ЖЭТФ, 2017, том 152, вып. 1 (7), стр. 133–146

РАЗЛОЖЕНИЕ ГИНЗБУРГА – ЛАНДАУ В СИЛЬНОНЕУПОРЯДОЧЕННОЙ МОДЕЛИ АНДЕРСОНА – ХАББАРДА С ПРИТЯЖЕНИЕМ

Э. З. Кучинский [a*], *Н. А. Кулеева* [a], *М. В. Садовский* [a,b**]

[a] *Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук 620016, Екатеринбург, Россия*

[b] *Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук 620990, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 8 февраля 2017 г.

Исследовано влияние разупорядочения на коэффициенты разложения Гинзбурга – Ландау по степеням сверхпроводящего параметра порядка в модели Андерсона – Хаббарда с притяжением в рамках обобщенного DMFT+Σ-приближения. Рассмотрена широкая область изменения потенциала притяжения U — от предела слабой связи, где сверхпроводимость описывается моделью Бардина – Купера – Шриффера (БКШ), к пределу очень сильной связи, где переход в сверхпроводящее состояние связан с конденсацией Бозе – Эйнштейна (БЭК) компактных куперовских пар, образующихся при температуре, существенно большей температуры перехода в сверхпроводящее состояние, а также широкий интервал разупорядочения — от слабого до сильного, когда система находится в окрестности перехода Андерсона. В случае полуэллиптической затравочной плотности состояний влияние беспорядка на коэффициенты A и B перед квадратом и четвертой степенью параметра порядка универсально для любой силы электронных корреляций и связано лишь с общим уширением затравочной зоны беспорядком (обобщенная теорема Андерсона). Такая универсальность отсутствует для коэффициента перед градиентным членом разложения C. В обычной теории «грязных» сверхпроводников коэффициент C убывает с ростом беспорядка. В области сильного беспорядка в БКШ-пределе коэффициент C очень чувствителен к эффектам андерсоновской локализации, которые ведут к дальнейшему его уменьшению с ростом беспорядка вплоть до области андерсоновского диэлектрика. В области кроссовера БКШ–БЭК и в пределе БЭК коэффициент C и все связанные с ним физические величины достаточно слабо зависят от беспорядка. В частности, это приводит к относительно слабой зависимости от беспорядка в области очень сильной связи как глубины проникновения, так и длины когерентности и связанного с ней наклона верхнего критического поля в точке сверхпроводящего перехода.

DOI: 10.7868/S0044451017070124

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования влияния разупорядочения на сверхпроводимость имеют достаточно долгую историю. В пионерских работах Абрикосова и Горькова [1–4] рассматривались пределы слабого беспорядка ($p_F l \gg 1$, где p_F — импульс Ферми и l — длина свободного пробега) и сверхпроводимости со слабой связью, хорошо описываемой теорией Бардина – Купера – Шриффера (БКШ). Известная теорема Андерсона о критической температуре T_c сверхпроводников с «нормальным» (немагнитным) беспорядком [5, 6] также обычно относится к этому пределу.

Обобщение теории «грязных» сверхпроводников на случай достаточно сильного беспорядка ($p_F l \sim 1$) (и далее, вплоть до области перехода Андерсона) было выполнено в работах [7–9], где сверхпроводимость также рассматривалась в пределе слабой связи.

Проблема обобщения теории БКШ в область очень сильной связи рассматривается уже достаточно давно. Существенный прогресс в этом направлении был связан с работой Нозьера и Шмитт-Ринка [10], которые предложили эффективный метод для

[*] E-mail: kuchinsk@iep.uran.ru
[**] E-mail: sadovski@iep.uran.ru

исследования кроссовера от поведения типа БКШ в области слабой связи к бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК) в области сильной связи. В то же время проблема сверхпроводимости неупорядоченных систем в пределе сильной связи и в области кроссовера БКШ–БЭК исследована достаточно слабо.

Одной из наиболее простых моделей, в которых можно исследовать кроссовер БКШ–БЭК, является модель Хаббарда с притяжением. Наиболее успешным подходом к исследованию модели Хаббарда как для описания сильнокоррелированных систем в случае отталкивательного взаимодействия, так и для исследования кроссовера БКШ–БЭК в случае притяжения является теория динамического среднего поля (dynamical mean-field theory, DMFT) [11–13].

В последние годы нами развивался обобщенный DMFT+Σ-подход к модели Хаббарда [14–19], который оказался очень удобным для исследования влияния различных внешних (по отношению к учитывающемуся в рамках DMFT) взаимодействий. В частности, этот подход хорошо применим и для анализа двухчастичных свойств, таких как оптическая (динамическая) проводимость [18, 20].

В работе [21] мы использовали этот подход для анализа одночастичных свойств нормальной фазы и оптической проводимости модели Хаббарда с притяжением. В дальнейшем DMFT+Σ-метод был использован нами в работе [22] для исследования влияния беспорядка на температуру сверхпроводящего перехода, вычислявшуюся в рамках подхода Нозьера – Шмитт-Ринка. В частности, в этой работе для случая полуэллиптической модели затравочной плотности состояний, адекватной для описания трехмерных систем, мы численно продемонстрировали выполнение обобщенной теоремы Андерсона и показали, что влияние беспорядка на критическую температуру (во всей области изменения параметров взаимодействия) связано лишь с общим уширением затравочной зоны (плотности состояний) беспорядком. В работе [23] нами было приведено аналитическое доказательство такой универсальности влияния беспорядка (в DMFT+Σ-приближении) на одночастичные характеристики и температуру сверхпроводящего перехода для случая полуэллиптической зоны.

Начиная с классической работы Горькова [3], хорошо известно, что разложение Гинзбурга – Ландау играет фундаментальную роль в теории грязных сверхпроводников, позволяя эффективно исследовать поведение различных физических величин вблизи критической температуры в зависимости от степени беспорядка [6]. Обобщение этой теории в область сильного беспорядка (вплоть до андерсоновского перехода металл–диэлектрик) также основывалось на микроскопическом выводе коэффициентов этого разложения [7–9]. Однако соответствующее рассмотрение, как уже отмечено выше, всегда проводилось в пределе слабой связи теории БКШ.

В работе [24] с помощью комбинации приближений Нозьера – Шмитт-Ринка и DMFT+Σ в модели Хаббарда с притяжением был дан микроскопический вывод коэффициентов A и B однородного разложения Гинзбурга — Ландау перед квадратом и четвертой степенью сверхпроводящего параметра порядка, продемонстрировавший универсальность влияния беспорядка на коэффициенты A и B разложения и связанного с ними скачка теплоемкости при критической температуре (обобщенная теорема Андерсона). В дальнейшем в работе [25] мы исследовали поведение коэффициента C при градиентном члене разложения Гинзбурга – Ландау, для которого такая универсальность отсутствует. При этом мы рассматривали этот коэффициент лишь в области слабого беспорядка ($p_F l \gg 1$) в лестничном приближении по примесному рассеянию, как это делается в стандартной теории грязных сверхпроводников [3], однако для всей области изменения параметра спаривательного взаимодействия, включая область кроссовера БКШ–БЭК и предел очень сильной связи. Фактически, при этом мы пренебрегали эффектами андерсоновской локализации, которые в пределе сильного беспорядка ($p_F l \sim 1$) могут существенно изменить поведение коэффициента C [7–9].

В данной работе мы сосредоточимся главным образом на исследовании коэффициента C в области сильного беспорядка, когда существенны эффекты от локализации Андерсона.

2. МОДЕЛЬ ХАББАРДА В РАМКАХ DMFT+Σ-ПОДХОДА И ПРИБЛИЖЕНИИ НОЗЬЕРА – ШМИТТ-РИНКА

Мы рассматриваем неупорядоченную немагнитную модель Андерсона – Хаббарда с притяжением, гамильтониан которой имеет вид

$$H = -t \sum_{\langle ij\rangle \sigma} a_{i\sigma}^{\dagger} a_{j\sigma} + \sum_{i\sigma} \epsilon_i n_{i\sigma} - U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow}, \quad (1)$$

где $t > 0$ — амплитуда перескока между ближайшими соседями, U — хаббардовское притяжение на узле, $n_{i\sigma} = a_{i\sigma}^{\dagger} a_{i\sigma}$ — оператор числа электронов на узле, $a_{i\sigma}$ ($a_{i\sigma}^{\dagger}$) — оператор уничтожения (рождения) электрона со спином σ, локальные энергии

ϵ_i полагаются независимыми случайными величинами на разных узлах решетки. Для справедливости стандартной «примесной» диаграммной техники [26, 27] мы предполагаем гауссовское распределение для энергетических уровней ϵ_i:

$$\mathcal{P}(\epsilon_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}W} \exp\left(-\frac{\epsilon_i^2}{2W^2}\right). \qquad (2)$$

Ширина распределения W служит мерой силы беспорядка, а гауссовское случайное поле энергетических уровней (независимое на различных узлах решетки — корреляция типа белого шума) вызывает «примесное» рассеяние, которое рассматривается в рамках стандартного подхода, основанного на вычислении усредненных функций Грина [27].

Обобщенный DMFT+Σ-подход [14–17] дополняет стандартную DMFT [11–13] учетом добавочной «внешней» собственно-энергетической части (СЭЧ) $\Sigma_{\mathbf{p}}(\varepsilon)$ (в общем случае зависящей от импульса), являющейся следствием любого вида взаимодействия за пределами DMFT, и дает эффективный метод вычисления как одночастичных, так и двухчастичных свойств [18, 20]. Успех такого обобщенного подхода связан с выбором одночастичной функции Грина в виде

$$G(\varepsilon, \mathbf{p}) = \frac{1}{\varepsilon + \mu - \varepsilon(\mathbf{p}) - \Sigma(\varepsilon) - \Sigma_{\mathbf{p}}(\varepsilon)}, \qquad (3)$$

где $\varepsilon(\mathbf{p})$ — затравочная электронная дисперсия, а полная СЭЧ, вследствие пренебрежения интерференцией между хаббардовским и внешним взаимодействиями, является аддитивной суммой локальной СЭЧ $\Sigma(\varepsilon)$, определяемой DMFT, и внешней СЭЧ $\Sigma_{\mathbf{p}}(\varepsilon)$. Это позволяет сохранить систему самосогласованных уравнений стандартной DMFT [11–13]. При этом на каждом шаге итерационной схемы DMFT внешняя СЭЧ $\Sigma_{\mathbf{p}}(\varepsilon)$ пересчитывается заново с помощью некоторой приближенной схемы, соответствующей виду добавочного взаимодействия, а локальная функция Грина также «одевается» функцией $\Sigma_{\mathbf{p}}(\varepsilon)$ на каждом шаге стандартной DMFT-процедуры.

В рассматриваемой здесь задаче о рассеянии на беспорядке [18, 19] для внешней СЭЧ, входящей в DMFT+Σ-цикл, мы используем простейшее (самосогласованное борновское) приближение, пренебрегающее «пересекающимися» диаграммами для примесного рассеяния, которое дает

$$\Sigma_{\mathbf{p}}(\varepsilon) \to \Sigma_{imp}(\varepsilon) = W^2 \sum_{\mathbf{p}} G(\varepsilon, \mathbf{p}). \qquad (4)$$

В данной работе, как и в предыдущих, для решения эффективной однопримесной модели Андерсона в DMFT использовался чрезвычайно эффективный метод численной ренормгруппы (numerical renormalization group, NRG) [28].

В дальнейшем мы принимаем модель затравочной зоны с полуэллиптической плотностью состояний (на элементарную ячейку с параметром решетки a и один спин), которая является неплохим приближением в трехмерном случае:

$$N_0(\varepsilon) = \frac{2}{\pi D^2}\sqrt{D^2 - \varepsilon^2}, \qquad (5)$$

где D определяет полуширину зоны проводимости.

В работе [23] мы показали, что в DMFT+Σ-подходе в модели с полуэллиптической плотностью состояний все влияние беспорядка на одночастичные свойства сводится лишь к уширению зоны беспорядком, т. е. к замене $D \to D_{eff}$, где D_{eff} — эффективная полуширина затравочной зоны в отсутствие электронных корреляций ($U = 0$), уширенная беспорядком:

$$D_{eff} = D\sqrt{1 + 4\frac{W^2}{D^2}}. \qquad (6)$$

«Затравочная» (в отсутствие U) плотность состояний, «одетая» беспорядком,

$$\tilde{N}_0(\xi) = \frac{2}{\pi D_{eff}^2}\sqrt{D_{eff}^2 - \varepsilon^2}, \qquad (7)$$

остается полуэллиптической и в присутствии беспорядка. Необходимо отметить, что в других моделях затравочной зоны беспорядок наряду с уширением зоны будет изменять и форму плотности состояний. Поэтому полной универсальности влияния беспорядка на одночастичные свойства, сводящейся к замене $D \to D_{eff}$, вообще говоря, нет. Однако в пределе интересующего нас сильного беспорядка затравочная зона становится практически полуэллиптической и универсальность восстанавливается [23].

Все расчеты в данной работе, как и в предыдущих, были проведены для достаточно типичного случая четвертичного заполнения зоны (число электронов на узел решетки $n = 0.5$).

При рассмотрении сверхпроводимости в широком интервале изменений спаривательного взаимодействия U, следуя работам [21, 23], мы используем приближение Нозьера – Шмитт-Ринка [10], что позволяет качественно правильно (хотя и приближенно) описать область кроссовера БКШ–БЭК. В таком подходе для определения критической темпера-

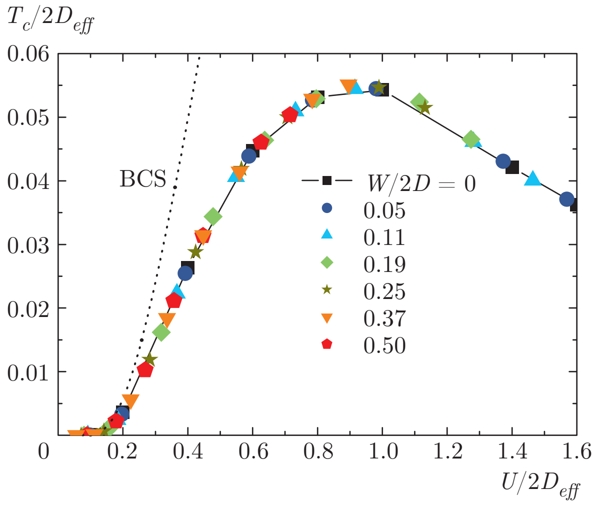

Рис. 1. (В цвете онлайн) Универсальная зависимость температуры сверхпроводящего перехода от силы хаббардовского притяжения для различной степени беспорядка

туры T_c используется [23] обычное уравнение БКШ типа

$$1 = \frac{U}{2}\int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon\, \tilde{N}_0(\varepsilon)\frac{\operatorname{th}[(\varepsilon-\mu)/2T_c]}{\varepsilon-\mu}, \tag{8}$$

в котором химический потенциал μ для разных значений U и W определяется из DMFT+Σ-расчетов, т. е. из стандартного уравнения для числа электронов (заполнение зоны), определяемого функцией Грина типа (3), что позволяет найти T_c в широком интервале значений параметров модели, включая область кроссовера БКШ–БКЭ и предел сильной связи, а также для различных степеней беспорядка. Это отражает физический смысл приближения Нозьера–Шмитт-Ринка: в области слабой связи температура перехода контролируется уравнением для куперовской неустойчивости (8), тогда как в пределе сильной связи она определяется как температура БЭК, которая контролируется химическим потенциалом.

В работе [23] было показано, что влияние беспорядка на критическую температуру T_c и одночастичные характеристики (например, плотность состояний) в модели с полуэллиптической затравочной плотностью состояний универсально и сводится лишь к изменению эффективной ширины зоны. Для иллюстрации на рис. 1 приведена универсальная зависимость критической температуры T_c от хаббардовского притяжения для различных степеней беспорядка [23]. В области слабой связи температура сверхпроводящего перехода хорошо описывается моделью БКШ (на рис. 1 для сравнения пунктиром приведена кривая, получаемая в модели БКШ, в которой T_c определяется уравнением (8) с не зависящим от U химическим потенциалом, определяемым условием четвертичного заполнения для «голой» зоны), а в области сильной связи критическая температура в основном определяется условием бозе-конденсации куперовских пар и убывает с ростом U как t^2/U, проходя через максимум при $U/2D_{eff} \sim 1$.

Обзор этих и других результатов, полученных для неупорядоченной модели Хаббарда в DMFT+Σ-приближении, можно найти в работе [19].

3. РАЗЛОЖЕНИЕ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ

Разложение Гинзбурга–Ландау для разности плотностей свободных энергий сверхпроводящего и нормального состояний запишем в стандартном виде [27]:

$$F_s - F_n = A|\Delta_{\mathbf{q}}|^2 + q^2C|\Delta_{\mathbf{q}}|^2 + \frac{B}{2}|\Delta_{\mathbf{q}}|^4, \tag{9}$$

где $\Delta_{\mathbf{q}}$ — амплитуда фурье-компоненты параметра порядка Δ.

Разложение (9) определяется показанными на рис. 2 графиками петлевого разложения для свободной энергии в поле флуктуаций параметра порядка (обозначенных пунктирными линиями) с малым волновым вектором $\mathbf{q}$ [27].

В рамках подхода Нозьера–Шмитт-Ринка [10] мы используем приближение слабой связи для анализа коэффициентов Гинзбурга–Ландау, поэтому петли с двумя и четырьмя куперовскими вершинами, приведенные на рис. 2, не содержат вклада от хаббардовского притяжения, а «одеты» лишь примесным рассеянием. Однако, как и при нахождении T_c, химический потенциал, который существенно зависит от силы связи и в пределе сильной связи определяет условия бозе-конденсации куперовских пар, необходимо находить в рамках DMFT+Σ-процедуры.

В работе [24] было показано, что в таком подходе коэффициенты A и B определяются следующими выражениями:

$$A(T) = \frac{1}{U} - \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \tilde{N}_0(\varepsilon)\frac{\operatorname{th}[(\varepsilon-\mu)/2T]}{2(\varepsilon-\mu)}, \tag{10}$$

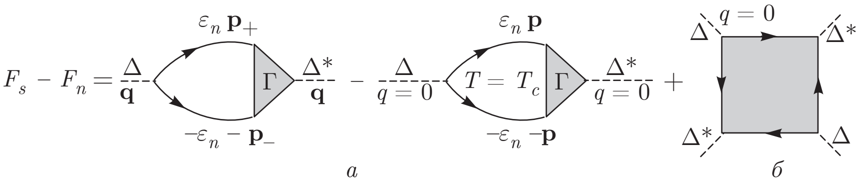

Рис. 2. Диаграммный вид разложения Гинзбурга – Ландау; $\mathbf{p}_\pm = \mathbf{p} \pm \mathbf{q}/2$

$$B = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2(\varepsilon-\mu)^3} \left(\operatorname{th} \frac{\varepsilon-\mu}{2T} - \right.$$

$$\left. - \frac{(\varepsilon-\mu)/2T}{\operatorname{ch}^2[(\varepsilon-\mu)/2T]} \right) \tilde{N}_0(\varepsilon). \quad (11)$$

При $T \to T_c$ коэффициент $A(T)$ имеет обычный вид:

$$A(T) \equiv \alpha(T - T_c). \quad (12)$$

В БКШ-пределе, где $T = T_c \to 0$, для коэффициентов α и B получаем стандартный результат [27]:

$$\alpha_{BCS} = \frac{\tilde{N}_0(\mu)}{T_c}, \quad B_{BCS} = \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T_c^2}\, \tilde{N}_0(\mu). \quad (13)$$

Таким образом, коэффициенты A и B определяются лишь уширенной беспорядком плотностью состояний $\tilde{N}_0(\varepsilon)$ и химическим потенциалом. Поэтому в случае полуэллиптической затравочной плотности состояний зависимость этих коэффициентов от беспорядка связана лишь с простой заменой $D \to D_{eff}$, что приводит к универсальным (не зависящим от степени беспорядка) кривым зависимостей от $U/2D_{eff}$ соответствующим образом приведенных к безразмерному виду коэффициентов ($\alpha(2D_{eff})^2$ и $B(2D_{eff})^3$) [24]. Фактически коэффициенты α и B быстро убывают с ростом силы связи $U/2D_{eff}$.

Необходимо отметить, что выражения (10) и (11) для коэффициентов A и B были получены в работе [24] с использованием точных тождеств Уорда и остаются справедливыми и в условиях сильного беспорядка (включая область андерсоновской локализации).

Универсальная зависимость от беспорядка, связанная лишь с уширением зоны $D \to D_{eff}$, наблюдается, в частности, и для скачка теплоемкости в точке перехода, определяемого коэффициентами α и B [24]:

$$C_s(T_c) - C_n(T_c) = T_c \frac{\alpha^2}{B}. \quad (14)$$

Из диаграммного представления разложения Гинзбурга – Ландау, приведенного на рис. 2, ясно, что C определяется коэффициентом перед q^2 в

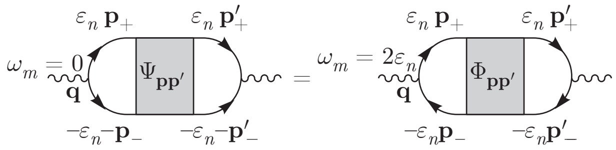

Рис. 3. Равенство петель в куперовском и диффузионном каналах в условиях инвариантности относительно обращения времени

куперовской двухчастичной петле (два первых слагаемых на рис. 2). Поэтому для коэффициента возникает выражение

$$C = -T \lim_{q\to 0} \sum_{n,\mathbf{p},\mathbf{p}'} \frac{\Psi_{\mathbf{pp}'}(\varepsilon_n, \mathbf{q}) - \Psi_{\mathbf{pp}'}(\varepsilon_n, 0)}{q^2}, \quad (15)$$

где $\Psi_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}(\varepsilon_n, \mathbf{q})$ — двухчастичная функция Грина в куперовском канале (рис. 3), «одетая» в приближении Нозьера – Шмитт-Ринка лишь примесным рассеянием. В условиях инвариантности относительно обращения времени (в отсутствие внешнего магнитного поля и магнитных примесей) и в связи с тем, что примесное рассеяние, которым «одета» двухчастичная функция Грина $\Psi_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}(\varepsilon_n, \mathbf{q})$, является статическим, можно изменить направление всех нижних электронных линий с одновременным изменением знака всех входящих в них импульсов (см. рис. 3). В результате получаем

$$\Psi_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}(\varepsilon_n, \mathbf{q}) = \Phi_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}(\omega_m = 2\varepsilon_n, \mathbf{q}), \quad (16)$$

где ε_n — фермионные мацубаровские частоты, $\Phi_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}(\omega_m = 2\varepsilon_n, \mathbf{q})$ — двухчастичная функция Грина в диффузионном канале, одетая примесями. В результате для куперовской восприимчивости получаем

$$\chi(\mathbf{q}) = -T \sum_{n,\mathbf{p},\mathbf{p}'} \Psi_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}(\varepsilon_n, \mathbf{q}) =$$

$$= -T \sum_{n,\mathbf{p},\mathbf{p}'} \Phi_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}(\omega_m = 2\varepsilon_n, \mathbf{q}). \quad (17)$$

Выполняя стандартную процедуру суммирования по фермионным мацубаровским частотам [26, 27], получаем

$$\chi(\mathbf{q}) = -\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon\,\mathrm{Im}\,\Phi^{RA}(\omega=2\varepsilon,\mathbf{q})\,\mathrm{th}\,\frac{\varepsilon}{2T}, \qquad (18)$$

где $\Phi^{RA}(\omega,\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}\Phi^{RA}_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}(\omega,\mathbf{q})$. Для нахождения петли $\Phi^{RA}(\omega,\mathbf{q})$ в условиях сильного беспорядка (в том числе в области андерсоновской локализации) можно воспользоваться приближенной самосогласованной теорией локализации [27, 29–33]. Тогда эта петля содержит диффузионный полюс следующего вида [18]:

$$\Phi^{RA}(\omega=2\varepsilon,\mathbf{q}) = -\frac{\sum_{\mathbf{p}}\Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)}{\omega + iD(\omega)q^2}, \qquad (19)$$

где $\Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon) = G^R(\varepsilon,\mathbf{p}) - G^A(-\varepsilon,\mathbf{p})$, G^R и G^A — запаздывающая и опережающая функции Грина, а $D(\omega)$ — зависящий от частоты обобщенный коэффициент диффузии. Тогда для коэффициента C получаем

$$C = \lim_{q\to 0}\frac{\chi(\mathbf{q})-\chi(\mathbf{q}=0)}{q^2} = -\frac{1}{8\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon\frac{\mathrm{th}(\varepsilon/2T)}{\varepsilon}\times$$
$$\times\,\mathrm{Im}\left(\frac{iD(2\varepsilon)\sum_{\mathbf{p}}\Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)}{\varepsilon+i\delta}\right) = -\frac{1}{8\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon\frac{\mathrm{th}(\varepsilon/2T)}{\varepsilon^2}\times$$
$$\times\,\mathrm{Re}\left[D(2\varepsilon)\sum_{\mathbf{p}}\Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)\right] -$$
$$-\frac{1}{16T}\,\mathrm{Im}\left[D(0)\sum_{\mathbf{p}}\Delta G_{\mathbf{p}}(0)\right]. \qquad (20)$$

Обобщенный коэффициент диффузии в рамках самосогласованной теории локализиции [27, 29–33] для рассматриваемой модели находится путем решения уравнения самосогласования [18]

$$D(\omega) = i\frac{\langle v\rangle^2}{d}\Bigg(\omega - \Delta\Sigma^{RA}_{imp}(\omega) + W^4\sum_{\mathbf{p}}\Delta G^2_{\mathbf{p}}(\varepsilon)\times$$
$$\times\sum_{\mathbf{q}}\frac{1}{\omega+iD(\omega)q^2}\Bigg)^{-1}, \qquad (21)$$

где $\omega = 2\varepsilon$, $\Delta\Sigma^{RA}_{imp}(\omega) = \Sigma^R_{imp}(\varepsilon) - \Sigma^A_{imp}(-\varepsilon)$, d — размерность пространства, а средняя скорость $\langle v\rangle$ определяется выражением

$$\langle v\rangle = \frac{\sum_{\mathbf{p}}|\mathbf{v}_{\mathbf{p}}|\Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)}{\sum_{\mathbf{p}}\Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)}, \quad \mathbf{v}_{\mathbf{p}} = \frac{\partial\varepsilon(\mathbf{p})}{\partial\mathbf{p}}. \qquad (22)$$

С учетом предела применимости диффузионного приближения суммирование по q в (21) должно быть ограничено областью [27, 32]

$$q < k_0 = \min\{l^{-1}, p_F\}, \qquad (23)$$

где l — длина свободного пробега за счет упругого рассеяния на беспорядке, а p_F — импульс Ферми.

В пределе слабого беспорядка, когда локализационные поправки малы, куперовская восприимчивость $\chi(\mathbf{q})$ и связанный с ней коэффициент C определяются лестничным приближением. В этом приближении коэффициент C был исследован нами в работе [25], где для него были получены общие аналитические результаты. Перестроим теперь уравнение самосогласования (21) так, чтобы в пределе слабого беспорядка получить точный лестничный результат. В лестничном приближении, когда мы пренебрегаем вкладом в неприводимую вершину от «максимально перекрестных» диаграмм, в правой части уравнения самосогласования (21) пропадает последнее слагаемое. Введем зависящий от частоты обобщенный коэффициент диффузии в лестничном приближении:

$$D_0(\omega) = \frac{\langle v\rangle^2}{d}\,\frac{i}{\omega - \Delta\Sigma^{RA}_{imp}(\omega)}. \qquad (24)$$

Величину $\langle v\rangle^2/d$, входящую в уравнение самосогласования (21), можно переписать через этот коэффициент диффузии D_0 в лестничном приближении. При этом уравнение самосогласования (21) принимает вид

$$D(\omega=2\varepsilon) = D_0(\omega=2\varepsilon)\times$$
$$\times\left[1 + \frac{W^4}{2\varepsilon - \Delta\Sigma^{RA}_{imp}(\omega=2\varepsilon)}\sum_{\mathbf{p}}\Delta G^2_{\mathbf{p}}(\varepsilon)\times\right.$$
$$\left.\times\sum_{\mathbf{q}}\frac{1}{2\varepsilon+iD(\omega=2\varepsilon)q^2}\right]^{-1}. \qquad (25)$$

В рамках подхода работы [25] коэффициент диффузии $D_0(\omega=2\varepsilon)$ в лестничном приближении может быть получен в аналитическом виде. Действительно, в лестничном приближении двухчастичная функция Грина (19) имеет вид

$$\Phi^{RA}_0(\omega=2\varepsilon,\mathbf{q}) = -\frac{\sum_{\mathbf{p}}\Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)}{\omega+iD_0(\omega=2\varepsilon)q^2}. \qquad (26)$$

Соответственно получаем

$$\varphi(\varepsilon, \mathbf{q}=0) \equiv \equiv \lim_{q\to 0} \frac{\Phi_0^{RA}(\omega=2\varepsilon,\mathbf{q}) - \Phi_0^{RA}(\omega=2\varepsilon,\mathbf{q}=0)}{q^2} = = \frac{i\sum_{\mathbf{p}} \Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)}{\omega^2} D_0(\omega=2\varepsilon). \quad (27)$$

Тогда коэффициент диффузии D_0 может быть записан в виде

$$D_0 = \frac{\varphi(\varepsilon,\mathbf{q}=0)(2\varepsilon)^2}{i\sum_{\mathbf{p}}\Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)}. \quad (28)$$

В работе [25] было показано, что с использованием точного тождества Уорда в лестничном приближении величина $\varphi(\varepsilon, \mathbf{q}=0)$ может быть представлена как

$$\varphi(\varepsilon,\mathbf{q}=0)(2\varepsilon)^2 = \sum_{\mathbf{p}} v_x^2 G^R(\varepsilon,\mathbf{p}) G^A(-\varepsilon,\mathbf{p}) + + \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{p}} \frac{\partial^2\varepsilon(\mathbf{p})}{\partial p_x^2}(G^R(\varepsilon,\mathbf{p}) + G^A(-\varepsilon,\mathbf{p})), \quad (29)$$

где $v_x = \partial\varepsilon(\mathbf{p})/\partial p_x$.

Итак, по формулам (28), (29) мы находим коэффициент диффузии D_0 в лестничном приближении. С использованием уравнения самосогласования (25) находим обобщенный коэффициент диффузии и с его помощью по формуле (20) определяем коэффициент C. В пределе слабого беспорядка, когда применимо лестничное приближение и обобщенный коэффициент диффузии фактически совпадает с коэффициентом диффузии в лестничном приближении, для коэффициента C возникает результат, полученный в работе [25]:

$$C_0 = -\frac{1}{8\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \frac{\operatorname{th}(\varepsilon/2T)}{\varepsilon^2} \times \times \sum_{\mathbf{p}} \left\{ {v_x}^2 \operatorname{Im}[G^R(\varepsilon,\mathbf{p})G^A(-\varepsilon,\mathbf{p})] + + \frac{\partial^2\varepsilon_{\mathbf{p}}}{\partial {p_x}^2}\operatorname{Im} G^R(\varepsilon,\mathbf{p}) \right\} + + \frac{1}{16T}\sum_{\mathbf{p}}\left\{ {v_x}^2 \operatorname{Re}\left[G^R(0,\mathbf{p})G^A(0,\mathbf{p})\right] + + \frac{\partial^2\varepsilon_{\mathbf{p}}}{\partial {p_x}^2}\operatorname{Re} G^R(0,\mathbf{p})\right\}. \quad (30)$$

Таким образом, возникает интерполяционная схема для определения коэффициента C, которая в пределе слабого беспорядка воспроизводит результаты лестничного приближения, а в пределе сильного беспорядка учитывает эффекты андерсоновской локализации (в рамках самосогласованной теории локализации).

При численных расчетах с помощью выражений (28) и (29) для конкретного значения $\omega = 2\varepsilon$ сначала в лестничном приближении находится коэффициент диффузии D_0. Затем, решая итерациями трансцендентное уравнение самосогласования (25), находим обобщенный коэффициент диффузии для этой частоты. Далее, с использованием (20) рассчитывается коэффициент Гинзбурга – Ландау C.

В работе [18] было показано, что в DMFT+Σ-приближении для модели Андерсона – Хаббарда критический беспорядок, при котором происходит андерсоновский переход металл–диэлектрик, $W/2D = 0.37$, не зависит от величины хаббардовского взаимодействия U. Развитый выше подход для определения коэффициента C позволяет исследовать в том числе и область андерсоновского диэлектрика с беспорядком $W/2D > 0.37$.

4. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Длина когерентности при данной температуре, $\xi(T)$, дает характерный масштаб неоднородностей параметра порядка Δ:

$$\xi^2(T) = -\frac{C}{A}. \quad (31)$$

Поскольку коэффициент $A = \alpha(T - T_c)$ меняет знак и обращается в нуль при критической температуре, имеем

$$\xi(T) = \frac{\xi}{\sqrt{1 - T/T_c}}, \quad (32)$$

где мы ввели длину когерентности сверхпроводника

$$\xi = \sqrt{\frac{C}{\alpha T_c}}, \quad (33)$$

которая в пределе слабой связи и в отсутствие беспорядка имеет стандартный вид [27]:

$$\xi_{BCS} = \sqrt{\frac{C_{BCS}}{\alpha_{BCS} T_c}} = \sqrt{\frac{7\zeta(3)}{16\pi^2 d}}\,\frac{v_F}{T_c}. \quad (34)$$

Глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник определяется как

$$\lambda^2(T) = -\frac{c^2}{32\pi e^2}\,\frac{B}{AC}. \quad (35)$$

Таким образом,

$$\lambda(T) = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - T/T_c}}, \quad (36)$$

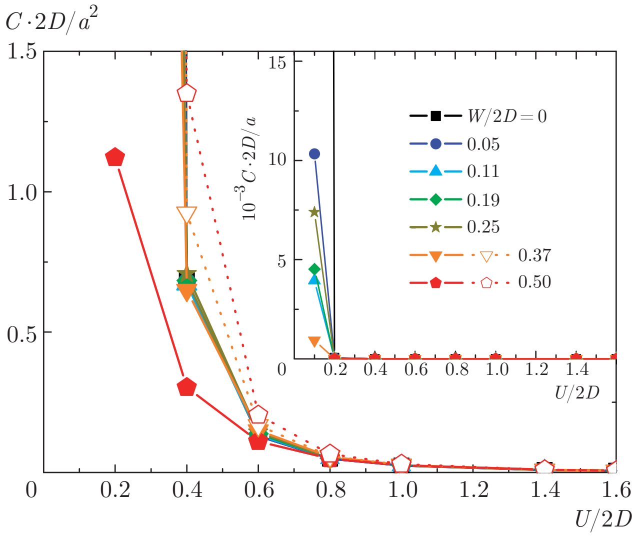

Рис. 4. (В цвете онлайн) Зависимости коэффициента C от силы хаббардовского притяжения для различных степеней беспорядка (a — параметр решетки). Темные символы и сплошные линии соответствуют расчетам с учетом локализационных поправок, светлые символы и пунктирные линии — лестничному приближению

где мы ввели величину

$$\lambda^2 = \frac{c^2}{32\pi e^2}\frac{B}{\alpha C T_c}, \tag{37}$$

которая в отсутствие беспорядка в пределе слабой связи имеет вид

$$\lambda_{BCS}^2 = \frac{c^2}{32\pi e^2}\frac{B_{BCS}}{\alpha_{BCS}C_{BCS}T_c} = \frac{c^2}{16\pi e^2}\frac{d}{N_0(\mu)v_F^2}. \tag{38}$$

Отметим, что поскольку λ_{BCS} не зависит от T_c, а значит, и от силы связи, ее удобно использовать для нормировки глубины проникновения λ (37) при произвольных U и W.

Вблизи T_c верхнее критическое магнитное поле H_{c2} определяется через коэффициенты Гинзбурга–Ландау:

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi^2(T)} = -\frac{\Phi_0}{2\pi}\frac{A}{C}, \tag{39}$$

где $\Phi_0 = c\pi/e$ — квант магнитного потока. Тогда для наклона кривой верхнего критического поля вблизи T_c получаем

$$\frac{dH_{c2}}{dT} = \frac{\Phi_0}{2\pi}\frac{\alpha}{C}. \tag{40}$$

На рис. 4 приведены зависимости коэффициента C от силы хаббардовского притяжения для различных степеней беспорядка. Для данного рисунка и для всех последующих темные символы и сплошные линии соответствуют расчетам с учетом локализационных поправок, а светлые символы и пунктирные линии — лестничному приближению. Коэффициент C является существенно двухчастичной характеристикой, поэтому для него не наблюдается универсальности в зависимости от беспорядка, как для коэффициентов A и B, и влияние беспорядка не сводится лишь к уширению эффективной ширины зоны беспорядком. Соответственно, в зависимости C от силы связи, где все энергетические единицы нормированы на эффективную ширину зоны $2D_{eff}$, не наблюдается универсальной кривой для различных степеней беспорядка [25], в отличие от соответствующих зависимостей для коэффициентов α и B. Фактически, коэффициент C быстро уменьшается с ростом силы связи. Особенно сильное уменьшение наблюдается в области слабой связи (см. вставку к рис. 4). Локализационные поправки становятся существенными в пределе достаточно сильного беспорядка ($W/2D > 0.25$). При таком сильном беспорядке локализационные поправки заметно уменьшают коэффициент C в области слабой связи (ср. пунктирные (лестничное приближение) и сплошные (с учетом локализационных поправок) кривые для $W/2D = 0.37$ и $W/2D = 0.5$). В области сильной связи ($U/2D > 1$) локализационные поправки фактически не изменяют величину коэффициента C по сравнению с лестничным приближением, даже в пределе сильного беспорядка ($W/2D > 0.37$), где система становится андерсоновским диэлектриком.

На рис. 5 приведены зависимости коэффициента C от степени беспорядка для различных значений силы связи $U/2D$. В пределе слабой связи ($U/2D = 0.1$) наблюдаем достаточно быстрое уменьшение коэффициента C с ростом беспорядка в области достаточно слабого примесного рассеяния. В области же достаточно сильного беспорядка в лестничном приближении может наблюдаться возрастание коэффициента C с ростом беспорядка, что в основном связано с заметным уширением зоны таким сильным беспорядком и соответствующим уменьшением эффективной силы связи $U/2D_{eff}$. Однако локализационные поправки, которые становятся существенны при сильном беспорядке ($W/2D > 0.25$), приводят к уменьшению коэффициента C с ростом беспорядка, в том числе и в пределе сильного примесного рассеяния. В области промежуточной связи ($U/2D = 0.4$–0.6) коэффициент C в лестничном приближении лишь незначительно растет с ростом беспорядка. В БЭК-пределе ($U/2D > 1$) коэффициент C фактически не зависит от примесного рассеяния и

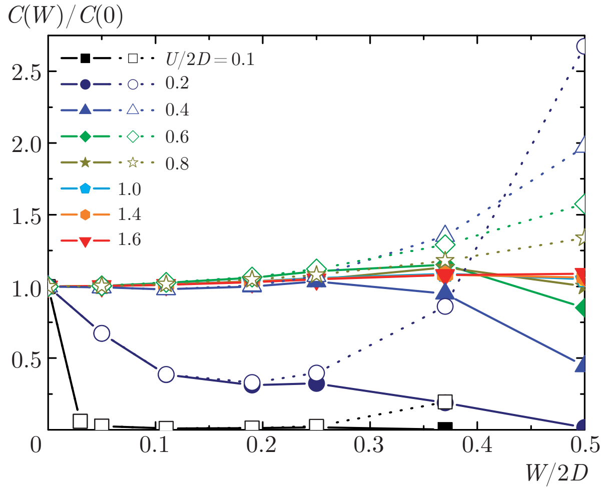

Рис. 5. (В цвете онлайн) Зависимости коэффициента C, нормированного на этот коэффициент в отсутствие беспорядка, от степени беспорядка для различных значений силы хаббардовского притяжения U. Пунктир — лестничное приближение, сплошные кривые — расчеты с учетом локализационных поправок

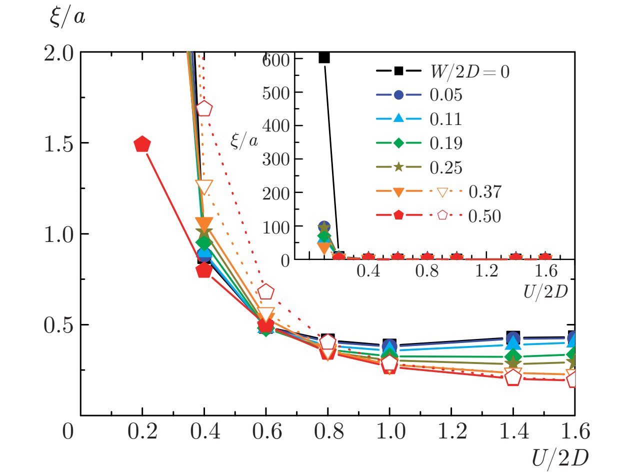

Рис. 6. (В цвете онлайн) Зависимости длины когерентности ξ от силы хаббардовского притяжения U для различных степеней беспорядка. На вставке — быстрый рост длины когерентности с уменьшением силы связи в БКШ-пределе

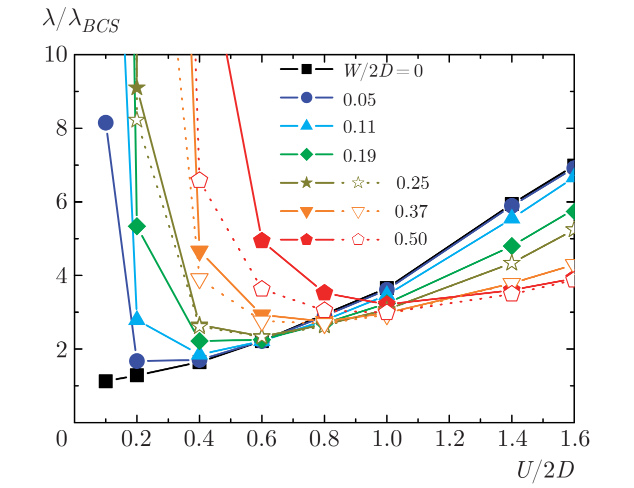

Рис. 7. (В цвете онлайн) Зависимости глубины проникновения, нормированной на ее БКШ-значение в пределе слабой связи, от силы хаббардовского притяжения U для различных степеней беспорядка

в лестничном приближении, и с учетом локализационных поправок. Учет локализационных поправок в БЭК-пределе фактически не изменяет величину коэффициента C по сравнению с лестничным приближением. Поскольку коэффициенты разложения Гинзбурга–Ландау α и B имеют универсальное поведение в зависимости от беспорядка и андерсоновская локализация фактически не оказывает на них влияния, а коэффициент C, который в пределе слабой связи сильно изменяется локализационными поправками, но в БЭК-пределе фактически не зависит от этих поправок, физические величины, зависящие от коэффициента C, также будут существенно изменяться локализационными поправками в пределе слабой связи, но фактически они не чувствуют локализации в БЭК-пределе.

Перейдем теперь к анализу поведения физических величин. Зависимости длины когерентности от силы хаббардовского притяжения приведены на рис. 6. Видим, что в области слабой связи (см. вставку к рис. 6) длина когерентности быстро убывает с ростом U для любой степени беспорядка, достигая величины порядка параметра решетки a в области промежуточной связи $U/2D \approx 0.4$–0.6. Дальнейший рост силы связи очень слабо изменяет длину когерентности. Учет локализационных поправок для длины когерентости также существен лишь при большом беспорядке ($W/2D > 0.25$). Видим, что локализационные поправки приводят к заметному уменьшению длины когерентности в БКШ-пределе слабой связи и практически не изменяют длину когерентности в БЭК-пределе.

На рис. 7 приведены зависимости глубины проникновения, нормированной на ее БКШ-значение в отсутствие беспорядка (38), от силы хаббардовского притяжения U для различных степеней беспорядка. В отсутствие примесного рассеяния глубина проникновения растет с увеличением силы связи. Беспорядок в БКШ-пределе слабой связи приводит к быст-

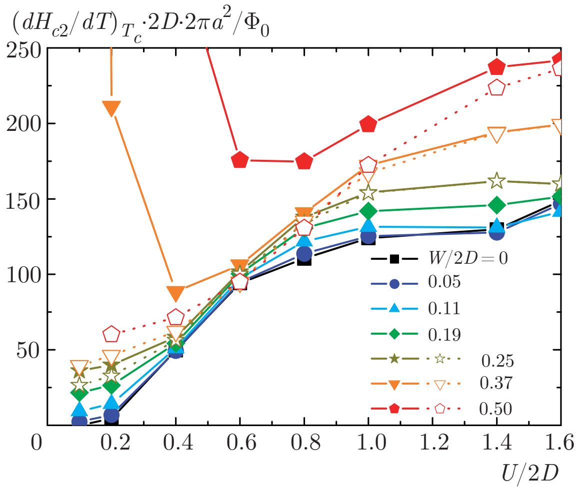

Рис. 8. (В цвете онлайн) Зависимости наклона верхнего критического поля от силы хаббардовского притяжения U для различных степеней беспорядка

рому росту глубины проникновения (для грязных БКШ-сверхпроводников $\lambda \sim l^{-1/2}$, где l — длина свободного пробега). В БЭК-пределе сильной связи беспорядок лишь незначительно уменьшает глубину проникновения (см. ниже рис. 10*а*). Это приводит к тому, что в присутствии беспорядка наблюдаются уменьшение глубины проникновения с ростом силы хаббардовского притяжения в области достаточно слабой связи и рост λ с увеличением U в БЭК-пределе сильной связи. Учет локализационных поправок существен лишь в пределе сильного беспорядка ($W/2D > 0.25$) и приводит к заметному увеличению глубины проникновения по сравнению с лестничным приближением в пределе слабой связи. В БЭК-пределе влияние локализации на глубину проникновения оказывается несущественным.

Зависимости наклона верхнего критического поля от силы хаббардовского притяжения для различных степеней беспорядка приведены на рис. 8. В пределе достаточно слабого примесного рассеяния, пока несущественны поправки от андерсоновской локализации, наклон верхнего критического поля растет с увеличением силы связи, причем наблюдается быстрый рост наклона с увеличением U в пределе достаточно слабой связи, а в пределе сильной связи наклон достаточно слабо зависит от $U/2D$. В области достаточно сильного беспорядка ($W/2D > 0.25$) очень существенным становится учет локализационных поправок — он качественно меняет поведение верхнего критического поля. Если лестничное приближение (пунктирные кривые) сохраняет поведение наклона верхнего критического поля, аналогичное поведению в пределе слабого беспорядка (наклон растет с ростом силы связи), то учет андерсоновской локализации ($W/2D \geq 0.37$) приводит к сильному возрастанию наклона верхнего критического поля в пределе слабой связи. В результате в андерсоновском диэлектрике наклон верхнего критического поля быстро убывает с ростом U в пределе слабой связи и незначительно растет с увеличением U в БЭК-пределе. Отметим, что и для наклона верхнего критического поля в пределе сильной связи учет локализационных поправок оказывается несущественным.

Перейдем к зависимостям физических величин от степени беспорядка. На рис. 9 приведены зависимости длины когерентности ξ от степени беспорядка для различных величин силы связи. В БКШ-пределе, т. е. в пределе слабой связи, при достаточно слабом примесном рассеянии наблюдается стандартная для грязных сверхпроводников зависимость $\xi \propto l^{1/2}$, т. е. длина когерентности быстро уменьшается с ростом беспорядка (см. вставку к рис. 9*а*). Однако при достаточно сильном беспорядке в лестничном приближении (пунктирные кривые) длина когерентности начинает расти с ростом беспорядка (см. рис. 9*б* и вставку к рис. 9*а*), что в основном связано с заметным уширением затравочной зоны беспорядком и соответствующим уменьшением $U/2D_{eff}$. Учет локализационных поправок приводит к заметному уменьшению длины когерентности по сравнению с лестничным приближением в пределе сильного беспорядка, что восстанавливает уменьшение ξ с ростом беспорядка в этом пределе. В стандартной модели БКШ с бесконечно широкой затравочной зоной в пределе слабого беспорядка длина когерентности убывает с ростом беспорядка, $\xi \propto l^{1/2}$, однако вблизи андерсоновского перехода уменьшение ξ с ростом беспорядка даже ускоряется, $\xi \propto l^{2/3}$ [7–9], в отличие от нашей модели, где вблизи перехода Андерсона длина когерентности достаточно слабо зависит от беспорядка, что связано с существенным уширением зоны беспорядком. С увеличением силы связи, $U/2D \geq 0.4$–0.6, длина когерентности ξ становится порядка параметра решетки и почти перестает зависеть от беспорядка. В частности, в БЭК-пределе очень сильной связи ($U/2D = 1.4, 1.6$) рост беспорядка вплоть до очень сильного ($W/2D = 0.5$) приводит к уменьшению длины когерентности примерно в два раза (см. рис. 9*б*). Опять видим, что в пределе сильной связи учет локализационных поправок оказывается несущественным.

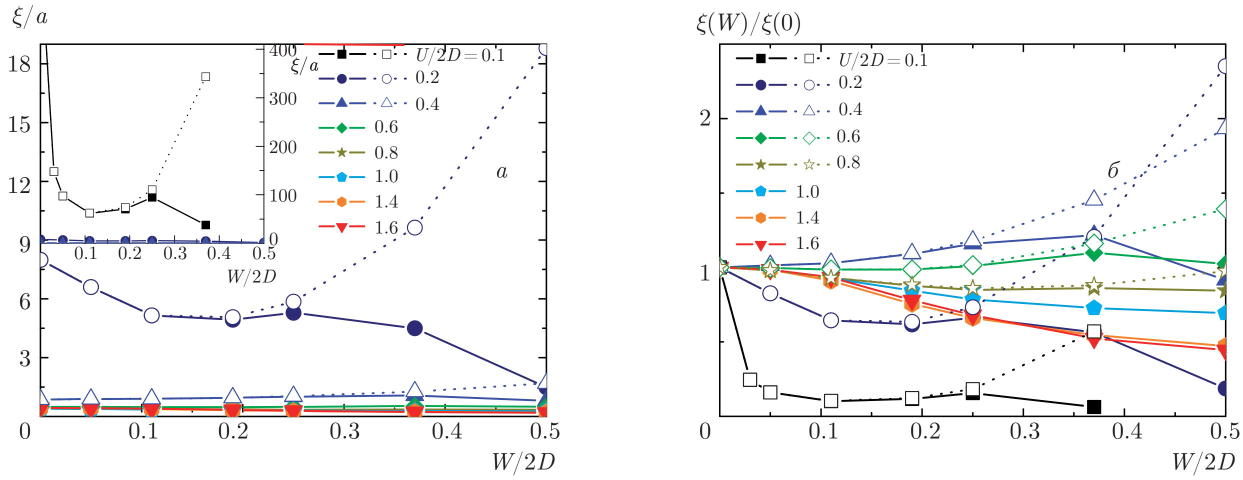

Рис. 9. (В цвете онлайн) Зависимости длины когерентности от беспорядка при различной величине хаббардовского притяжения: *а* — длина когерентности нормирована на параметр решетки a; на вставке — зависимость длины когерентности от беспорядка в пределе слабой связи; *б* — длина когерентности нормирована на ее величину в отсутствие беспорядка

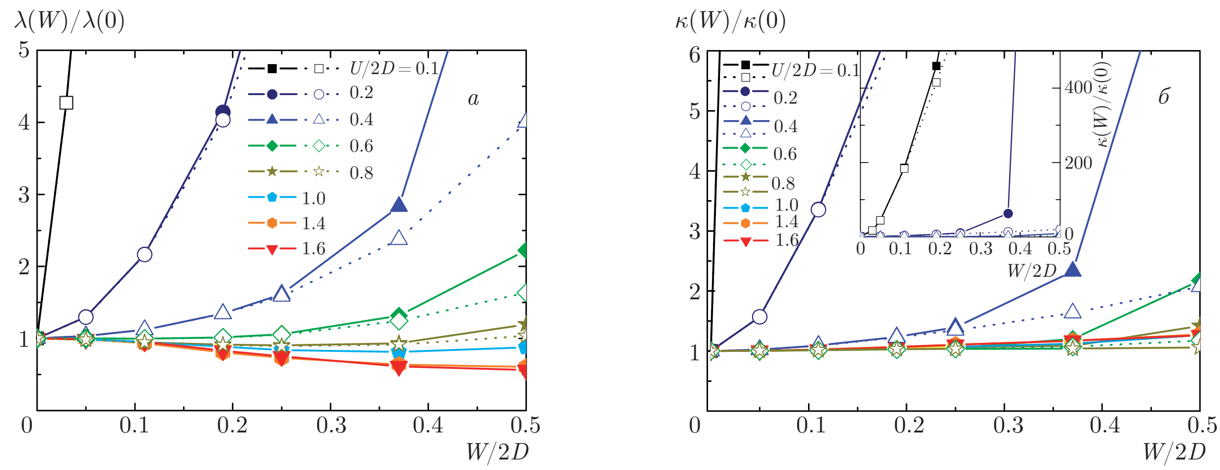

Рис. 10. (В цвете онлайн) Зависимости глубины проникновения (*а*) и параметра Гинзбурга – Ландау (*б*) от степени беспорядка при различных значениях величины хаббардовского притяжения. На вставке продемонстрирован рост параметра Гинзбурга – Ландау с беспорядком в пределе слабой связи

Зависимости глубины проникновения от степени беспорядка для различных значений хаббардовского притяжения приведены на рис. 10*а*. В пределе слабой связи беспорядок, в соответствии с теорией грязных сверхпроводников, приводит к росту глубины проникновения ($\lambda \propto l^{-1/2}$). С усилением силы связи рост глубины проникновения с увеличением беспорядка замедляется, а в пределе очень сильной связи ($U/2D = 1.4, 1.6$) глубина проникновения даже несколько уменьшается с ростом беспорядка. Учет локализационных поправок приводит к некоторому количественному росту глубины проникновения по сравнению с лестничным приближением в области достаточно слабой связи. При этом качественно зависимость глубины проникновения от беспорядка не изменяется. В БЭК-пределе сильной связи учет локализационных поправок оказывается несущественным. На рис. 10*б* приведены зависимости от беспорядка безразмерного параметра Гинзбурга – Ландау $\kappa = \lambda/\xi$. Видим, что в пределе слабой связи параметр Гинзбурга — Ландау быстро растет с беспорядком (см. вставку к рис. 10*б*) в соответствии с теорией грязных сверхпроводников, где $\kappa \propto l^{-1}$. С увеличением силы связи рост параметра Гинзбурга — Ландау с беспорядком замедляется и в пределе сильной связи $U/2D > 1$ параметр κ практически не зави-

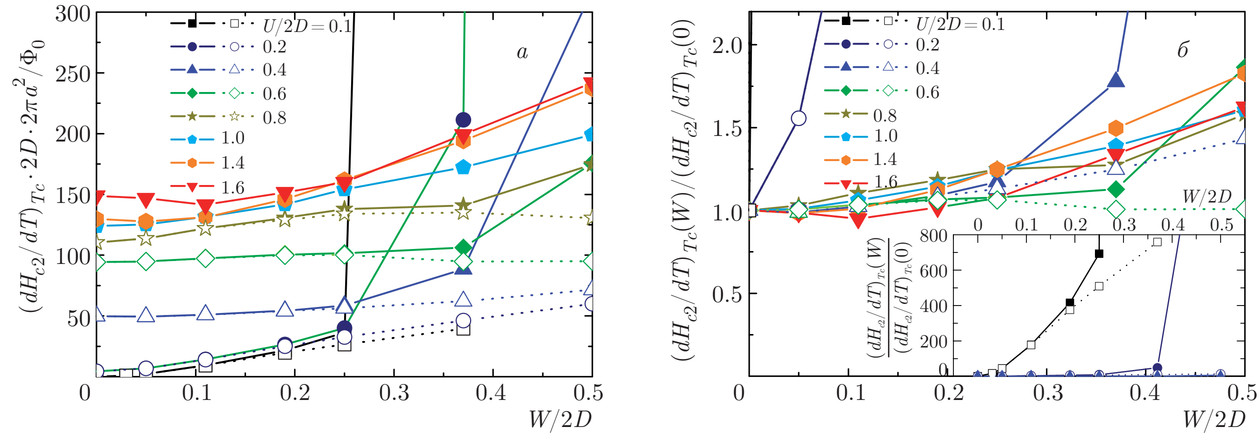

Рис. 11. (В цвете онлайн) Зависимости наклона верхнего критического поля (a) и этого наклона, нормированного на свою величину в отсутствие беспорядка ($б$), от степени беспорядка при различных значениях силы хаббардовского притяжения. На вставке продемонстрирован рост наклона с беспорядком в пределе слабой связи

сит от беспорядка. Учет локализационных поправок заметно количественно увеличивает параметр Гинзбурга–Ландау в фазе андерсоновского диэлектрика ($W/2D \geq 0.37$) в области слабой связи. В пределе сильной связи учет локализации снова оказывается несущественным.

На рис. 11 приведены зависимости наклона верхнего критического поля от беспорядка. В пределе слабой связи опять видим поведение, характерное для грязных сверхпроводников, — наклон верхнего критического поля увеличивается с ростом беспорядка (см. рис. 11a и вставку к рис. 11$б$). Учет локализационных поправок в пределе слабой связи резко увеличивает наклон верхнего критического поля по сравнению с лестничным приближением в андерсоновском диэлектрике ($W/2D \geq 0.37$). В результате в андерсоновском диэлектрике наклон верхнего критического поля растет с увеличением примесного рассеяния гораздо быстрее, чем в лестничном приближении. В области промежуточной связи ($U/2D = 0.4$–0.8) наклон верхнего критического поля практически не зависит от примесного рассеяния в области слабого беспорядка. В лестничном приближении такое поведение сохраняется и в области сильного беспорядка. Однако учет локализационных поправок приводит к заметному увеличению наклона с ростом беспорядка в фазе андерсоновского диэлектрика. В пределе очень сильной связи при слабом беспорядке наклон верхнего критического поля может даже несколько уменьшаться с ростом беспорядка, но в пределе сильного беспорядка наклон увеличивается с ростом примесного рассеяния. В БЭК-пределе учет локализационных поправок оказывается несущественным и мало изменяет наклон верхнего критического поля по сравнению с лестничным приближением.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе в рамках приближения Нозьера–Шмитт-Ринка и DMFT+Σ-обобщения теории динамического среднего поля мы исследовали влияние разупорядочения, в том числе и сильного (включая область андерсоновской локализации), на коэффициенты Гинзбурга–Ландау и поведение связанных с ними физических величин вблизи T_c в неупорядоченной модели Андерсона–Хаббарда с притяжением. Расчеты были проведены для широкой области значений потенциала притяжения U, от области слабой связи $U/2D_{eff} \ll 1$, где неустойчивость нормальной фазы и сверхпроводимость хорошо описываются моделью БКШ, вплоть до предела сильной связи $U/2D_{eff} \gg 1$, где переход в сверхпроводящее состояние связан с бозе-конденсацией компактных куперовских пар, образующихся при температуре, существенно большей температуры перехода в сверхпроводящее состояние.

Увеличение силы связи U приводит к быстрому уменьшению всех коэффициентов Гинзбурга–Ландау. Длина когерентности ξ быстро убывает с ростом силы связи и при $U/2D \approx 0.4$ становится порядка параметра решетки, мало изменяясь с дальнейшим увеличением силы связи. Глубина проникновения в чистых сверхпроводниках растет с увеличением U, а в грязных — уменьшается в области слабой связи и растет в БЭК-пределе, проходя через минимум в области промежуточной связи $U/2D \approx 0.4$–0.8. В области достаточно слабого беспорядка ($W/2D < 0.37$), когда эффекты андерсоновской локализации не очень существенны, наклон верхнего критического поля растет с ростом U. Однако в пределе слабой связи в андерсоновском диэлектрике локализационные эффекты резко увеличивают наклон верхнего критического поля, в то время как в БЭК-пределе сильной связи эффекты локализации оказываются несущественными. В результате наклон верхнего критического поля уменьшается с ростом U в БКШ-пределе и несколько увеличивается с ростом U в БЭК-пределе, проходя через минимум при $U/2D \approx 0.4$–0.8. Скачок теплоемкости растет с ростом хаббардовского притяжения U в области слабой связи и уменьшается в области сильной связи, проходя через максимум при $U/2D_{eff} \approx 0.55$ [24].

Влияние беспорядка, в том числе и сильного (в области андерсоновской локализации), на критическую температуру T_c, коэффициенты Гинзбурга – Ландау A и B и связанный с ними скачок теплоемкости универсально — их изменение вызывается лишь уширением затравочной зоны беспорядком, т. е. заменой $D \to D_{eff}$. Таким образом, и в области сильной связи критическая температура и коэффициенты A и B Гинзбурга – Ландау удовлетворяют обобщенной теореме Андерсона — все влияние беспорядка на них связано лишь с изменением плотности состояний. Влияние беспорядка на коэффициент C не носит универсального характера и не связано лишь с уширением затравочной зоны беспорядком.

Коэффициент C чувствителен к эффектам андерсоновской локализации. Мы исследовали этот коэффициент в широкой области беспорядка, в том числе и в области андерсоновского диэлектрика. Для сравнения и явного выделения эффектов андерсоновской локализации мы также исследовали коэффициент C в лестничном приближении по беспорядку. В пределе слабой связи, $U/2D_{eff} \ll 1$, и слабого беспорядка, $W/2D < 0.37$, поведение коэффициента C и связанных с ним физических величин вполне описывается теорией грязных сверхпроводников — коэффициент C и длина когерентности быстро убывают с ростом беспорядка, а глубина проникновения и наклон верхнего критического поля растут. В области сильного беспорядка в андерсоновском диэлектрике в БКШ-пределе поведение коэффициента C сильно изменяется локализационными эффектами. В лестничном приближении эффект уширения зоны беспорядком привел бы к росту коэффициента C с увеличением W [25], однако локализационные эффекты восстанавливают уменьшение коэффициента C с ростом беспорядка и в андерсоновском диэлектрике. Соответственно, сильно изменяются за счет локализационных эффектов и физические величины, связанные с коэффициентом C, так что для этих величин качественно восстанавливается поведение, характерное для грязных сверхпроводников, — длина когерентности убывает с ростом беспорядка, а глубина проникновения и наклон верхнего критического поля растут. В области кроссовера БКШ–БЭК и в БЭК-пределе коэффициент C и все связанные с ним физические величины достаточно слабо зависят от беспорядка. В частности, в БЭК-пределе и длина когерентности, и глубина проникновения лишь незначительно уменьшаются с ростом беспорядка так, что их отношение — параметр Гинзбурга – Ландау — от беспорядка практически не зависит. В БЭК-пределе эффекты андерсоновской локализации слабо влияют на коэффициент C и физические величины.

Заметим, что все результаты, полученные в данной работе, неявно используют предположение о самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка, входящего в разложение Гинзбурга – Ландау, что связано с использованием стандартной примесной диаграммной техники [26, 27]. Хорошо известно [9], что данное предположение становится, вообще говоря, неприменимым вблизи андерсоновского перехода металл–диэлектрик, что связано с развивающимися здесь сильными флуктуациями локальной плотности состояний, приводящей к сильным пространственным флуктуациям параметра порядка [34] и неоднородной картине сверхпроводящего перехода [35]. Эта проблема, в контексте задачи о сверхпроводимости в области кроссовера БКШ–БЭК и в области сильной связи, представляет большой интерес и заслуживает дальнейшего изучения.

Работа выполнена в рамках темы государственного задания (ФАНО) № 0389-2014-0001 и при частичной поддержке РФФИ (грант № 17-02-00015).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ **36**, 319 (1958).

2. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ **35**, 1158 (1958).

3. Л. П. Горьков, ЖЭТФ **36**, 1918 (1959).

4. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ **39**, 1781 (1960).

5. P. W. Anderson, J. Phys. Chem. Sol. **11**, 26 (1959).

6. P. G. De Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, W. A. Benjamin, New York (1966).

7. Л. Н. Булаевский, М. В. Садовский, Письма в ЖЭТФ **39**, 524 (1984).

8. L. N. Bulaevskii and M. V. Sadovskii, J. Low. Temp. Phys. **59**, 89 (1985).

9. M. V. Sadovskii, Phys. Rep. **282**, 226 (1997); M. V. Sadovskii, *Superconductivity and Localization*, World Sci., Singapore (2000).

10. P. Nozieres and S. Schmitt-Rink, J. Low Temp. Phys. **59**, 195 (1985).

11. Th. Pruschke, M. Jarrell, and J. K. Freericks, Adv. Phys. **44**, 187 (1995).

12. A. Georges, G. Kotliar, W. Krauth, and M. J. Rozenberg, Rev. Mod. Phys. **68**, 13 (1996).

13. D. Vollhardt, AIP Conf. Proc. **1297**, 339 (2010).

14. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, Письма в ЖЭТФ **82**, 217 (2005).

15. M. V. Sadovskii, I. A. Nekrasov, E. Z. Kuchinskii, Th. Prushke, and V. I. Anisimov, Phys. Rev. B **72**, 155105 (2005).

16. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, ФНТ **32**, 528 (2006).

17. Э. З. Кучинский, И. А. Некрасов, М. В. Садовский, УФН **182**, 345 (2012).

18. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **133**, 670 (2008).

19. E. Z. Kuchinskii and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **149**, 589 (2016).

20. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, Phys. Rev. B **75**, 115102 (2007).

21. N. A. Kuleeva, E. Z. Kuchinskii, and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **146**, 304 (2014).

22. E. Z. Kuchinskii, N. A. Kuleeva, and M. V. Sadovskii, Письма в ЖЭТФ **100**, 213 (2014).

23. E. Z. Kuchinskii, N. A. Kuleeva, and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **147**, 1220 (2015).

24. E. Z. Kuchinskii, N. A. Kuleeva, and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **149**, 430 (2016).

25. E. Z. Kuchinskii, N. A. Kuleeva, and M. V. Sadovskii, ФНТ **43**, 22 (2017).

26. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1963).

27. М. В. Садовский, *Диаграмматика*, Изд-во Института компьютерных исследований, Ижевск (2004).

28. R. Bulla, T. A. Costi, and T. Pruschke, Rev. Mod. Phys. **60**, 395 (2008).

29. D. Vollhardt and P. Wölfle, Phys. Rev. B **22**, 4666 (1980); Phys. Rev. Lett. **48**, 699 (1982).

30. P. Wölfle and D. Vollhardt, in *Anderson Localization*, ed. by Y. Nagaoka and H. Fukuyama, Springer Series in Solid State Sciences, Vol. 39, p. 26, Springer-Verlag, Berlin (1982).

31. А. В. Мясников, М. В. Садовский, ФТТ **24**, 3569 (1982); E. A. Kotov and M. V. Sadovskii, Z. Phys. B **51**, 17 (1983).

32. M. V. Sadovskii, in *Sov. Sci. Reviews — Phys. Reviews*, ed. by I. M. Khalatnikov, Vol. 7, p. 1, Harwood Academic Publ., New York (1986).

33. D. Vollhardt and P. Wölfle, in *Electronic Phase Transitions*, ed. by W. Hanke and Yu. V. Kopaev, Vol. 32, North-Holland, Amsterdam (1992), p. 1.

34. Л. Н. Булаевский, М. В. Садовский, Письма в ЖЭТФ **43**, 76 (1986).

35. Л. Н. Булаевский, С. В. Панюков, М. В. Садовский, ЖЭТФ **92**, 672 (1987).