходимого для справедливости решения (14) в модели [11, 12].

На рис. 2 заштрихована область параметров, где существуют горячие точки ( $0 \leq \mu/4t' \leq 1$ ), и область, где при существовании горячих точек проекции скоростей в них имеют одинаковые знаки ( $\mu t' > 1$ ). На рис. 3 показаны поверхности Ферми, определяемые спектром (8), для различных значений химического потенциала  $\mu$  (заполнений зоны) и для которых обсуждавшиеся выше условия либо выполняются, либо нет.

### 3. Спектральная плотность и плотность состояний

Рассмотрим спектральную плотность:

$$A(E, p) = -\frac{1}{\pi} \text{Im } G^R(E, p), \quad (24)$$

где  $G^R(E, p)$  — запаздывающая функция Грина, полученная обычным аналитическим продолжением (13) на вещественную ось энергий  $E$ . На рис. 4 приведены энергетические зависимости  $A(E, p)$ , полученные из (13), (14) с различными вариантами комбинаторных множителей (15), (16). Энергетическая зависимость спектральной плотности в

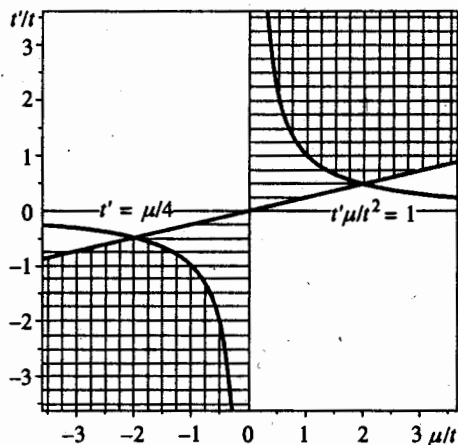


Рис. 2. Область существования горячих точек (заштрихована) и область параметров спектра, где проекции скоростей в горячих точках имеют одинаковые знаки (заштрихована дважды)



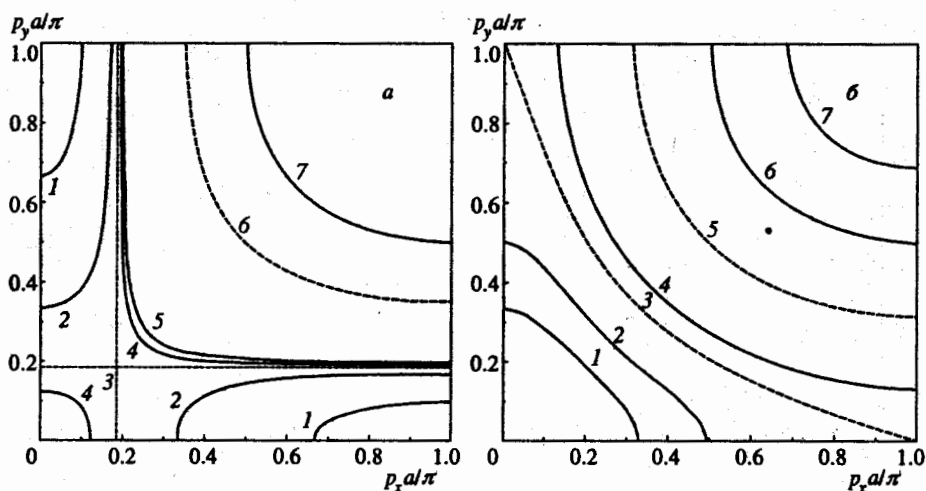


Рис. 3. Поверхности Ферми, определяемые спектром (8), для различных значений химического потенциала  $\mu$  (заполнения зоны) и разных значений параметра  $t'/t$ . *a*) соответствует  $t'/t = -0.6$  и следующим значениям  $\mu/t$ :  $-2.2 - 1$ ,  $-1.8 - 2$ ,  $-1.666 \dots - 3$ ,  $-1.63 - 4$ ,  $-1.6 - 5$ ,  $0 - 6$ ,  $2 - 7$ , решение (14) является точным вблизи горячих точек (проекции скоростей имеют одинаковые знаки) при  $\mu/t < -1.666 \dots$ , горячие точки существуют при  $\mu/t < 0$ ; *б*) соответствует  $t'/t = -0.4$ , что характерно для ВТСП-купратов, когда решение (14) является приближенным, и следующим значениям  $\mu/t$ :  $-2.2 - 1$ ,  $-2 - 2$ ,  $-1.6 - 3$ ,  $-1.3 - 4$ ;  $0 - 5$ ,  $2 - 6$ ,  $4 - 7$ , горячие точки существуют при  $-1.6 < \mu/t < 0$

случае комбинаторики спин-фермионной модели (17) качественно и даже количественно весьма близка к полученной в несоизмеримом случае (16) и для экономии места не приведена на рис. 4. При  $t'/t = -0.6$  и  $\mu/t = -1.8 < t'/t = 1.666$  проекции скоростей в горячих точках имеют одинаковые знаки и соотношение (14) определяет функцию Грина точно. Видим, что в несоизмеримом случае (16) (рис. 4а) и, соответственно, в случае комбинаторики спин-фермионной модели (17) спектральная плотность в горячей точке демонстрирует явно нефермижидкостное поведение (при достаточно больших значениях корреляционной длины флуктуаций  $\xi$ ). В случае соизмеримой комбинаторики (15) (рис. 4б) непосредственно в «горячей точке» спектральная плотность имеет один пик и в этом смысле похожа на обычную ферми-жидкостную даже при больших  $\xi$ . Однако уже в ближайшей окрестности горячей точки спектральная плотность при достаточно больших  $\xi$  обладает двухпиковой структурой («тенивая» зона) нефермижидкостного вида (вставка на рис. 4б).

Вдали от горячих точек проекции скоростей имеют, вообще говоря, разные знаки, даже при выполнении условия (23). Соответственно, рекуррентное соотношение (14) для функции Грина уже не является точным. В то же время с ростом  $\xi$  существенна все более узкая окрестность горячей точки в импульсном пространстве, и наше приближение становится все более точным. Однако из обсуждения, проведенного в Приложении А, ясно, что анзац (12) и решение (14) фактически лишь несколько преувеличивают роль конечности корреляционной длины  $\xi$ . Там же предложен несколько иной вариант решения (А.11), который несколько преуменьшает роль конечности корреляционной длины. На вставках рис. 4 приведены энергетические зависимости спектральной плот-

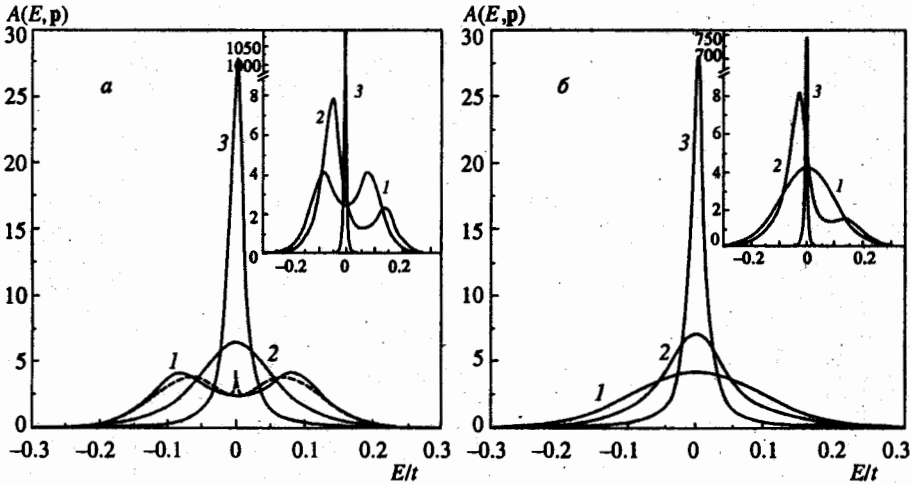


Рис. 5. Энергетическая зависимость спектральной плотности для различных комбинаторик диаграмм в горячей точке ( $p_x a/\pi = 0.142$ ,  $p_y a/\pi = 0.857$ ) для случая  $t'/t = -0.4$ ,  $\mu/t = -1.3$ , приблизительно соответствующего ВТСП-купратам: *a* — несоизмеримый случай, штриховая кривая — спектральная плотность для несоизмеримого случая, полученная с помощью (A.11); *b* — соизмеримый случай. Корреляционная длина соответствует значениям  $\kappa a$ : 0.01 — 1, 0.1 — 2, 0.5 — 3,  $\Delta = 0.1t$ . На вставках изображены энергетические зависимости спектральной плотности для соответствующих комбинаторик диаграмм при  $\kappa a = 0.01$ : в горячей точке  $p_x a/\pi = 0.142$ ,  $p_y a/\pi = 0.857$  — 1; вблизи горячей точки  $p_x a/\pi = 0.145$ ,  $p_y a/\pi = 0.843$  — 2; вдали от горячей точки  $p_x a/\pi = p_y a/\pi = 0.375$  — 3

ным. Соответственно, использование (14) при вычислении плотности состояний согласно (25) также является приближенным. На рис. 6 приведены плотности состояний, полученные из (13), (14), (25) с использованием спектра (8), для различных вариантов комбинаторики диаграмм (15), (16), (17) при  $t'/t = -0.4$  (рис. 6а) и  $t'/t = -0.6$  (рис. 6б). Видим, что при  $t'/t = -0.4$  в плотности состояний наблюдается небольшой провал (псевдощель). Это понижение плотности состояний довольно слабо зависит от величины корреляционной длины  $\xi$  (см. вставку рис. 6а). Если заполнение зоны таково, что уровень Ферми  $\mu$  попадает в эту область энергий, то на поверхности Ферми существуют и горячие точки. При  $t'/t = -0.6$  область существования горячих точек достаточно широка, но псевдощель в плотности состояний тем не менее практически не видна. Заметно лишь замытие ван-хововской особенности, существующей в отсутствие рассеяния на флуктуациях.

### 3. МОДЕЛЬ «СВЕРХПРОВОДЯЩИХ» ФЛУКТУАЦИЙ

#### 4. Описание модели и решение для функции Грина

Как уже отмечалось, явления псевдощели можно попытаться объяснить и на основе представлений о флуктуационном образовании куперовских пар при температурах выше температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  [1, 5–7]. Рассмотрим простейший модельный подход к этой задаче. На рис. 7а показана диаграмма для собственно-энергетичес-

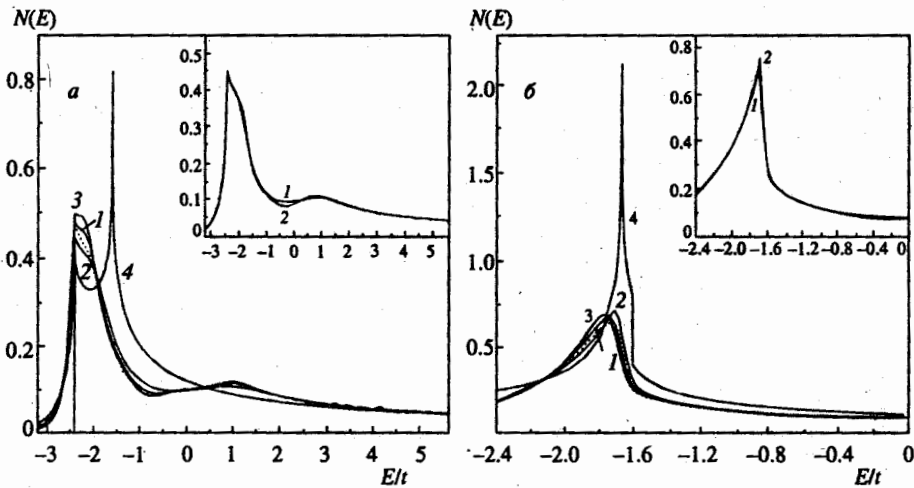


Рис. 6. Одноэлектронная плотность состояний для различных комбинаторик диаграмм при  $t'/t = -0.4, \mu/t = -1.3$  — а и  $t'/t = -0.6, \mu/t = -1.8$  — б: 1 — несоизмеримый случай, 2 — соизмеримый случай, 3 — комбинаторика спин-фермионной модели, 4 — в отсутствие AFM-флуктуаций. Пунктирная кривая соответствует несоизмеримому случаю, решение (A.11),  $\Delta/t = 1$ , корреляционная длина соответствует значениям  $\kappa a = 0.1$ . На вставках изображены одноэлектронные плотности состояний для соизмеримой комбинаторики диаграмм при  $\kappa a = 0.1$  — 1 и  $\kappa a = 0.01$  — 2

кой части электрона в первом порядке по флуктуационному пропагатору куперовских пар при  $T > T_c$ . Имея в виду рассмотрение как обычного спаривания  $s$ -типа, так и спаривания  $d$ -типа, характерного для ВТСП-систем, введем взаимодействие спаривания простейшего (сепарабельного) вида:

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = -Ve(\phi)e(\phi'), \tag{26}$$

где  $\phi$  — полярный угол, определяющий направление электронного импульса  $\mathbf{p}$  в плоскости, а для  $e(\phi)$  принимается модельная зависимость [26, 27]:

$$e(\phi) = \begin{cases} 1 & s\text{-спаривание} \\ \sqrt{2} \cos(2\phi) & d\text{-спаривание} \end{cases} \tag{27}$$

Константа взаимодействия  $V$ , как обычно, предполагается отличной от нуля для электронов, находящихся в некотором слое вблизи поверхности Ферми. Тогда собственно-энергетическая часть, соответствующая рис. 7а, имеет вид

$$\Sigma(\epsilon_n, \mathbf{p}) = \sum_{m\mathbf{p}} V_{eff}(i\omega_m, \mathbf{q}) G(i\omega_m - i\epsilon_n, -\mathbf{p} + \mathbf{q}), \tag{28}$$

где эффективное взаимодействие с SC-флуктуациями имеет вид

$$V_{eff}(i\omega_m, \mathbf{q}) = -\frac{Ve^2(\phi)}{1 - VT \sum_{n\mathbf{p}} G_0(i\epsilon_n, \mathbf{p}) G_0(i\omega_m - i\epsilon_n, -\mathbf{p} + \mathbf{q}) e^2(\phi)} \tag{29}$$

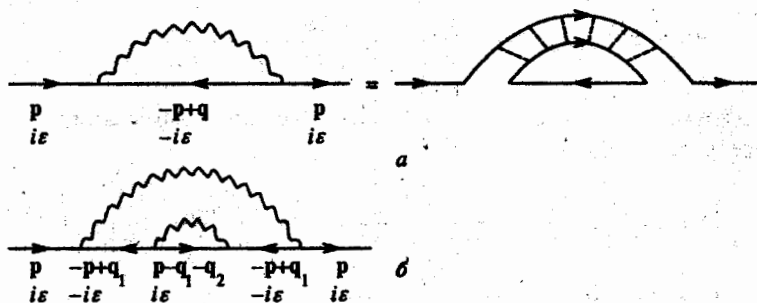


Рис. 7. Диаграммы для собственно-энергетической части в модели SC-флуктуаций: *a* — диаграмма первого порядка с «расшифровкой» смысла волнистой линии — флуктуационного пропагатора куперовских пар (штрихи соответствуют взаимодействию спаривания), *b* — диаграмма второго порядка

В дальнейшем будем считать SC-флуктуации статическими, так что в (33) можно ограничиться учетом только слагаемого с  $\omega_m = 0$ . Статическое приближение здесь справедливо при условии  $\pi T \gg \omega_{SC} = 8(T - T_c)/\pi$ , формально аналогичном использованному выше условию  $\pi T \gg \omega_{sf}$  в модели горячих точек. В данном случае оно выполняется тем лучше, чем ближе система к точке сверхпроводящего перехода. Тогда эффективное взаимодействие можно записать как:

$$V_{eff}(q) \approx -\frac{\bar{\Delta}^2 e^2(\phi)}{\xi^{-2}(T) + q^2}, \tag{30}$$

где

$$\xi(T) = \frac{\xi_0}{\sqrt{(T - T_c)/T_c}}, \quad \xi_0 \approx 0.18v_F/T_c, \tag{31}$$

$\xi_0$  — обычная длина когерентности сверхпроводника,  $\bar{\Delta}^2 = 1/N(E_F)\xi_0^2$  ( $N(E_F)$  — плотность состояний на уровне Ферми  $E_F$ ). Конечно в рамках рассматриваемой элементарной модели тип БКШ имеем

$$\bar{\Delta} \approx 2\pi^2 T_c (T_c/E_F) \sim \Delta_0 (\Delta_0/E_F) \ll \Delta_0$$

(где  $\Delta_0$  — энергетическая щель сверхпроводника при  $T = 0$ ), и здесь возникает очевидная проблема объяснения наблюдающегося в эксперименте масштаба соответствующих аномалий. Однако в дальнейшем мы опять будем рассматривать  $\xi$  и  $\bar{\Delta}$  в качестве феноменологических параметров теории, имея в виду, что в ВТСП-системах их можно пытаться определить из эксперимента, а не из не применимой в этом случае простой теории БКШ.

Аналогично переходу от (2) к (4) введем вместо (30) модельное взаимодействие вида

$$V_{eff}(q) = -\Delta^2 e^2(\phi) \frac{2\xi^{-1}}{\xi^{-2} + q_x^2} \frac{2\xi^{-1}}{\xi^{-2} + q_y^2}, \tag{32}$$

где  $\Delta^2 = \bar{\Delta}^2/4$ . Количественно это достаточно близко к (30) и сильно упрощает вычисления, позволяя провести систематизацию вкладов диаграмм высших порядков. В этом случае вклад первого порядка от диаграммы рис. 7*a* имеет вид

$$\Sigma^{(1)}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{\Delta^2 e^2(\phi)}{i\varepsilon_n + \xi_p + i(|v_x| + |v_y|)\kappa \text{sign} \varepsilon_n}, \quad (33)$$

где  $v_x = v_F \cos \phi$ ,  $v_y = v_F \sin \phi$ ,  $\kappa = \xi^{-1}$ . Вклад от диаграммы второго порядка (см. рис. 7б) определяется как

$$\Sigma^{(2)}(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = (\Delta^2 e^2(\phi))^2 \int \frac{dq_{1x}}{\pi} \frac{\kappa}{\kappa^2 + q_{1x}^2} \int \frac{dq_{1y}}{\pi} \frac{\kappa}{\kappa^2 + q_{1y}^2} \int \frac{dq_{2x}}{\pi} \frac{\kappa}{\kappa^2 + q_{2x}^2} \int \frac{dq_{2y}}{\pi} \frac{\kappa}{\kappa^2 + q_{2y}^2} \times \\ \times \frac{1}{(i\varepsilon_n + \xi_p - v_1 q_1)^2} \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_p - v_2 q_1 - v_2 q_2}, \quad (34)$$

где  $v_1 = -v_2 = v_F$ . Нетрудно убедиться, что в данной задаче возникают правила диаграммной техники практически идентичные рассмотренным выше в модели горячих точек с комбинаторикой, соответствующей несоизмеримому случаю. Последнее обстоятельство легко понять из топологии линии взаимодействия (флуктуационного пропагатора куперовских пар) диаграммы рис. 7а: видно, что в высших порядках существуют лишь диаграммы, в которых линия взаимодействия охватывает четное число вершин. Выражение (34) вполне аналогично (9), однако знаки проекций скоростей в знаменателях функций Грина здесь всегда разные:  $v_1 = -v_2$ . Поэтому в диаграммах высших порядков вклад в интегралы по передаваемым импульсам дают полюсы не только от лоренцианов взаимодействия, но и от функций Грина. Тем не менее (имея в виду дискуссию в Приложении А) мы можем оценить вклад диаграмм высших порядков, используя анзац типа (12), т. е. вычислить все интегралы, например в (34), считая, что проекции скоростей  $v_1$  и  $v_2$  имеют один знак, а в ответе положить  $v_1 = -v_2 = v_F$ . Тогда и в данной задаче для функции Грина получим рекуррентное соотношение типа (14)

$$\Sigma_k(\varepsilon_n, \xi_p) = \frac{\Delta^2 e^2(\phi)v(k)}{i\varepsilon_n - (-1)^k \xi_p + ikv_F \kappa(|\cos \phi| + |\sin \phi|) - \Sigma_{k+1}(\varepsilon_n, \xi_p)}, \quad (35)$$

где  $v(k)$  определяется из (16). Разумеется, соотношение (35) не является точным, однако оно дает точный ответ в предельных случаях  $\kappa \rightarrow 0$  ( $\xi \rightarrow \infty$ ) и  $\kappa \rightarrow \infty$  ( $\xi \rightarrow 0$ ), обеспечивая достаточно корректную (количественно) интерполяцию между ними в случае конечных корреляционных длин.

### 5. Спектральная плотность и плотность состояний

На рис. 8а приведены энергетические зависимости спектральной плотности  $A(E, \mathbf{p})$  одночастичной функции Грина (24), рассчитанные с помощью (35), для различных значений полярного угла  $\phi$ , определяющего направление импульса в плоскости (полагаем  $|\mathbf{p}| = p_F$ ), для случая флуктуационного спаривания  $d$ -типа. Ясно видно, что в окрестности точки  $(\pi/a, 0)$  в зоне Бриллюэна спектральная плотность имеет нефермижидкостный (псевдощелевой) характер. По мере поворота вектора  $\mathbf{p}$  в направлении диагонали зоны Бриллюэна двухпиковая структура исчезает и спектральная плотность трансформируется в типично фермижидкостную с одним пиком, который тем уже, чем значение  $\phi$  ближе к  $\pi/4$ . Аналогичная трансформация спектральной плотности происходит и по мере уменьшения корреляционной длины  $\xi$ .

На рис. 8б показана также эволюция величины  $f(E)A(E, \mathbf{p})$  (где  $f(E)$  — функция распределения Ферми), которая, в сущности, и измеряется в ARPES-экспериментах [2]. Отметим, что кривые на рис. 8б очень похожи на аналогичные кривые, полученные

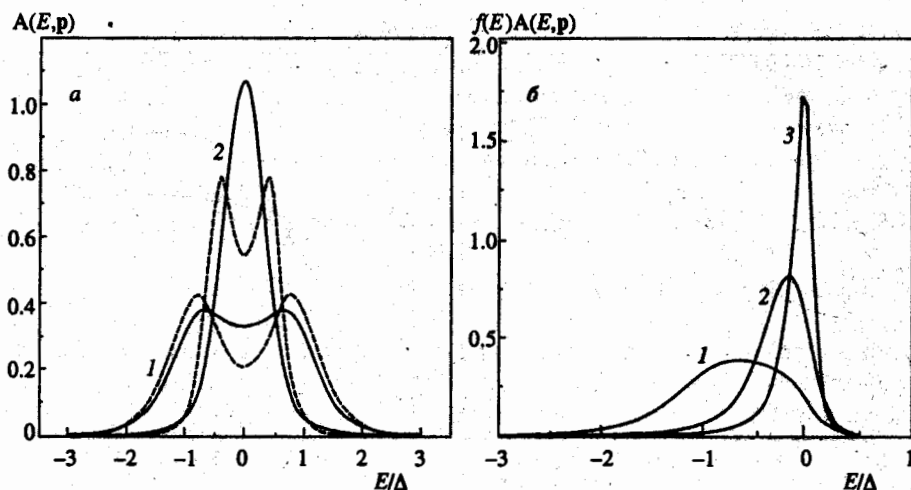


Рис. 8. а) Энергетическая зависимость спектральной плотности  $A(E, p)$  для случая флуктуационного спаривания  $d$ -типа при различных значениях полярного угла  $\phi$ , определяющего направление электронного импульса в плоскости:  $\phi = 0$  — 1,  $\phi = \pi/6$  — 2. Корреляционная длина выбрана соответствующей  $v_F \kappa / \Delta = 0.5$  (сплошные кривые) и 0.1 (штрихи). б) — Энергетическая зависимость произведения  $f(E)A(E, p)$  ( $f(E)$  — функция Ферми):  $\phi = 0$  — 1,  $\phi = \pi/6$  — 2,  $\phi = \pi/4.83$  — 3. Температура (в функции Ферми)  $T = 0.1\Delta$ ,  $v_F \kappa / \Delta = 0.5$

в [11, 12] в модели горячих точек. Картина разрушения поверхности Ферми, следующая из этих расчетов, очень напоминает имеющиеся экспериментальные данные, полученные в работе [28] для системы  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ .

В случае флуктуационного спаривания  $s$ -типа псевдощель возникает изотропно на всей поверхности Ферми и спектральная плотность имеет нефермижидкостный вид при достаточно больших значениях корреляционной длины  $\xi$  SC-флуктуаций.

На рис. 9 представлены результаты расчетов одноэлектронной плотности состояний с помощью (35) для случая  $s$ -спаривания (рис. 9а) и для случая  $d$ -спаривания (рис. 9б) для различных значений корреляционной длины SC-флуктуаций. Видим, что в случае  $d$ -спаривания псевдощель в плотности состояний не столь ярко выражена по сравнению с  $s$ -случаем даже при достаточно больших значениях корреляционной длины флуктуаций. В то же время из этих данных видно, что в модели SC-флуктуаций псевдощель в плотности состояний все же гораздо заметнее, нежели в рассмотренной выше модели горячих точек.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрены почти точно решаемые модели псевдощелевого состояния электронного спектра двумерных систем, основанные на альтернативных сценариях происхождения этих аномалий — картине флуктуаций диэлектрического (AFM, SDW, CDW) типа, приводящей к модели горячих точек, или картине флуктуационного образования куперовских пар при  $T > T_c$  (SC-флуктуаций). Термин почти точно решаемые означает, что в данном подходе удается просуммировать весь ряд фейн-

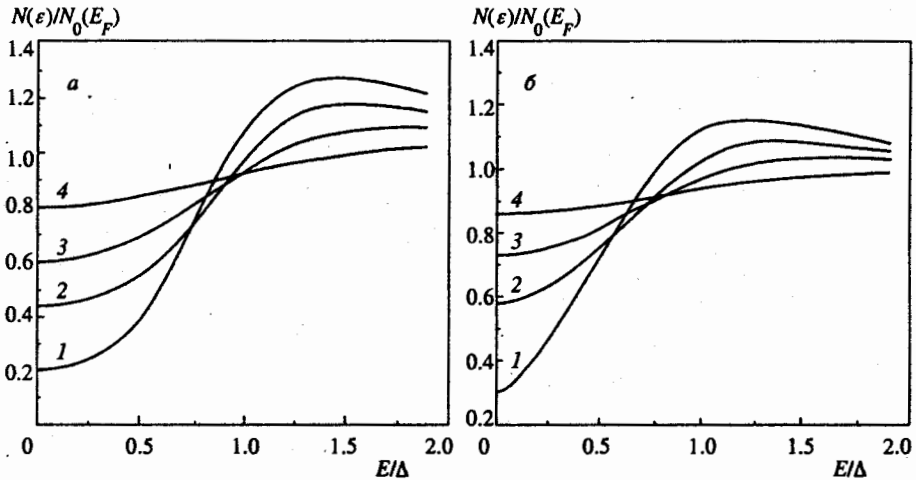


Рис. 9. Одноэлектронная плотность состояний в модели SC-флуктуаций: в случае  $s$ -спаривания  $a$  и в случае  $d$ -спаривания  $b$ . Кривые построены для следующих значений параметра  $v_F \kappa / \Delta$ , определяющего корреляционные длины флуктуаций ближнего порядка: 0.1 — 1, 0.5 — 2, 1.0 — 3, 2.0 — 4

мановских диаграмм для одноэлектронной функции Грина (а фактически и для двухэлектронной [16, 17]), используя для вкладов диаграмм высших порядков приближенный анзац (12). Как показано в Приложении А, а также на численных примерах, приведенных в основном тексте, этот анзац обеспечивает очень неплохое (количественно) приближение к точному решению в области конечных корреляционных длин флуктуаций ближнего порядка  $\xi$ , а в пределах  $\xi \rightarrow \infty$  и  $\xi \rightarrow 0$  решение является просто точным.

Проведенные расчеты спектральных плотностей показывают, что в рамках обоих сценариев можно получить привлекательную (с точки зрения сравнения с экспериментом на ВТСП-купратах) картину разрушения ферми-жидкостного состояния на отдельных (горячих) участках поверхности Ферми, при ее сохранении на остальной (холодной) части. Такое нефермижидкостное поведение целиком обусловлено сильным рассеянием электронов на флуктуациях ближнего порядка и в общем случае тем заметнее, чем больше корреляционная длина  $\xi$ . В то же время между двумя сценариями образования псевдощелевого состояния имеются определенные различия, которые можно попытаться использовать при анализе ситуации в реальных системах. В частности, в модели горячих точек (AFM-флуктуаций) псевдощель в плотности электронных состояний является довольно слабо выраженной (см. рис. 6). В модели SC-флуктуаций эффект образования псевдощели в плотности состояний гораздо более заметен (см. рис. 9). В то же время модель диэлектрических AFM-флуктуаций кажется более привлекательной даже из простого рассмотрения фазовой диаграммы ВТСП-систем — псевдощелевые аномалии наблюдаются в области недодопированных составов и, по-видимому, тем сильнее, чем ближе система к диэлектрическому (AFM) состоянию. Именно в этой области следует ожидать более существенную роль флуктуаций ближнего порядка диэлектрического (AFM) типа, рост соответствующей корреляционной длины  $\xi$  и т. д. Довольно трудно понять, почему в этой области фазовой диаграммы может стать более существенным флуктуационное образование куперовских пар (SC-флуктуации), что, казалось бы, наоборот, должно проявляться в области составов, близких к оптимальному (соответству-

ощему максимальной температуре сверхпроводящего перехода). Кроме того, в этом сценарии существует очевидная проблема объяснения характерных масштабов аномалий (по температуре и энергии), которую невозможно решить в рамках простых подходов, основанных на теории БКШ, что требует новых микроскопических подходов [5, 7]. Рассмотренные нами модели полезны при анализе в рамках обоих сценариев образования псевдощели, поскольку они основаны, по сути дела, лишь на достаточно общей (полуфеноменологической) форме коррелятора флуктуаций ближнего порядка.

Авторы признательны О. В. Чернышеву за предварительную информацию о его анализе одномерной модели.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 96-02-16065), а также в рамках проектов IX.1 госпрограммы «Статистическая физика» и 96-051 госпрограммы по ВТСП Министерства науки России.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Анализ одномерной модели

Рассмотрим более подробно использование анзатца (12) для оценки вкладов диаграмм высших порядков. Ограничимся анализом одномерной модели [15–17], поскольку именно в одномерном случае проблема стоит наиболее остро [22]. Нас интересует окрестность точек Ферми  $+p_F$  и  $-p_F$ , а гауссовы флуктуации ближнего порядка рассеивают электроны на импульс  $Q \sim \pm -2p_F$ , перебрасывая их с одного конца линии Ферми на противоположный с точностью порядка  $\xi^{-1} = \kappa$  [13–17]. Электронный спектр рассмотрим в линеаризованном приближении:  $\xi_{p \pm p_F} = \pm -v_F p$  и, для краткости, полагаем в дальнейшем  $v_F = 1$ . При этом система состоит из «двух типов» электронов — движущихся «влево» и «вправо». Удобно провести рассмотрение в координатном представлении [22], когда уравнение движения для электронов в рассматриваемой модели принимает вид [18, 22]:

$$\left( i\hat{1} \frac{\partial}{\partial t} - i\hat{\sigma}_3 \frac{\partial}{\partial x} \right) \hat{\Psi}(t, x) = \begin{pmatrix} 0 & \Delta(x) \\ \Delta^*(x) & 0 \end{pmatrix} \hat{\Psi}(t, x). \quad (\text{A.1})$$

Ограничимся случаем несоизмеримых флуктуаций, когда  $\Delta^*(x) \neq \Delta(x)$ . Спинор

$$\hat{\Psi} = \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix}$$

описывает «правые» и «левые» электроны. Флуктуации  $\Delta(x)$  считаются гауссовыми с  $\langle \Delta(x) \rangle = 0$  и  $\langle \Delta^*(x)\Delta(x') \rangle = |\Delta|^2 \exp(-\kappa|x-x'|)$ . Свободный пропагатор в частотно-координатном представлении имеет вид

$$G_0(\varepsilon x) = i\theta(\varepsilon\sigma_3)\text{sign}(\varepsilon) \exp(i\varepsilon\sigma_3 x), \quad (\text{A.2})$$

где  $\sigma_3 = +1$  для «правых» частиц,  $\sigma_3 = -1$  для «левых». Частица, пролетевшая путь длиной  $l$ , имеет набег фазы  $e^{iel}$ . При вычислении конкретных диаграмм удобно перейти от интегрирования по координатам вершин взаимодействия  $x_k$  к длинам путей  $l_k$ , проходимым частицей между актами рассеяния [22]. При этом важно учесть, что эти



длины не являются независимыми, поскольку для данной диаграммы всегда фиксировано полное смещение частицы  $x - x'$ . Возникающие при этом правила диаграммной техники для вычисления  $G(\varepsilon, x - x')$  выглядят следующим образом [22].

1. Сплошной линии длины  $l_k$  соответствует множитель  $-ie^{i l_k(\varepsilon - (-1)^k p)}$ .

2. Волнистой линии (взаимодействия), связывающей вершины  $m$  и  $n$ , соответствует множитель

$$|\Delta|^2 \exp(-\kappa |x_m - x_n|) = |\Delta|^2 \exp\left(-\kappa \left| \sum_{k=m}^{n-1} (-1)^k l_k \right|\right).$$

3. По всем  $l_k$  проводится интегрирование в пределах от 0 до  $\infty$ .

4. По  $p$  проводится интегрирование с весом  $e^{ip(x-x')}/2\pi$ .

При вычислении  $G(\varepsilon, p)$  последнее правило можно просто опустить. Из этих правил видно, что учет конечности корреляционной длины  $\xi = \kappa^{-1}$  приводит в каждой диаграмме к некоторому затуханию соответствующей амплитуды перехода с расстоянием, проходимым частицей. Точный учет этого эффекта сложен, но можно провести его оценку как сверху, так и снизу. С одной стороны, имеет место очевидное неравенство:

$$\exp\left(-\kappa \left| \sum_{k=m}^{n-1} (-1)^k l_k \right|\right) > \exp\left(-\kappa \sum_{k=m}^{n-1} l_k\right), \quad (\text{A.3})$$

и, используя для линии взаимодействия выражение в правой части (A.3), мы преувеличиваем значение упомянутого затухания амплитуды перехода (т.е. эффективно преувеличиваем  $\kappa$ ). Легко убедиться, что подобное приближение при расчете функции Грина в импульсном представлении соответствует добавлению лишнего слагаемого  $i\kappa$  в знаменателе каждой функции Грина, охватываемой линией взаимодействия, и приводит к выражению для любой поправки высшего порядка вида (12) (ср. [22]). Например, диаграмме рис. 1б соответствует (полагаем  $\varepsilon > 0$ ,  $\delta = 0^+$ ):

$$\Delta G(\varepsilon, p) = \Delta^4 \frac{1}{\varepsilon - p + i\delta} \left( \frac{1}{\varepsilon + p + i\kappa} \frac{1}{\varepsilon - p + 2i\kappa} \frac{1}{\varepsilon + p + i\kappa} \right) \frac{1}{\varepsilon - p + i\delta}, \quad (\text{A.4})$$

что аналогично (9), (11). С другой стороны, можно воспользоваться неравенством

$$\exp\left(-\kappa \left| \sum_{k=m}^{n-1} (-1)^k l_k \right|\right) < \exp\left(-\kappa \sum_{k=m}^{n-1} (-1)^{k-m} l_k\right). \quad (\text{A.5})$$

Использование для линии взаимодействия выражения в правой части (A.5) приводит к преуменьшению величины затухания соответствующей амплитуды перехода (т.е. эффективно преуменьшает  $\kappa$ ). Может показаться, что данный выбор выражения для линии взаимодействия может привести даже к возрастанию амплитуды перехода по сравнению со случаем  $\kappa = 0$  и появлению расхождений, однако это не так. Поскольку здесь мы рассматриваем несоизмеримый случай, в котором линия взаимодействия охватывает только четное число вершин (т.е. нечетное число  $l_k$ ), выбор конкретного знака в показателе экспоненты при снятии модуля определяется преобладанием четных или нечетных  $l_k$ . Это приводит к тому, что эффективная амплитуда перехода, соответствующая диаграмме любого порядка, всегда затухает. Для диаграммы рис. 1б в координатном представлении вклад от линий взаимодействия:

$$e^{-\kappa l_2} e^{-\kappa |l_1 - l_2 - l_3|} \rightarrow e^{-\kappa l_2} e^{-\kappa (l_1 - l_2 + l_3)} = e^{-\kappa (l_1 + l_3)}. \quad (\text{A.6})$$

В импульсном представлении это дает

$$\Delta G(\varepsilon, p) = \Delta^4 \frac{1}{\varepsilon - p + i\delta} \left( \frac{1}{\varepsilon + p + i\kappa} \frac{1}{\varepsilon - p + i\delta} \frac{1}{\varepsilon + p + i\kappa} \right) \frac{1}{\varepsilon - p + i\delta}. \quad (\text{A.7})$$

Анализ любых диаграмм высших порядков показывает, что в этом случае вклады всех диаграмм порядка  $N$  равны и в импульсном представлении имеют вид (анзатц чередующихся  $\kappa$ ):

$$G_N(\varepsilon, p) = |\Delta|^{2N} \frac{1}{(\varepsilon - p + i\delta)^{N+1}} \frac{1}{(\varepsilon + p + i\kappa)^N}. \quad (\text{A.8})$$

Тогда весь ряд легко суммируется аналогично случаю  $\kappa = 0$  [13, 14], и для функции Грина получаем

$$G^R(\varepsilon, p) = \sum_{N=0}^{\infty} N! G_N(\varepsilon, p) = \int_0^{\infty} d\zeta e^{-\zeta} \frac{\varepsilon + p + i\kappa}{(\varepsilon - p + i\delta)(\varepsilon + p + i\kappa) - \zeta |\Delta|^2}. \quad (\text{A.9})$$

Отсюда легко рассчитать соответствующую спектральную плотность или одночастичную плотность состояний:

$$\frac{N(\varepsilon)}{N(E_F)} = \frac{v_F \kappa}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_p \int_0^{\infty} d\zeta e^{-\zeta} \frac{\zeta |\Delta|^2}{(\varepsilon^2 - \xi_p^2 - \zeta |\Delta|^2)^2 + (v_F \kappa)^2 (\varepsilon - \xi_p)^2}, \quad (\text{A.10})$$

где восстановили в явном виде  $v_F$ . На рис. 10 проводится сравнение плотностей состояний при различных значениях  $\kappa$  (корреляционной длины), рассчитанных с помощью анзатца чередующихся  $\kappa$  и рекуррентного соотношения типа (12) в одномерной модели [15–17]. Видим, что результаты количественно близки практически во всей области изменения  $\kappa$ . Поскольку, как отмечено выше, наш основной анзатц (12), (A.4) несколько преувеличивает роль конечности  $\kappa$ ; а анзатц чередующихся  $\kappa$  (A.7) недооценивает ее, нетрудно понять, что точное значение плотности состояний мало отличается от полученных с помощью этих двух аппроксимаций вкладов диаграмм высших порядков. Аналогичная ситуация имеет место и для спектральных плотностей. Фактически это означает, что результаты для основных физических величин, определяющихся одноэлектронной функцией Грина, не очень сильно зависят от того, как конечные  $\kappa$  входят в выражения для диаграмм высших порядков. Главное — это учет (хотя бы приближенный) всех диаграмм теории возмущений с учетом различной их комбинаторики. В принципе это не очень удивительно, поскольку основной эффект образования псевдощели связан с рассеянием «назад» на вектор  $Q \sim 2p_F$ , которое учитывается точно в пределе  $\xi \rightarrow \infty$ , тогда как эффект конечных  $\kappa$  сводится к учету некоторой дополнительной слабой модуляции случайного поля, приводящей к затуханию его коррелятора и замытию псевдощели.

Естественно, что анзатц чередующихся  $\kappa$  может быть записан в виде рекуррентного соотношения типа (14) и для двумерных моделей, обсуждавшихся в основной части статьи. Например, в модели горячих точек имеем

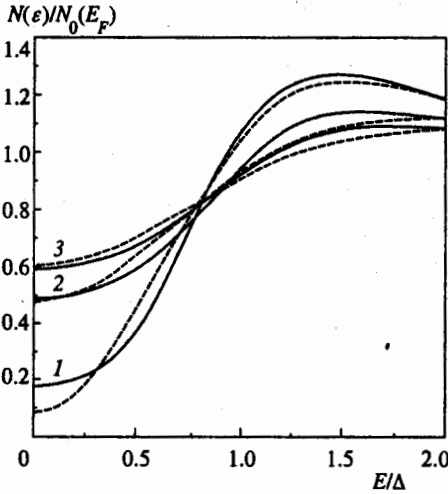


Рис. 10. Одноэлектронная плотность состояний в одномерной модели при различных значениях параметра  $v_F \kappa / \Delta$ : 0.1 — 1, 0.8 — 2, 1.2 — 3. Сплошные линии — результат расчета по формулам типа (12), (14) [15], штриховые кривые — результат расчета по (A.10)

$$\Sigma_k(\epsilon_n, \xi_p) = \Delta^2 \frac{v(k)}{i\epsilon_n - \xi_k + i\alpha_k v_k \kappa - \Sigma_{k+1}(\epsilon_n, \xi_p)}, \quad (A.11)$$

где  $\alpha_k = 1$  для нечетных  $k$  и  $\alpha_k = 0$  для четных  $k$ . Остальные обозначения приведены в основном тексте. Данные для плотности состояний, полученные с помощью (A.11), приведены выше на рис. 6 и подтверждают сделанные здесь утверждения. Выражение аналогичное (A.11) легко выписать и для модели SC-флуктуаций.

Подчеркнем, что анзац чередующихся  $\kappa$  является достаточно формальным и используется нами только для того, чтобы показать, что это достаточно произвольное приближение, недооценивающее роль конечности  $\kappa$  в диаграммах высших порядков, приводит к результатам, количественно мало отличающимся от полученных с помощью анзаца накапливающихся  $\kappa$  (12), (A.4), который эту роль в общем случае переоценивает. Это последнее приближение, использованное в [15–18] и в основной части данной статьи, имеет гораздо более глубокий смысл. Как уже отмечалось выше, это приближение является просто точным в окрестности горячих точек при значениях параметров затравочного спектра  $t, t'$  и  $\mu$  (топологиях поверхности Ферми), обеспечивающих равенство знаков проекций скоростей в горячих точках, связанных вектором  $Q$ . Аналогичным образом в одномерной модели не представляет труда получить для вклада диаграмм высших порядков выражение типа (12) или (A.4), если рассмотреть модель коррелятора флуктуаций ближнего порядка с максимумом при произвольном векторе рассеяния  $Q$ , существенно меньшим  $p_F$ , так чтобы (при достаточно больших корреляционных длинах  $\xi$ ) электроны рассеивались флуктуациями, оставаясь все время на одной (правой или левой) ветви спектра. При этом выражения типа (A.4) являются точными. После этого в полученных ответах для вкладов диаграмм высших порядков можно провести продолжение на интересующие нас  $Q \sim 2p_F$ , поскольку зависимость от  $Q$  входит уже только через исходный спектр электронов. Такой же подход легко осуществить, меняя подходящим образом химический потенциал  $\mu$  (заполнение зоны).

## Литература

1. M. Randeria, Varenna Lectures 1997 E-prints archive, cond-mat/9710223 (1997).
2. M. Randeria and J. C. Campuzano, Varenna Lectures 1997, E-prints archive condmat/9709107 (1997).
3. H. Ding, T. Yokoia, J. C. Campuzano, T. Takahashi, M. Randeria, M. R. Norman, T. Mochiku, K. Kadowaki, and J. Giapintzakis, Nature **382**, 51 (1996).
4. H. Ding, M. R. Norman, T. Yokoya, T. Takeuchi, M. Randeria, J. C. Campuzano, T. Takahashi, T. Mochiki, and K. Kadowaki, Phys. Rev. Lett. **78**, 2628 (1997).
5. V. B. Geshkenbein, L. B. Ioffe, and A. I. Larkin, Phys. Rev. B **55**, 3173 (1997).
6. V. Emery, S. A. Kivelson, and O. Zachar, Phys. Rev. B **56**, 6120 (1997).
7. J. Maly, B. Janko, and K. Levin, E-prints archive, cond-mat/9710187 (1997), 9805018 (1998).
8. A. P. Kampf, and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. B **41**, 6399 (1990); B **42**, 7967 (1990).
9. V. Barzykin and D. Pines, Phys. Rev. B **52**, 13585 (1995).
10. D. Pines, Tr. J. of Physics **20**, 535 (1996).
11. J. Schmalian, D. Pines, and B. Stojkovic, Phys. Rev. Lett. **80**, 3839 (1998).
12. J. Schmalian, D. Pines, and B. Stojkovic, E-prints archive, cond-mat/9804129 (1998).
13. М. В. Садовский, ЖЭТФ **66**, 1720 (1974).
14. М. В. Садовский, ФТТ **16**, 2504 (1974).
15. М. В. Садовский, ЖЭТФ **77**, 2070 (1979).
16. М. В. Садовский, А. А. Тимофеев, СФХТ **4**, 11 (1991).
17. M. V. Sadovskii and A. A. Timofeev, J. Moscow Phys. Soc. **1**, 391 (1991).
18. R. H. McKenzie and D. Scarratt, Phys. Rev. B **54**, R12709 (1996).
19. O. Tchernyshyov, Phys. Rev. B **56**, 3372 (1997).
20. H. C. Ren, E-prints archive, cond-mat/9612184 (1996).
21. А. И. Посаженикова, М. В. Садовский, E-prints archive, cond-mat/98 06 199 (1998).
22. O. Tchernyshyov, E-prints archive, cond-mat/9804318 (1998).
23. P. Monthoux, A. Balatsky, and D. Pines, Phys. Rev. B **46**, 14803 (1992).
24. P. Monthoux and D. Pines, Phys. Rev. B **47**, 6069 (1993), Phys. Rev. B **48**, 4261 (1994).
25. П. В. Елютин, Опт. и спектр. **43**, 542 (1977).
26. L. S. Borkowski and P. J. Hirschfeld, Phys. Rev. B **49**, 15404 (1994).
27. R. Fehrenbacher and M. R. Norman, Phys. Rev. B **50**, 3495 (1994).
28. M. R. Norman, H. Ding, M. Randeria, J. C. Campuzano, T. Yokoya, T. Takeuchi, T. Takahashi, T. Mochiki, K. Kadowaki, P. Guptasarma, and D. G. Hinks, E-prints archive, cond-mat/9710163 (1997).