Сверхпроводимость: физика, химия, техника
1991, т. 4, № 12

ВЕРХНЕЕ КРИТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ СВЕРХПРОВОДНИКА ВБЛИЗИ АНДЕРСОНОВСКОГО ПЕРЕХОДА МЕТАЛЛ—ДИЭЛЕКТРИК

Э.З.Кучинский, М.В.Садовский
Институт электрофизики УрО АН СССР, 620219, Екатеринбург

*Статья поступила в редакцию 5 июля 1991 г.,
принята к печати 16 июля 1991 г.*

Ключевые слова: локализация, самосогласованная теория, магнитное поле, коэффициент диффузии, неинвариантность относительно обращения времени.

Рассчитана температурная зависимость орбитального верхнего критического поля H_{c2} сверхпроводника, находящегося вблизи перехода Андерсона, с учетом обратного влияния магнитного поля на коэффициент диффузии (нарушения инвариантности относительно обращения времени). Получены существенные отклонения от предсказаний стандартной теории " грязных" сверхпроводников. Уточнены и обобщены закономерности поведения $H_{c2}(T)$ вблизи порога локализации. Обратное влияние поля на диффузию оказывается наиболее существенным при рассмотрении H_{c2} сверхпроводника, находящегося в области локализации.

ВВЕДЕНИЕ

Теория "грязных" сверхпроводников [1 —4] является основой количественного описания сверхпроводящих свойств неупорядоченных металлов. С развитием теории сильно неупорядоченных систем стало ясно, что основные результаты теории должны быть изменены для области длин свободного пробега l порядка обратного импульса Ферми p_F^{-1} (далее мы полагаем $\hbar = 1$), то есть порядка межатомного расстояния. Впервые такое обобщение было проведено в работах [5, 6] на основе использования самосогласованной теории локализации в форме, предложенной Фоллхардом и Вольфле [7, 8]. При этом было показано, что сверхпроводимость может, в принципе, сохраняться даже в фазе андерсоновского диэлектрика (хоть и с сильно подавленной температурой перехода T_c) пока система достаточно близка к переходу Андерсона, так что радиус локализации электронов R_{loc} достаточно велик и выполняется условие:

$$\frac{1}{N(E)R_{\text{loc}}^3} << T_c\,, \Delta\,, \tag{1}$$

где $N(E)$ — плотность состояний на уровне Ферми E, Δ — сверхпроводящая щель.

Наиболее яркие отклонения от предсказаний стандартной теории "грязных" сверхпроводников проявляются в поведении верхнего критического поля H_{c2}. В частности, существенно изменяется [5, 6] известное соотношение Горькова [2] для $(dH_{c2}/dT)_{T_c}$, а также качественная форма температурной зависимости $H_{c2}(T)$, которая для системы, находящейся на пороге подвижности, приобретает положительную кривизну. Вместе с тем, в работах [5, 6] не был проведен подробный анализ поведения $H_{c2}(T)$ для различных степеней беспорядка, а также, что более существенно, не было учтено обратное влияние магнитного поля на коэффициент диффузии, которое становится весьма существенным для системы, находящейся вблизи перехода Андерсона, и проявляется в известном эффекте отрицательного магнетосопротивления [9, 10]. Данное обстоятельство было связано с использованием в [5, 6] результатов самосогласованной теории локализации [7, 8], построенной для случая отсутствия внешнего магнитного поля и существенно использующей инвариантность относительно обращения времени. Хорошо известно, что при нарушении такой инвариантности самосогласованная теория должна быть существенным образом перестроена [10] и анализ задачи о $H_{c2}(T)$ в сильно неупорядоченном сверхпроводнике должен проводиться на основе соответствующих обобщенных уравнений. Данная работа посвящена, в основном, решению этой задачи.

I. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Температура сверхпроводящего перехода T_c определяется [4] линеаризованным уравнением для щели:

$$\Delta(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' K(\mathbf{r},\mathbf{r}')\Delta(\mathbf{r}') . \tag{2}$$

Ядро $K(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ в представлении точных собственных функций электрона в неупорядоченной системе $\varphi_\mu(\mathbf{r})$, отвечающих собственным значениям ε_μ, имеет вид:

$$K(\mathbf{r},\mathbf{r}') = gT \sum_{\varepsilon_n} \sum_{\mu\nu} \frac{\varphi^*_\nu(\mathbf{r}')\varphi^*_\mu(\mathbf{r}')\varphi_\nu(\mathbf{r})\varphi_\mu(\mathbf{r})}{(\varepsilon_\nu - i\varepsilon_n)(\varepsilon_\mu + i\varepsilon_n)} , \tag{3}$$

где $\varepsilon_n = 2\pi T(n + 1/2)$ — мацубаровская частота, g — константа спаривательного БКШ взаимодействия.

В дальнейшем мы вынуждены будем работать в предположении о самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка, означающего, что при усреднении (2) по конфигурациям случайного поля в неупорядоченной системе можно провести расцепление по обычной схеме [4]:

$$\langle K(\mathbf{r},\mathbf{r}')\Delta(\mathbf{r}')\rangle \approx \langle K(\mathbf{r},\mathbf{r}')\rangle\langle\Delta(\mathbf{r}')\rangle . \tag{4}$$

Как было показано в работах [11—13], это предположение становится несправедливым как раз в интересующей нас окрестности перехода Андерсона, однако (4) сохраняет смысл приближения "среднего поля" по "статистическим" флуктуациям и является необходимым первым шагом к последующему анализу, учитывающему эти флуктуации.

Введем следующие двухчастичные мацубаровские функции Грина электрона в импульсном представлении [6]:

$$\Psi_E(\mathbf{q}\omega_m\varepsilon_n) = -\frac{1}{2\pi i} \sum_{\mathbf{pp}'} \langle G(\mathbf{p}_+\mathbf{p}'_+ - \varepsilon_n + \omega_m) G(-\mathbf{p}'_- - \mathbf{p}_- - \varepsilon_n)\rangle ;$$

$$\Phi_E(\mathbf{q}\omega_m\varepsilon_n) = -\frac{1}{2\pi i} \sum_{\mathbf{pp}'} \langle G(\mathbf{p}_+\mathbf{p}'_+ - \varepsilon_n + \omega_m) G(\mathbf{p}'_-\mathbf{p}_- - \varepsilon_n)\rangle , \tag{5}$$

где $\mathbf{p}_\pm = \mathbf{p} \pm \mathbf{q}/2$; $\omega_m = 2\pi mT$.

Графически эти функции показаны на рис. 1. Сверхпроводящие свойства определяются функцией Грина Ψ_E, описывающей распространение электронной пары, тогда как Φ_E определяет кинетические свойства нормального металла и переход Андерсона.

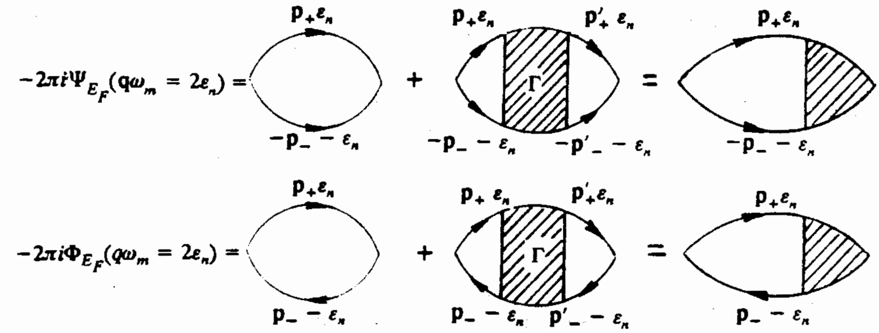

Рис. 1. Графическое представление двухчастичной функции Грина $\Psi_{E_F}(q,\omega_m)$ и $\Phi_{E_F}(q,\omega_m)$ (при $\omega_m = 2\varepsilon_n$). Суммирование по ε_n в электронных петлях отсутствует

В случае инвариантности системы относительно операции обращения времени, то есть в отсутствие внешнего магнитного поля и магнитных примесей, имеем:

$$\Psi_E(q\omega_m\varepsilon_n) = \Phi_E(q\omega_m\varepsilon_n)\ . \tag{6}$$

При наличии внешнего поля H необходимо рассматривать связанную систему уравнений для обеих функций [10]. Для малых q и ω_n имеем обычное диффузионное представление:

$$\begin{Bmatrix}\Phi_E(q\omega_m\varepsilon_n)\\ \Psi_E(q\omega_m\varepsilon_n)\end{Bmatrix} = -\frac{N(E)}{i|\omega_m| + i\begin{Bmatrix}D_1(\omega_m)\\ D_2(\omega_m)\end{Bmatrix}q^2}\ , \tag{7}$$

где "коэффициенты диффузии" D_1 и D_2, вообще говоря, не равны друг другу. В отсутствие внешнего магнитного поля $D_1 = D_2 = D$ — обычный обобщенный коэффициент диффузии.

Фурье-образ интересующего нас усредненного ядра (3) равен

$$K(q) = -gT\sum_{\varepsilon_n} 2\pi i\Psi_E(q\omega_m = 2\varepsilon_n) \tag{8}$$

и определяется "коэффициентом диффузии" $D_2(\omega_m)$.

Повторяя стандартную схему рассмотрения сверхпроводящего перехода во внешнем магнитном поле [4], получаем уравнение, определяющее температурную зависимость $H_{c2}(T)$ в виде:

$$\ln(T/T_c) = 2\pi T\sum_{\varepsilon_n}\left\{\frac{1}{2|\varepsilon_n| + 2\pi D_2(2|\varepsilon_n|)\dfrac{H}{\Phi_0}} - \frac{1}{2|\varepsilon_n|}\right\}, \tag{9}$$

где $\Phi_0 = \dfrac{\pi c}{e}$ — квант магнитного потока, $T_c \cong \langle\omega\rangle e^{-\frac{1}{gN(E)}}$ — температура перехода теории БКШ в отсутствие магнитного поля ($\langle\omega\rangle$ — средняя частота квантов, обеспечивающих спаривательное взаимодействие, например фононов).

Отметим обычные условия применимости уравнения (9) [4]:

$$1.\ R_H = \frac{mcv_F}{eH} >> \xi\ , \tag{10}$$

где v_F — фермиевская скорость, R_H — ларморовский радиус электрона в поле H, ξ — длина когерентности, которая для случая "грязных" сверхпроводников имеет вид $\sim(\xi_0 l)^{1/2}$, где $\xi_0 = 0{,}18\,\dfrac{\hbar v_F}{T_c}$ и l — длина свободного пробега, а в случае близости к переходу Андерсона (l порядка межатомного расстояния) $\xi \sim (\xi_0 l^2)^{1/3}$ [5, 6].

2. Уравнение (9) учитывает только орбитальный вклад в H_{c2}. Фактически H_{c2} ограничено также парамагнитным пределом [4]:

$$\frac{1}{2}\,g_0\,\mu_B H < \Delta\,, \tag{11}$$

где $g_0\,\mu_B H$ — спиновое расщепление; g_0 — обычный g-фактор электрона; $\mu_B = \dfrac{eh}{2mc}$ — магнетон Бора.

Стандартный анализ теории "грязных" сверхпроводников [2, 4] основан на замене $D_2(2\varepsilon_n)$ в (9) на друдевский коэффициент диффузии D_0, что вполне оправдано для металла с $l >> p_F^{-1}$ в пренебрежении квантовыми поправками к коэффициенту диффузии [9]. Для системы, находящейся вблизи перехода Андерсона, нужно учитывать как частотную зависимость коэффициента диффузии, так, вообще говоря, и неравенство $D_1 \neq D_2$. Последующее изложение посвящено подробному анализу уравнения (9).

II. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Самосогласованная теория локализации в слабом магнитном поле

Самосогласованная теория локализации электронов в неупорядоченных системах, предложенная Фоллхардом и Вольфле [7, 8], существенно опиралась на наличие инвариантности относительно обращения времени. При наличии внешнего магнитного поля в системе такая инвариантность нарушается. В работе [10] была предложена схема самосогласованной теории с двумя релаксационными ядрами (коэффициентами диффузии) в диффузионном и куперовском каналах соответственно. В работах [14, 15] в этой схеме были получены результаты для поведения коэффициента диффузии в диффузионном канале. Нас же больше будет интересовать коэффициент диффузии в куперовском канале, который входит в уравнение для верхнего критического поля (9).

Самосогласованная система уравнений для релаксационных ядер M_1 и M_2 [10] соответственно в диффузионном и куперовском каналах имеет вид:

$$\begin{cases} M_2 = \dfrac{i}{\tau} - 2U_0 \displaystyle\sum_{|\mathbf{q}|<q_0} \left(\omega - \dfrac{D_0 q^2}{\tau M_1}\right)^{-1}; \\[2ex] M_1 = \dfrac{i}{\tau} - 2U_0 \displaystyle\sum_{n=0}^{N_0} \dfrac{1}{\pi L_H}\, 2 \int\limits_0^{\sqrt{q_0^2 - 4m\omega_H(n+1/2)}} \dfrac{dq_z}{2\pi} \left(\omega - \dfrac{D_0}{\tau M_2}\left[q_z^2 + 4m\omega_H(n+1/2)\right]\right)^{-1}. \end{cases} \tag{12}$$

Здесь $U_0 = \rho u^2$, где ρ — концентрация примесей, u — их потенциал; $\tau^{-1} = 2\pi U_0 N(E)$ — борновская частота рассеяния на примесях; $L_H = (c/eH)^{1/2}$ — магнитная длина; $\omega_H = eH/mc$ — циклотронная частота; $N_0 = q_0^2/4m\omega_H$.

Для сходимости суммирования по импульсу введен импульс обрезания $q_0 = x_0 p_F$, где x_0 — параметр обрезания, p_F — импульс Ферми. В металлической фазе в качестве импульса обрезания выбираем l^{-1}, где l — длина свободного пробега; в диэлектрической фазе, где $l^{-1} > p_F$, выбираем $q_0 \sim p_F$.

Введем безразмерный параметр $\lambda = 1/2\pi E\tau$, характеризующий степень беспорядка, и обобщенные коэффициенты диффузии в диффузионном и куперовском каналах $D_j = iD_0/\tau M_j$ ($j = 1, 2$), которые тоже представим в безразмерном виде $d_j = D_j/D_0$.

Используя формулу Пуассона для суммы по уровням Ландау во втором уравнении в (12), можно выделить обычный вклад в коэффициент диффузии, не зависящий от магнитного поля, и вклад определяемый полем.

Система уравнений (12) в этом случае перепишется в виде:

$$\begin{cases} d_2 = \left(1 + \dfrac{3\lambda x_0 - \delta_1}{d_1}\right)^{-1}; \\ d_1 = \left(1 + \dfrac{3\lambda x_0 - \delta_2 - \Delta_2}{d_2}\right)^{-1}, \end{cases} \tag{13}$$

где

$$\delta_j = \left(\frac{3}{2}\pi\lambda\right)^{1/2} (-i\omega/E)^{1/2} d_j^{-1/2}; \tag{14}$$

$$\Delta_2 = -3\lambda x_0 \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p \int_0^1 dx\, 2 \int_0^{\sqrt{1-x}} \frac{dy \cos(2\pi p x x_0^2/c^2)}{y^2 + x + \frac{3}{2}\pi\lambda(-i\omega/E)\frac{1}{d_2 x_0^2}}. \tag{15}$$

Здесь $c = (2\omega_H/E)^{1/2}$.

Ограничившись в (13) лишь членами, линейными по поправкам δ_1, δ_2 и Δ_2, получаем:

$$d_1/d_2 = 1 + \frac{\Delta_2}{1 + 3\lambda x_0}. \tag{16}$$

Подставляя (16) в (13), получаем уравнение для коэффициента диффузии в куперовском канале:

$$d_2 = 1 - 3\lambda x_0 + \delta_2 + \frac{3\lambda x_0}{1 + 3\lambda x_0}\Delta_2. \tag{17}$$

Введем Δ_1, которая отличается от Δ_2 заменой d_2 на d_1. Учтя, что различие между δ_1 и δ_2, а также Δ_1 и Δ_2 является поправкой более высокого порядка малости, чем сами эти величины, мы можем записать уравнение для коэффициента диффузии в диффузионном канале:

$$d_1 = 1 - 3\lambda x_0 + \delta_1 + \frac{1}{1 + 3\lambda x_0}\Delta_1. \tag{18}$$

Легко видеть, что в отсутствие магнитного поля ($\Delta_2 = \Delta_1 = 0$) уравнения (17) и (18) одинаковы и совпадают с уравнением, получаемым в рамках самосогласованной теории Фоллхарда и Вольфле [8].

Уравнение (17) может быть переписано в несколько ином виде:

$$2mD_2 = \pm(\omega_c/E)^{1/3} + (-i\omega/E)^{1/2}(2mD_2)^{-1/2} + \frac{3\lambda x_0}{1+3\lambda x_0}\Delta_2\,, \tag{19}$$

где "+" — соответствует металлической фазе, "−" — диэлектрической, а характерная частота

$$\omega_c = (|1 - 3\lambda x_0|/\frac{3}{2}\pi\lambda)^3 E \tag{20}$$

играет роль параметра беспорядка и разделяет области с различным частотным поведением коэффициента диффузии.

Поправка от магнитного поля Δ_2 определяется выражением (15). Отбросив в нем вклады осциллирующие по полю (эти осцилляции связаны с наличием фиксированной границы обрезания по импульсу и при размытии этой границы зануляются), получаем:

$$\Delta_2 = -(2\omega_H/E)^{1/2}\sum_{p=1}^{\infty}\frac{(-1)^p}{p^{1/2}}f(2\pi p\varkappa)\,,$$

где

$$f(y) = \sqrt{2/\pi}\int_0^{\infty}\frac{\cos(t)dt}{\sqrt{t+y}}\;; \qquad \varkappa = \frac{-i\omega/E}{2\omega_H/E}\frac{1}{2mD_2}\,.$$

Или

$$\Delta_2 = \begin{cases} W(2\omega_H/E)^{1/2}\,, & |\varkappa| << 1 \text{ или } \omega_H >> \omega/2mD_2\,, \\ \frac{1}{48}\left((-i\omega/E)\frac{1}{2mD_2}\right)^{-3/2}(2\omega_H/E)^2\,, & |\varkappa| >> 1 \text{ или } \omega_H << \omega/2mD_2\,, \end{cases} \tag{21}$$

где $W = -\sum_{p=1}^{\infty}\frac{(-1)^p}{p^{1/2}} \approx 0{,}603.$

Запишем решение уравнения (19) в некоторых частных случаях.

I. Вдали от точки андерсоновского перехода ($\omega_c/E >> (\omega_H/E)^{1/2}$).

$$1.\ D_2 = \frac{1}{2m}\left\{(\omega_c/E)^{1/3} + \left[\frac{3\lambda x_0}{1+3\lambda x_0}\right]w(2\omega_H/E)^{1/2}\right\} \quad \begin{matrix}\text{металл } (3\lambda x_0 < 1) \\ \omega << \omega^* << \omega_c\end{matrix}\;;$$

$$2.\ D_2 = \frac{1}{2m}\left\{(\omega_c/E)^{1/3} + \left[\frac{3\lambda x_0}{1+3\lambda x_0}\right]\frac{1}{48}\frac{(\omega_c/E)^{1/2}}{(-i\omega/E)^{3/2}}(2\omega_H/E)^2\right\} \quad \begin{matrix}\text{металл} \\ \omega^* << \omega << \omega_c\end{matrix}\;;$$

$$3.\ D_2 = \frac{1}{2m}\left\{(-i\omega/E)^{1/3} + \frac{2}{3}\left[\frac{3\lambda x_0}{1+3\lambda x_0}\right]\frac{1}{48}\frac{(2\omega_H/E)^2}{(-i\omega/E)}\right\} \quad \omega >> \omega_c\,; \tag{22}$$

$$4.\ D_2 = \frac{1}{2m}\left\{\frac{(-i\omega/E)}{(\omega_c/E)^{2/3}} + 2\left[\frac{3\lambda x_0}{1+3\lambda x_0}\right]\frac{1}{48}\frac{(2\omega_H/E)^2}{(\omega_c/E)}\right\} \quad \begin{matrix}\text{диэлектрик } (3\lambda x_0 > 1) \\ \omega << \omega_c\end{matrix}\,,$$

где $\omega^* = \frac{2}{(48W)^{2/3}} (\omega_c/E)^{1/3}\omega_H$.

II. Вблизи перехода, наблюдаемого в отсутствие магнитного поля $(\omega_c/E << (\omega_H/E)^{3/2})$.

$$1.\ D_2 = \frac{1}{2m}\left\{\pm(\omega_c/E)^{1/3} + \left[\frac{3\lambda x_0}{1+3\lambda x_0}\right] W(2\omega_H/E)^{1/2}\right\} \approx \frac{1}{4m} W(2\omega_H/E)^{1/2} \quad \omega << \omega_c' ;$$

$$2.\ D_2 = \frac{1}{2m}\left\{(-i\omega/E)^{1/3} + \frac{2}{3}\left[\frac{3\lambda x_0}{1+3\lambda x_0}\right]\frac{1}{48}\frac{(2\omega_H/E)^2}{(-i\omega/E)}\right\} \quad \omega >> \omega_c' ; \tag{23}$$

где $\omega_c' = \left(\frac{W}{2}\right)^3 (2\omega_H/E)^{3/2}E$.

III. Вблизи перехода, наблюдаемого при данном магнитном поле (в отсутствие поля — диэлектрическая фаза, но за счет влияния поля оказываемся вблизи перехода)

$$\left((\omega_c'/E)^{1/3} = |-(\omega_c/E)^{1/3} + \frac{W}{2}(2\omega_H/E)^{1/2}| << \frac{W}{2}(2\omega_H/E)^{1/2}\right).$$

$$1.\ D_2 = \frac{1}{2m}\left\{-(\omega_c/E)^{1/3} + \frac{W}{2}(2\omega_H/E)^{1/2}\right\} = \frac{1}{2m}(\omega_c'/E)^{1/3},$$

металл

$$(\omega_c/E)^{1/3} < \frac{W}{2}\left(\frac{2\omega_H}{E^{1/2}}\right);$$

$$\omega << \omega_c'$$

$$2.\ D_2 = \frac{1}{2m}\left\{(-i\omega/E)^{1/3} + \frac{2}{3}(\omega_c'/E)^{1/3}\right\},\ \omega_c' << \omega << \omega^* ; \tag{24}$$

$$3.\ D_2 = \frac{1}{2m}\left\{(-i\omega/E)^{1/3} + \frac{2}{3}\left[-(\omega_c/E)^{1/3} + \frac{1}{96}\frac{(2\omega_H/E)^2}{(-i\omega/E)}\right]\right\},\ \omega >> \omega^* ;$$

диэлектрик

$$4.\ D_2 = \frac{1}{2m}\frac{(-i\omega/E)}{(\omega_c'/E)^{2/3}},\quad (\omega_c/E)^{1/3} > \frac{W}{2}\left(\frac{2\omega_H}{E}\right)^{1/2},$$

$$\omega << \omega_c'$$

где $\omega^* = \frac{1}{48W}(2\omega_H/E)^{3/2}E$.

Следует заметить, что если при малых частотах поправка от магнитного поля к коэффициенту диффузии является корневой, то начиная с частоты порядка ω^* она становится квадратичной по полю. Однако в отличие от классического случая квадратичная поправка увеличивает проводимость и существенно больше классической.

Сравнивая уравнения (7) и (8) легко понять, что результаты для обычного коэффициента диффузии в диффузионном канале D_1 будут такими же, как и для D_2, только коэффициент $\frac{3\lambda x_0}{1+3\lambda x_0}$, стоящий в квадратных скобках в поправке по полю для D_2, сменится на $\frac{1}{1+3\lambda x_0}$ для D_1.

2. Верхнее критическое поле вблизи перехода Андерсона (в отсутствие влияния магнитного поля на коэффициент диффузии)

В случае пренебрежения обратным влиянием магнитного поля на коэффициент диффузии $D_1 = D_2 = D$ и в уравнении (19) пренебрегаем поправкой от магнитного поля Δ_2. В этом случае уравнение (19) совпадает с обычным уравнением на коэффициент диффузии, получаемом на основе самосогласованной теории локализации в форме, предложенной Фоллхардом и Вольфле [7, 8].

А. Металлическая область

Коэффициент диффузии имеет вид:

$$D(\omega) = \frac{1}{2m}\begin{cases}(\omega_c/E)^{1/3} & \omega << \omega_c\,;\\ (-i\omega/E)^{1/3} & \omega >> \omega_c\,.\end{cases} \tag{25}$$

В металлической области характерную частоту удобно выразить через коэффициент диффузии при нулевой частоте.

$$\omega_c = [2mD(0)]^3 E\,. \tag{26}$$

1) Суммирование по мацубаровским частотам в (9) должно обрезаться на частотах порядка характерной частоты квантов, обеспечивающих спаривание — $\langle\omega\rangle$. Поэтому в случае когда $\omega_c >> \langle\omega\rangle$ или $D(0) >> \frac{1}{2m}(\langle\omega\rangle/E)^{1/3}$ мы можем полностью пренебречь частотной зависимостью коэффициента диффузии и получаем обычный для теории "грязных" сверхпроводников результат —

$$H_{c2} = \frac{4}{\pi^2}\frac{\Phi_0}{D(0)}T\ln(T_c/T) \quad \text{при } T \sim T_c\,; \tag{27}$$

$$H_{c2} = \frac{1}{2\gamma}\frac{\Phi_0 T_c}{D(0)}\left[1 - \frac{1}{24}(4\gamma T/T_c)^2\right] \quad \text{при } T << T_c\,, \tag{28}$$

где $\gamma = 1{,}781$.

Для наклона кривой $H_{c2}(T)$ в этом случае имеем обычное выражение Горькова:

$$-\frac{\sigma}{N(E)}(dH_{c2}/dT)_{T_c} = \frac{8}{\pi^2}e^2\Phi_0\,; \tag{29}$$

$$-\frac{H_{c2}(0)}{T_c(dH_{c2}/dT)_{T_c}} = \frac{\pi^2}{8\gamma} \approx 0{,}69\,, \tag{30}$$

где $\sigma = 2e^2D(0)N(E)$ — проводимость системы в нормальном состоянии.

Кривая $H_{c2}(T)$ в этом случае выпуклая во всей области температур.

2) Если характерная частота $\omega_c << 2\pi T$ или $D(0) << \frac{1}{2m}(2\pi T/E)^{1/3}$, то мацубаровские частоты больше характерной частоты и во всей области суммирования по ним для коэффициента диффузии нужно использовать нижнее выражение из (25).

Уравнение (9) в этом случае приобретает вид:

$$\ln(T/T_c) = \sum_{n=0}^{\infty}\;[(n+1/2) + (n+1/2)^{1/3}(E/4\pi T)^{2/3}(\omega_H/E)]^{-1} - [n+1/2)^{-1}\,. \tag{31}$$

Отсюда находим:

$$H_{c2} = m \frac{\Phi_0}{\pi} \frac{(4\pi)^{2/3}}{c_1} T^{2/3} E^{1/3} \ln (T_c/T) \text{ при } T \sim T_c ; \tag{32}$$

$$H_{c2} = m \frac{\Phi_0}{\pi} (\pi/\gamma)^{2/3} T_c^{2/3} E^{1/3} \left[1 - \frac{2}{3} c_2 (4\gamma T/T_c)^{2/3} \right] \text{ при } T << T_c , \tag{33}$$

где $c_1 = \sum\limits_{n=0}^{\infty} (n + 1/2)^{-5/3} \approx 4{,}615$; $c_2 \approx 0{,}259$.

В точке андерсоновского перехода $\omega_c = 0$, и поведение верхнего критического поля полностью описывается случаем 2). Легко заметить, что в этом случае кривая $H_{c2}(T)$ будет вогнутой во всей области температур. Наклон кривой вблизи T_c вместо горьковского выражения (29) будет следующим:

$$- \frac{1}{N(E)} (dH_{c2}/dT)_{T_c} = \frac{(4\pi)^{2/3}}{\pi c_1} m\Phi_0 (E/T_c)^{1/3} = \frac{2\pi}{c_1} \frac{\Phi_0}{(N(E)T_c)^{1/3}} . \tag{34}$$

Как отмечалось в [5, 6], наклон перестает зависеть от величины проводимости системы в нормальном состоянии. Аналогично [5, 6] получаем:

$$- \frac{H_{c2}(0)}{T_c (dH_{c2}/dT)_{T_c}} = \frac{c_1}{(4\gamma)^{2/3}} \approx 1{,}24 . \tag{35}$$

Как видим, это отношение существенно возрастает по сравнению со значением 0,69 (30), характерным для "грязных" сверхпроводников.

3) Рассмотрим промежуточную область $2\pi T << \omega_c << \langle \omega \rangle$. Введем $n_0 = \omega_c / 4\pi T$. На уровнях с номером меньше n_0 коэффициент диффузии не зависит от частоты. На уровнях с номером большим n_0 коэффициент диффузии $\sim \omega^{1/3}$ в этом случае уравнение (9) принимает вид:

$$\ln (T/T_c) = \sum_{n=0}^{n_0 - 1} [(n + 1/2) + (\omega_c/E)^{1/3} (\omega_H/4\pi T)]^{-1} +$$

$$+ \sum_{n=n_0}^{\infty} [(n + 1/2) + (n + 1/2)^{1/3} (E/4\pi T)^{2/3} (\omega_H/E)]^{-1} - \sum_{n=0}^{\infty} [n + 1/2]^{-1} . \tag{36}$$

Решая это уравнение, получаем для верхнего критического поля следующие выражения:

$$H_{c2} = \frac{4}{\pi^2} \frac{\Phi_0}{D(0)} T \ln (T_c/T) [1 - \frac{4}{\pi} T/\omega_c] \text{ при } T \sim T_c ; \tag{37}$$

$$H_{c2} = \frac{1}{2\gamma} \frac{\Phi_0 T_c}{D(0)} [1 - \frac{1}{24} (4\gamma T/T_c)^2 -$$

$$- \frac{1}{2} (4\pi T/\omega_c) - \frac{\pi}{2\gamma} (T_c/\omega_c)] \text{ при } T << T_c << \omega_c . \tag{38}$$

В этом случае поведение $H_{c2}(T)$ будет почти таким же, как и в случае обычных

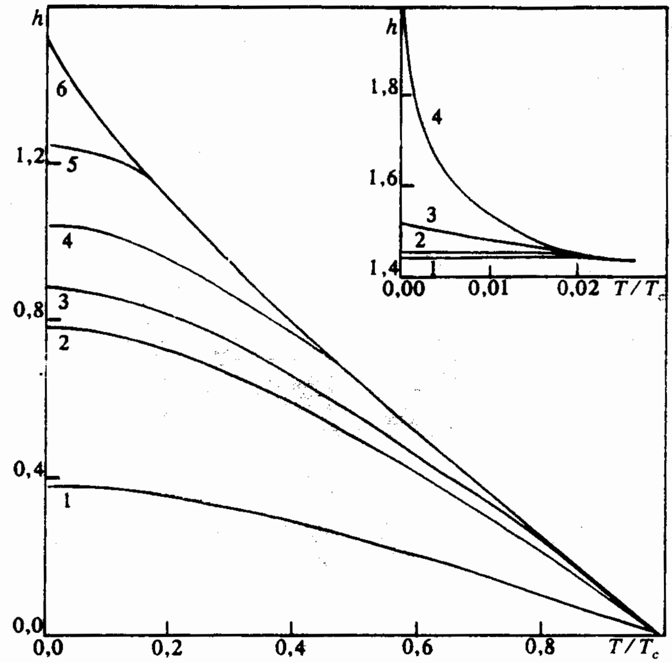

Рис. 2. Температурная зависимость верхнего критического поля

На основной части:

Приведен результат численного расчета непосредственно из уравнения (9) в отсутствие влияния поля на диффузию для величины $h = \omega_H / T_c^{2/3} E^{1/3}$ от T/T_c в металлической фазе при различных значениях ω_c / T_c: 1. 100; 2. 10; 3. 2π; 4. 3; 5. 1; 6. o — точка андерсоновского перехода.

На вставке:

Низкотемпературная часть зависимости $h = \omega_H / T_c^{2/3} E^{1/3}$ от T/T_c в окрестности Андерсоновского перехода.

1. Точка Андерсоновского перехода ($\omega_c / T_c = 0$). С учетом влияния поля на диффузию.
2. Металлическая фаза, $\omega_c / T_c = 0{,}1$. В отсутствие влияния поля на диффузию.
3. Точка Андерсоновского перехода ($\omega_c / T_c = 0$). В отсутствие влияния поля на диффузию.
4. Диэлектрическая фаза, $\omega_c / T_c = 0{,}1$. В отсутствие влияния поля на диффузию.

"грязных" сверхпроводников. Немного изменятся лишь величины поправок.

$$H_{c2} = m \frac{\Phi_0}{\pi} (\pi/\gamma)^{2/3} T_c^{2/3} E^{1/3} \left[1 - \frac{1}{3} (\gamma \omega_c / \pi T_c)^{2/3} - \frac{4}{3} \pi^{1/3} \gamma^{2/3} (T / T_c^{2/3} \omega_c^{1/3}) \right] \qquad (39)$$

при $2\pi T << \omega_c << 2\pi T_c$.

В этом случае поведение верхнего критического поля при низких температурах близко к поведению в точке перехода (см. случай 2)), однако температурные поправки приводят к тому, что $H_{c2}(T)$ в этой области параметров — выпуклая.

На рис. 2 приведены результаты численного расчета верхнего критического поля в металлической фазе для разных величин характерной частоты. (При обрезании ряда в (9) выбиралось $\langle \omega \rangle = 100 T_c$).

Резюмируем полученные результаты:

а) При малом беспорядке $\omega_c >> \langle \omega \rangle$ получаем обычный случай "грязных" сверхпроводников (см. случай 1)). (кривая 1. Рис. 2)

б) В предельном случае точки андерсоновского перехода получаем поведение $H_{c2}(T)$, описанное в 2). (кривая 6. Рис. 2) в) При $2\pi T_c << \omega_c << \langle\omega\rangle$ или $D(0) >> \frac{1}{2m}(2\pi T_c/E)^{1/3}$; $\sigma >> \sigma^*$, где

$$\sigma^* = \frac{e^2 N(E)}{2m}(2\pi T_c/E)^{1/3} \sim \sigma_c(p_F\xi_0)^{-1/3} \text{ [5,6]} \tag{40}$$

$\sigma_c = e^2 p_F/\pi^3\hbar^2$ — моттовская минимальная металлическая проводимость.

Для верхнего критического поля получаем следующие выражения:

$$H_{c2} = \begin{cases} \dfrac{4}{\pi^2}\dfrac{\Phi_0}{D(0)} T \ln(T_c/T)\left[1 - \dfrac{4}{\pi} T/\omega_c\right]; & T \sim T_c \\ \dfrac{1}{2\gamma}\dfrac{\Phi_0 T_c}{D(0)}\left[1 - \dfrac{1}{24}(4\gamma T/T_c)^2 - \dfrac{1}{2}(4\pi T/\omega_c) - \dfrac{\pi}{2\gamma}(T_c/\omega_c)\right] & T << T_c \end{cases}. \tag{41}$$

Наклон кривой в этом случае:

$$-\frac{\sigma}{N(E)}(dH_{c2}/dT)_{T_c} = \frac{8}{\pi^2} e^2\Phi_0\left[1 - \frac{4}{\pi} T_c/\omega_c\right], \tag{42}$$

а отношение

$$-\frac{H_{c2}(0)}{T_c(dH_{c2}/dT)_{T_c}} = \frac{\pi^2}{8\gamma}\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{8}{\pi} - \frac{\pi}{\gamma}\right)\frac{T_c}{\omega_c}\right] \approx 0{,}69\left[1 + 0{,}78\frac{T_c}{\omega_c}\right]. \tag{43}$$

Эти величины несколько отличаются от обычных выражений для "грязных" сверхпроводников поправками, стоящими в квадратных скобках.

Кривая $H_{c2}(T)$ будет выпуклой во всей области температур.

Видим, что в этой области беспорядка поведение $H_{c2}(T)$ незначительно отличается от поведения обычных "грязных" сверхпроводников. Этому случаю соответствует кривая 2 на рис. 2.

г) При $\omega_c << 2\pi T_c$ или $\sigma^\circ << \sigma^*$

$$H_{c2} = \begin{cases} m\dfrac{\Phi_0}{\pi}\dfrac{(4\pi)^{2/3}}{c_1} T^{2/3}E^{1/3}\ln(T_c/T) & \text{при } T \sim T_c \\ m\dfrac{\Phi_0}{\pi}(\pi/\gamma)^{2/3}T_c^{2/3}E^{1/3}\left[1 - \dfrac{2}{3}c_2(4\gamma T/T_c)^{2/3}\right] & \text{при } \omega_c << 2\pi T. \\ m\dfrac{\Phi_0}{\pi}(\pi/\gamma)^{2/3}T_c^{2/3}E^{1/3}\left[1 - \dfrac{1}{3}(\gamma\omega_c/\pi T_c)^{2/3} - \dfrac{4}{3}\pi^{1/3}\gamma^{2/3}(T/T_c^{2/3}\omega_c^{1/3})\right] & \text{при } 2\pi T << \omega_c \end{cases} \tag{44}$$

Этому случаю соответствуют кривые 4 и 5 на рис. 2.

При $2\pi T > \omega_c$ мы имеем ту же кривую что и в точке перехода, так как коэффициент диффузии во всей области частот $\sim\omega^{1/3}$ и не зависит от характерной частоты. На этом участке кривая $H_{c2}(T)$ вогнута. При $2\pi T < \omega_c$ кривая $H_{c2}(T)$ выпуклая. Точка перегиба кривой будет при

$$T = T^* = \omega_c/2\pi = [2mD(0)]^3 E/2\pi. \tag{45}$$

Наклон кривой в точке $T = T_c$ будет таким же, как и на пороге подвижности (35), а отношение

$$-\frac{H_{c2}(0)}{T_c(dH_{c2}/dT)_{T_c}} = \frac{c_1}{(4\gamma)^{2/3}}\left[1 - \frac{1}{3}(\gamma\omega_c/\pi T_c)^{2/3}\right] \approx 1{,}24\left[1 - \frac{1}{3}(\gamma\omega_c/\pi T_c)^{2/3}\right] \tag{46}$$

будет незначительно меньше чем в точке перехода.

Переходному случаю $\omega_c = 2\pi T_c$ или $\sigma = \sigma^*$ соответствует кривая 3, приведенная на рис. 2.

Б. Диэлектрическая область

В диэлектрической области (пренебрегая воздействием внешнего магнитного поля на диффузию) коэффициент диффузии имеет следующий вид:

$$D(\omega) = \frac{1}{2m}\begin{cases}(-i\omega/E)/(\omega_c/E)^{2/3} & \text{при } \omega << \omega_c\,;\\ (-i\omega/E)^{1/3} & \text{при } \omega >> \omega_c\,.\end{cases} \tag{47}$$

При частотах $\omega << \omega_c$ коэффициент диффузии можно также представить в виде $D(\omega) = (-i\omega)R_{\rm loc}^2$, тогда характерная частота принимает вид:

$$\omega_c = E/(2mER_{\rm loc}^2)^{1/2} = 1/2\pi^2 N(E)R_{\rm loc}^3\,. \tag{48}$$

Поэтому условие существования сверхпроводимости в фазе андерсоновского диэлектрика (1) эквивалентно требованию $\omega_c << T_c$. Этим условием мы и ограничим наше рассмотрение.

1) При $\omega_c << 2\pi T$ коэффициент диффузии для любых мацубаровских частот будет $\sim\omega^{1/3}$ и критическое поле будет таким же, как на пороге подвижности (см. случай 2) в металлической области).

2) При $2\pi T << \omega_c << 2\pi T_c$ уравнение (9) для верхнего критического поля принимает вид:

$$\ln(T/T_c) = \sum_{n=0}^{n_0-1}\left[(n+1/2)(1+(E/\omega_c)^{2/3}(\omega_H/E))\right]^{-1} +$$

$$+\sum_{n=n_0}^{\infty}\left[(n+1/2)+(n+1/2)^{1/3}(E/4\pi T)^{2/3}(\omega_H/E)\right]^{-1} - \sum_{n=0}^{\infty}\left[n+1/2\right]^{-1}, \tag{49}$$

где $n_0 = \omega_c/4\pi T$ — номер уровня вблизи которого происходит смена частотного поведения коэффициента диффузии. Вводя $x = \omega_H/\omega_c^{2/3}E^{1/3}$, получаем:

$$x\ln(\gamma\omega_c/\pi T_c) + \frac{3}{2}(1+x)\ln(1+x) = \ln(T_c/T)\,. \tag{50}$$

Выражение (50) неявным образом задает $H_{c2}(T)$ и позволяет сделать вывод, что в диэлектрической области орбитальное верхнее критическое поле становится бесконечным при $T \to 0$. (В дальнейшем мы покажем, что учет обратного влияния магнитного поля на коэффициент диффузии снимает эту расходимость). Численное решение для $H_{c2}(T)$ непосредственно из уравнения (49) с обрезанием на частоте $\langle\omega\rangle = 100T_c$ приведено на вставке рис. 2, кривая 4 для случая $\omega_c = 0{,}1T_c$.

3. Верхнее критическое поле вблизи перехода Андерсона: учет влияния магнитного поля на коэффициент диффузии

А. Металлическая (при $H = 0$) область.

Если мы находимся вдали от андерсоновского перехода, то влияние магнитного поля на коэффициент диффузии будет лишь малой по сравнению с $D(H = 0)$ поправкой порядка $\sim\sqrt{\omega_H/E}\,D_0$ и слабо скажется на верхнем критическом поле. Вблизи же от перехода поправка от поля начинает превосходить саму величину $D(H = 0)$

и ее учет необходим. Поэтому мы ограничимся случаем $\omega_c/E << (\omega_H/E)^{2/3}$ величина коэффициента диффузии для которого приведена в (23). Как будет показано в дальнейшем, влияние магнитного поля на коэффициент диффузии оказывает незначительное влияние на H_{c2} даже при низких температурах, поэтому $\omega_H \sim T_c^{2/3}E^{1/3}$ и условие близости к переходу Андерсона принимает вид:

$$\omega_c << (\omega_H/E)^{1/2}E \sim T_c\,. \tag{51}$$

Что эквивалентно в металлической фазе условию $\sigma << \sigma^*$.

Как видно из (23) в данном случае роль характерной частоты принимает на себя ω_c'.

$$\omega_c' = \left(\frac{W}{2}\right)^3 (2\omega_H/E)^{1/2}E = (\varphi\omega_H/E)^{1/2}E\,, \tag{52}$$

где $W = 0{,}603$; $\varphi = W^2/2 \approx 0{,}18$.

Так что мы можем воспользоваться уже полученными результатами подставив ω_c' вместо ω_c.

Максимальное значение ω_c' определяется критическим полем при $T \to 0$, то есть $\omega'_{c\,\max} = \varphi^{1/2}\dfrac{\pi}{\gamma}T_c \approx 0{,}13\,T_c$. При $T \sim T_c$ значение критического поля, а значит и характерной частоты, еще меньше, то есть мы имеем случай $\omega_c' << 2\pi T_c$ и при $T \sim T_c$ критическое поле будет таким же, как и без учета влияния поля на коэффициент диффузии и определяться выражением (32). (На самом деле поправка от магнитного поля имеется и в области, где коэффициент диффузии $\sim\omega^{1/3}$ (см. (23)), однако величина этой поправки много меньше $D(H = 0)$, и изменение H_{c2} будет незначительным). Соответственно сохраняется выражение (34) для наклона кривой $H_{c2}(T)$ при $T = T_c$.

Рассмотрим случай $T << T_c$.

При $2\pi T > \omega_c'$ во всей области частот по которым идет суммирование $D(\omega) \sim \sim \omega^{1/3}$. Поправкой от магнитного поля в этом случае можно пренебречь. Следовательно, $H_{c2}(T)$ ведет себя так же, как в точке перехода без учета влияния поля на коэффициент диффузии (см. (33)).

При $2\pi T < \omega_c'$ уравнение для нахождения $H_{c2}(T)$ принимает вид (36), в котором вместо ω_c необходимо подставить ω_c'. В результате:

$$H_{c2} = m\,\frac{\Phi_0}{\pi}(1+\varphi)^{-1/3}(\pi/\gamma)^{2/3}T_c^{2/3}E^{1/3}\left[1 - \frac{4\gamma}{3\varphi^{1/3}(1+\varphi)}(T/T_c)\right]. \tag{53}$$

Из (53) видно, что $H_{c2}(T = 0)$ меняется очень незначительно на коэффициент $(1+\varphi)^{-1/3} \approx 0{,}946$. Также незначительно изменяется и отношение (35).

$$-\frac{H_{c2}(0)}{T_c(dH_{c2}/dT)_{T_c}} = (1+\varphi)^{-1/3}\frac{c_1}{(4\gamma)^{2/3}} \approx (1+\varphi)^{-1/3}1{,}24 \approx 1{,}18\,. \tag{54}$$

Однако при $2\pi T < \omega_c'$ кривая $H_{c2}(T)$ становится выпуклой. Точка перегиба кривой $T^* = \omega_c'/2\pi \approx 0{,}02\,T_c$. Кривая I на вставке рис. 2 соответствует поведению $H_{c2}(T)$ в точке перехода с учетом влияния поля на диффузию.

Б. Диэлектрическая (при $H = 0$) область.

Теперь перейдем к рассмотрению верхнего критического поля в диэлектрической области. Как уже отмечалось (см. (50)), без учета влияния магнитного поля на диффузию в диэлектрической фазе орбитальное верхнее критическое поле расходится при $T \to 0$. Сейчас мы покажем, что учет влияния поля на коэффициент диффузии снимает эту расходимость.

Сверхпроводящий отклик для системы, находящейся в диэлектрической фазе, сохраняется лишь при условии, что в области, ограниченной в пространстве радиусом локализации, лежит достаточно большое число энергетических уровней, такое, что среднее расстояние между ними существенно меньше Δ, T_c, то есть выполняется условие (1).

$$1/N(E)R_{\mathrm{loc}}^3 \sim \omega_c << T_c . \tag{55}$$

Естественно мы ограничим свое рассмотрение этим условием.

В диэлектрической фазе уравнение для нахождения коэффициента диффузии принимает вид:

$$2mD_2 = -(\omega_c/E)^{1/3} + (-i\omega/E)^{1/2}(2mD_2)^{-1/2} +$$
$$+ \frac{1}{2}\begin{cases} W(2\omega_H/E)^{1/2} & \text{при } \omega << \omega^* \\ \frac{1}{48}\left((-i\omega/E)\frac{1}{2mD_2}\right)^{-1/2}(2\omega_H/E)^2 & \text{при } \omega >> \omega^*, \end{cases} \tag{56}$$

где

$$\omega^* = (1/48W)^{2/3}|2mD_2(\omega^*)|2\omega_H . \tag{57}$$

Предположим, что поле настолько сильное, что переводит систему из диэлектрической фазы в металлическую и что квадратичные поправки по полю появляются только в области частот, где коэффициент диффузии $\sim\omega^{1/3}$ и почти не зависит от характерной частоты ω_c'. При этих предположениях коэффициент диффузии принимает вид:

$$D_2(\omega) = \frac{1}{2m}\begin{cases} (\omega_c'/E)^{1/2} & \omega << \omega_c' \\ (-i\omega/E)^{1/3} & \omega >> \omega_c' , \end{cases} \tag{58}$$

где

$$(\omega_c'/E)^{1/3} = \frac{W}{2}\sqrt{2\omega_H/E} - (\omega_c/E)^{1/3} . \tag{59}$$

Используя (58) и (59), легко показать, что $\omega^* > \omega_c'$, то есть что при $\omega < \omega_c'$ поправка от поля к коэффициенту диффузии всегда корневая.

Для перевода системы из диэлектрической фазы в металлическую за счет поля необходимо выполнение условия:

$$\frac{W}{2}\sqrt{2\omega_H/E} > (\omega_c/E)^{1/3} . \tag{60}$$

В не слишком сильных полях, переходя в металлическую фазу за счет влияния поля, система остается вблизи перехода металл-диэлектрик. Как видно из предыдущего рассмотрения, отличие в величине верхнего критического поля в точке андерсоновского перехода с учетом влияния поля на диффузию и без него незначительно. Поэтому при низких температурах можно оценить $\omega_H = (\pi/\gamma)^{2/3}T_c^{2/3}E^{1/3}$. Тогда условие (60) приводится к виду:

$$\omega_c < \frac{\pi}{\gamma}(W/\sqrt{2})^3 T_c \approx 0{,}14\ T_c . \tag{61}$$

Итак, видим что практически во всей области, где имеет смысл говорить о сверхпроводимости (выполняется условие (55)), верхнее критическое поле фактически приводит к разрушению локализации и система оказывается в металлической фазе. Соответственно этому пропадает и расходимость верхнего критического поля при $T \to 0$. Кривые $H_{c2}(T)$ в "диэлектрической фазе" лежат между кривыми $H_{c2}(T)$ в точке андерсоновского перехода с учетом влияния поля на диффузию (кривая 1 на вставке рис. 2) и без такого учета. (кривая 3 на вставке рис. 2).

4. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ: ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ

В разделе I мы рассмотрели ряд условий применимости уравнения (9). Посмотрим, насколько наше рассмотрение соответствует этим условиям.

1. Условие (10) имеет вид: $R_H = \dfrac{ncv_F}{eH} >> \xi$.

При $\omega_c << 2\pi T_c$ или $\sigma << \sigma^*$ система находится вблизи перехода Андерсона. Верхнее критическое поле в этом случае определяет циклотронную частоту $\omega_H = (\pi/\gamma)^{2/3} T_c^{2/3} E^{1/3}$. Корреляционная длина при этом имеет вид $\xi = (\xi_0 l^2)^{1/3}$ [5,6], а не $\xi = (\xi_0 l)^{1/2}$ как в обычных "грязных" сверхпроводниках, причем длина свободного пробега l в этом случае порядка межатомного расстояния, то есть $l \sim p_F^{-1}$. Поэтому записанное условие сводится к требованию $\omega_H << T_c^{1/3} E^{2/3}$, которое очевидно выполняется.

2. Хуже обстоит дело с условием (II), определяющим парамагнитный предел. Действительно, полученное нами выражение для H_{c2} приводит к оценке $\omega_H = \Delta^{2/3} E^{1/3} = \Delta (E/\Delta)^{1/3} > \Delta$.

В то же время парамагнитный предел накладывает ограничение $\dfrac{g_0}{2} \mu_B H < \Delta$. Поэтому парамагнитный вклад в верхнее критическое поле фактически может оказаться преобладающим. Однако, массы, входящие в циклотронную частоту и в паулиевское расщепление, могут быть существенно различными, и в некоторых ситуациях возможно преобладание именно орбитального вклада подавления сверхпроводимости. Вблизи T_c, когда критическое поле мало, орбитальный вклад всегда преобладающий.

Работа поддерживается Научным советом по проблеме ВТСП и выполняется в рамках конкурсного проекта № 90135.

Список литературы

1. Абрикосов А.А., Горьков Л.П. — ЖЭТФ, 1958, т. 35, с. 1158; ЖЭТФ, 1959, т. 36, с. 319.
2. Горьков Л.П. — ЖЭТФ, 1959, т. 37, с. 1407.
3. Anderson P.W. — J. Phys. Chem. Solids, 1959, v. 11, p. 26.
4. Де Жен П. — Сверхпроводимость металлов и сплавов. М. "Мир", 1968. (De Gennes P.G. Superconductivity of Metals and Aloys. W.A.Benjamin, NY, 1966).
5. Булаевский Л.Н., Садовский М.В. — Письма ЖЭТФ, 1984, т. 39, с. 524.
6. Bulaevskii L.N., Sadovskii M.V. — J. Low-Temp. Phys., 1985, v. 59, p. 89.
7. Vollhardt D., Wölfle P. — Phys. Rev. B, 1980, v. 22, p. 4666.
8. Sadovskii M.V. — Soviet Scientist Reviews — Phys. Reviews. Ed. by I.M.Khalatnikov, v. 7, p. 1, Harwood Academic Publ., NY, 1985.
9. Altshuler B.I., Aronov A.G., Khmelnitskii D.E., Larkin A.I. In "Quantum Theory of Solids", Ed by I.M.Lifshits, p. 130, Moscow: Mir Publishers, 1982.
10. Yoshioka D., Ono Y., Fukuyama H. — J. Phys. Soc. Japan, 1981, v. 50, p. 3419.
11. Булаевский Л.Н., Садовский М.В. — Письма ЖЭТФ, 1986, т. 43, с. 76.
12. Булаевский Л.Н., Панюков С.В., Садовский М.В. — ЖЭТФ, 1987, т. 92, с. 672.
13. Булаевский Л.Н., Панюков С.В., Садовский М.В. — В сб. "Проблемы теоретической физики и астрофизики" (К 70-летию В.Л.Гинзбурга), М: "Наука", 1989, с. 120.
14. Котов Е.А. — ФММ, 1988, т. 66, вып. 3, с. 436.
15. Котов Е.А. — ФММ, 1989, т. 67, вып. 5, с. 859.