

31

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ И ЛОКАЛИЗАЦИЯ (Обзор)

М.В. Садовский

Институт электрофизики Уральского отделения РАН,
620049, Екатеринбург, Россия

*Статья поступила в редакцию 21 сентября 1995 г.,
принята к печати 2 октября 1995 г.*

Ключевые слова: переход металл—диэлектрик, локализация, беспорядок, самосогласованная теория локализации, коэффициенты Гинзбурга—Ландау, верхнее критическое поле, флуктуации, неоднородная сверхпроводимость.

Обзор посвящен рассмотрению теоретической и экспериментальной ситуации в проблеме взаимного влияния андерсоновской локализации и сверхпроводимости в сильно неупорядоченных системах. Сверхпроводящее состояние может существовать вблизи перехода металл — диэлектрик в целом ряде неупорядоченных систем, таких как аморфные металлы, сверхпроводящие соединения, разупорядоченные путем облучения потоком быстрых нейтронов или другими видами ускоренных частиц и т.д. С этой точки зрения особый интерес представляют высокотемпературные сверхпроводники. Сначала мы кратко рассматриваем основные представления теории перехода металл—диэлектрик в неупорядоченных системах, включая самосогласованную теорию локализации и эффекты межэлектронного взаимодействия. Затем рассматривается влияние неупорядоченности на куперовское спаривание и сверхпроводящий переход, в основном, на основе микроскопического анализа уравнений теории Гинзбурга—Ландау, формулируемых для сверхпроводников, находящихся вблизи перехода Андерсона. Соответствующее обобщение обычной теории "грязных" сверхпроводников позволяет найти целый ряд аномальных сверхпроводящих свойств вблизи перехода металл—диэлектрик, вызываемого разупорядочением. Особый интерес вызывает достаточно "экзотическая" возможность сверхпроводимости в состоянии андерсоновского диэлектрика. Сильное разупорядочение приводит к существенному подавлению температуры сверхпроводящего перехода T_c и проявляется в необычном температурном поведении верхнего критического поля H_{c2} . Вблизи перехода Андерсона возможно появление пространственно неоднородного сверхпроводящего состояния, связанного с так называемыми статистическими флуктуациями локальной плотности состояний (отсутствии усреднения сверхпроводящего параметра порядка). Кратко рассматриваются эксперименты, в которых сверхпроводящее состояние наблюдалось вблизи андерсоновского перехода металл—диэлектрик как в традиционных, так и в высокотемпературных сверхпроводниках. В обычных системах сверхпроводимость, как правило, разрушается до перехода металл—диэлектрик. В высокотемпературных сверхпроводниках наблюдается ряд аномалий, которые, возможно, указывают на сохранение сверхпроводимости и в локализованной фазе. Во всех случаях, при достаточно высоких степенях разупорядочения, наблюдаются аномалии основных свойств, которые вызваны близостью системы к переходу металл—диэлектрик.

I. ВВЕДЕНИЕ

Концепция локализации [1] лежит в основе существующего понимания электронных свойств неупорядоченных систем [2, 3]. В последние годы появился ряд обзоров, посвященных детальному обсуждению современного состояния этой проблемы [4—7]. Согласно этой концепции, введение достаточно сильного беспорядка в металлическую систему приводит к пространственной локализации электронных состояний вблизи уровня Ферми и к переходу металл — диэлектрик (переход Андерсона). При этом статическая проводимость системы (при температуре $T = 0$) обращается в нуль, несмотря на то что плотность электронных состояний на уровне Ферми остается конечной (по крайней мере в одноэлектронном приближении). В то же время хорошо известно, что наличие даже сколь угодно

малого притяжения электронов вблизи поверхности Ферми приводит к образованию куперовских пар и переходу системы в сверхпроводящее состояние при достаточно низких температурах [8, 9]. Известно, что введение беспорядка, не нарушающего инвариантности относительно обращения времени (нормальные, немагнитные примеси), не оказывает существенного влияния на температуру сверхпроводящего перехода T_c (теорема Андерсона) [10—13]. Таким образом, возникает проблема взаимного влияния двух типов электронных переходов в неупорядоченных системах, которые приводят, вообще говоря, к двум принципиально отличающимся типам основного состояния (сверхпроводник или изолятор). Эта проблема представляется как чисто теоретический, так и экспериментальный интерес. Сверхпроводящие свойства многих реальных соединений сильно зависят от степени их структурного разупорядочения. В связи с этим можно упомянуть аморфные системы (металлические стекла), сверхпроводники, разупорядоченные путем облучения различными типами быстрых частиц (нейтроны, электроны, ионы и т.п.), сплавы и т.д. Оказывается, что во многих таких системах сверхпроводимость существует и тогда, когда в нормальном состоянии они находятся весьма близко к переходу металл — диэлектрик, вызываемому разупорядочением. В этом случае наблюдается целый ряд аномалий сверхпроводящих свойств, которые не могут быть объяснены в рамках стандартной теории “грязных” сверхпроводников [9—13]. В частности, это относится к сильной зависимости температуры сверхпроводящего перехода T_c от беспорядка, что противоречит упоминавшейся теореме Андерсона, а также к ряду аномалий в температурном поведении верхнего критического поля H_{c2} . Открытие высокотемпературной сверхпроводимости в металлоксадах [14, 15] чрезвычайно расширило возможности изучения эффектов сильного разупорядочения в сверхпроводниках. Очень скоро было установлено, что высокотемпературные сверхпроводники весьма чувствительны к структурному разупорядочению, которое приводит к довольно быстрому разрушению сверхпроводимости и переходу металл — диэлектрик. В то же время, изначально высокие значения T_c , так же как и малый размер куперовских пар и квазидвумерный характер этих систем, весьма благоприятствуют изучению взаимного влияния перехода металл — диэлектрик (локализации) и сверхпроводимости [16]. Некоторые результаты, полученные на таких системах, могут быть даже интерпретированы на основе представлений о существовании сверхпроводимости в фазе андерсоновского диэлектрика.

Данный обзор главным образом посвящен теоретическим аспектам проблемы взаимного влияния локализации и сверхпроводимости. При этом мы почти не будем затрагивать вопросы, связанные с микроскопическим механизмом куперовского спаривания, в частности механизмы подавления T_c , ограничиваясь общей полуфеноменологической схемой, применимой к любым типам сверхпроводников. В то же время, мы уделим определенное внимание и обсуждению основных экспериментов, демонстрирующих важное значение эффектов локализации в физике сверхпроводимости сильно неупорядоченных систем, включая высокотемпературные сверхпроводники. Мы ограничимся обсуждением только трехмерных и квазидвумерных систем, практически исключив рассмотрение чисто двумерных задач, которые обладают целым рядом особенностей как в отношении локализации, так и сверхпроводимости, отсылая читателя к ряду обзоров на эту тему, появившихся в последнее время [17—19].

Обычная теория “грязных” сверхпроводников [9—13] основывается на следующих главных утверждениях:

1. По мере роста концентрации примесей (беспорядка) происходит переход от “чистого” предела, когда длина свободного пробега l значительно превышает длину когерентности сверхпроводника ξ_0 : $l \gg \xi_0 = \hbar v_F / \pi \Delta_0$ к “грязному” пределу

когда $\xi_0 \gg l \gg \hbar / p_F$ (здесь v_F , p_F — скорость и импульс Ферми, Δ_0 — энергетическая щель при $T = 0$). Температура перехода T_c меняется слабо, главным образом из-за небольших изменений дебаевской частоты ω_D и спаривательной константы взаимодействия λ_p , связанных, например, с изменениями решеточных параметров и плотности электронных состояний при разупорядочении. Сам по себе переход от свободного движения электронов к диффузионному не меняет T_c (теорема Андерсона).

2. Длина когерентности ξ (при $T = 0$), определяющая пространственный масштаб сверхпроводящего параметра порядка (размер куперовской пары), уменьшается вместе с уменьшением длины пробега l и становится равной $\xi \approx \sqrt{\xi_0 l}$ в пределе $\hbar / p_F \ll l \ll \xi_0$.

3. С уменьшением ξ увеличивается размер критической области температур вблизи T_c , в которой важны термодинамические флуктуации, ее ширина становится порядка $\tau_G T_c$, где $\tau_G = [T_c N(E_F) \xi^3]^{-2}$ — так называемый параметр Гинзбурга ($N(E_F)$ — плотность электронных состояний на уровне Ферми E_F). Для сравнения, для “чистых” сверхпроводников $\tau_G \sim (T_c / E_F)^4 \ll 1$. В то же время в пределе $l \gg \hbar / p_F$ величина τ_G все равно остается крайне малой и несущественной с точки зрения реального эксперимента.

Теория “грязных” сверхпроводников является основой для понимания свойств многих неупорядоченных сплавов. Однако совершенно ясно, что основные результаты этой теории должны быть существенно модифицированы в области длин пробега l порядка обратного импульса Ферми \hbar / p_F (т.е. порядка межатомных расстояний). Мы знаем, что в трехмерных системах рост беспорядка может привести к разрушению диффузионного движения электронов и переходу от распространенных к локализованным состояниям, который имеет место при достижении критического беспорядка, определяемого условием $l_c \approx \hbar / p_F$, т.е. к андерсоновскому переходу металл — диэлектрик. Этот переход проявляется в непрерывном обращении в нуль статической проводимости системы (при $T = 0$) при $l \rightarrow l_c$. В области длин пробега $l \gg l_c$ проводимость определяется обычной формулой Друде $\sigma_0 \sim l$, а при $l \rightarrow l_c$ она уменьшается как $\sigma \sim (l - l_c)^\nu$, где ν — некоторый критический индекс. Переход от диффузии к локализации происходит на масштабе проводимости порядка так называемой минимальной “металлической проводимости” $\sigma_c \approx (e^2 p_F / \pi^3 \hbar^2) \approx (2-5) \cdot 10^2 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$. Теория “грязных” сверхпроводников не учитывает эффекты локализации и справедлива для систем с проводимостью нормального состояния в интервале $(E_F / T_c) \sigma_c \gg \sigma \gg \sigma_c$.

В настоящее время можно считать твердо установленным, что для сверхпроводников, находящихся вблизи локализационного перехода, имеют место следующие изменения обычной картины:

1. В предположении независимости плотности состояний на уровне Ферми $N(E_F)$ и спаривательной константы связи λ_p от величины длины пробега l (беспорядка) можно показать, что T_c падает с ростом беспорядка из-за соответствующего роста кулоновского псевдопотенциала μ^* , определяющего отталкивание электронов в куперовской паре. Это связано с ростом эффектов запаздывания кулоновского взаимодействия электронов куперовской пары по мере уменьшения коэффициента диффузии при приближении системы к переходу Андерсона [20]. Эта “деградация” T_c начинается даже при $\sigma \gg \sigma_c$ и становится быстрой для $\sigma < \sigma_c$ [21, 22]. Рост спиновых флуктуаций и возможные изменения плотности состояний на уровне Ферми, связанные с эффектами межэлектронного взаимодействия, также приводят к уменьшению T_c [23, 24].

2. Вблизи перехода Андерсона обычное выражение для длины когерентности "грязного" сверхпроводника $\xi = \sqrt{\xi_0 l}$ заменяется на $\xi \approx (\xi_0^2)^{1/3}$ и этот результат остается справедливым даже после перехода Андерсона (т.е. в андерсоновском диэлектрике) [21, 22, 25—27], что означает принципиальную возможность сверхпроводимости при диэлектрическом характере нормального состояния. Разумеется, эти результаты справедливы только в том случае, когда температура перехода T_c остается конечной вблизи перехода, что возможно только при удовлетворении весьма жестких требований.

3. Рост беспорядка по мере приближения системы к переходу Андерсона приводит к возрастанию роли различного рода флуктуаций сверхпроводящего параметра порядка, как чисто термодинамической природы, так и связанных с флуктуациями электронных характеристик системы.

В данном обзоре мы почти не будем обсуждать вопросы, связанные с микроскопическими аспектами поведения T_c , упомянутыми в первом пункте, отсылая читателя к имеющейся литературе [23, 24]. Вместо этого мы сконцентрируем внимание на принципиальных вопросах теории сверхпроводимости в системе, находящейся вблизи перехода Андерсона, связанных с особенностями сверхпроводящих свойств, предполагая, что T_c "выживает" вплоть до перехода в диэлектрическое состояние. В то же время мы уделим достаточно большое внимание обсуждению ряда основных представлений современной теории локализации и физики перехода металл — диэлектрик в неупорядоченных системах, которые необходимы для понимания основной проблемы и еще не очень хорошо известны исследователям, работающим в области изучения сверхпроводимости. После этого мы детально обсудим общие аспекты теории сверхпроводящего состояния вблизи перехода Андерсона. В заключение обзора будут рассмотрены некоторые эксперименты, демонстрирующие реальное поведение сильно разупорядоченных сверхпроводников, включая высокотемпературные сверхпроводники. Разумеется, обзор носит в основном теоретический характер и обсуждение эксперимента будет достаточно кратким и иллюстративным.

II. АНДЕРСОНОВСКАЯ ЛОКАЛИЗАЦИЯ И ПЕРЕХОД МЕТАЛЛ — ДИЭЛЕКТРИК В НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМАХ

A. Элементарные представления о локализации

В последние годы появился целый ряд обзоров, посвященных основным представлениям об андерсоновской локализации [4—7, 28—30]. Здесь мы напомним только самые основные утверждения и введем общепринятую терминологию. В своей работе 1958 года [1] Андерсон показал, что волновая функция квантовой частицы, находящейся в поле случайного статистического потенциала, качественно меняет свой вид при достижении некоторого критического значения беспорядка в системе. Обычно, при достаточно слабом беспорядке, частица (например, электрон) претерпевает случайные акты рассеяния, так что возникает характерный пространственный масштаб — длина свободного пробега l . В то же время волновая функция сохраняет вид типа слабо искаженной плоской волны (или функции Блоха в кристалле), распространенной по всему образцу. Если же беспорядок становится достаточно большим, возникает качественный переход и волновая функция становится локализованной — ее амплитуда (оглабающая) экспоненциально спадает с расстоянием от некоторого центра локализации r_0 :

$$|\psi(r)| \sim \exp(-|r - r_0|/R_{loc}), \quad (2.1)$$

где R_{loc} — длина (радиус) локализации. Такой случай качественно показан на рис.

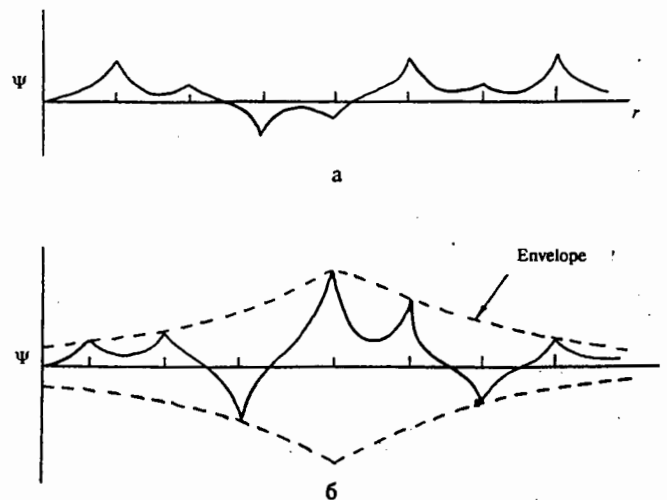


Рис. 1. Электронная волновая функция в неупорядоченной системе: а — распространенное состояние; б — локализованное состояние

1. Физический смысл андерсоновской локализации довольно прост: когерентное туннелирование электронов возможно только между энергетическими уровнями с одинаковой энергией (например, между эквивалентными узлами идеальной кристаллической решетки). Однако в случае достаточно сильного беспорядка (большой амплитуды случайного потенциала) состояния с одинаковой энергией оказываются слишком далеко друг от друга (в пространстве) и туннелирование оказывается неэффективным.

При малом беспорядке статическая проводимость металла при $T = 0$ определяется известной формулой Друде:

$$\sigma_0 = \frac{ne^2}{m} \tau = \frac{ne^2}{p_F} l, \quad (2.2)$$

где τ — время свободного пробега, n — плотность электронов, e — заряд. Обычная кинетическая теория применима, если выполнено условие

$$\frac{p_F l}{\hbar} \gg 1 \quad \text{или} \quad \frac{E_F \tau}{\hbar} \gg 1, \quad (2.3)$$

означающее слабость рассеяния (беспорядка). Из уравнений (2.2) и (2.3), учитывая $n = p_F^3 / (3\pi^2 \hbar^3)$, легко оценить нижний предел проводимости системы, когда еще можно пользоваться формулой Друде:

$$\sigma_0 = \frac{e^2 p_F}{3\pi^2 \hbar^2} \left(\frac{p_F l}{\hbar} \right) \gg \frac{e^2 p_F}{3\pi^2 \hbar^2}. \quad (2.4)$$

Значение проводимости

$$\sigma_c \approx \frac{e^2 p_F}{3\pi^2 \hbar^2} \quad (2.5)$$

обычно называется "минимальной металлической проводимостью" [2, 3]. По мере

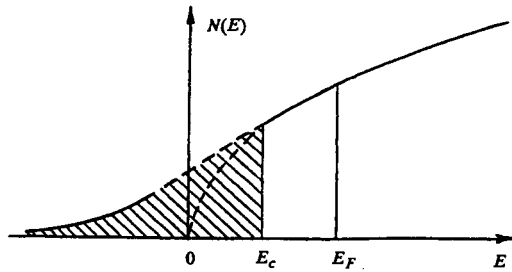


Рис. 2. Электронная плотность состояний вблизи края зоны в неупорядоченной системе. Заштрихована область локализованных состояний, E_c — порог подвижности

роста беспорядка (рассеяния) длина свободного пробега уменьшается и становится порядка межатома расстояния или постоянной решетки a , так что мы приходим к $p_F/\hbar \sim 1$, и обычная кинетическая теория, основанная на уравнении Больцмана, становится неприменимой. Это обстоятельство было впервые отмечено Иоффе и Регелем [31], которые также предположили, что при таких уровнях беспорядка может происходить качественное изменение волновых функций, связанное с переходом от пространственных к локализованным состояниям и сопровождаемое переходом металл — диэлектрик. Из уравнения (2.5) ясно, что этот переход имеет место при достижении уровня (масштаба) проводимости порядка $\sigma_c \sim (2-5) \cdot 10^2 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ при типичных $\hbar/p_F \sim a \sim (2-3) \cdot 10^{-8} \text{ см}$.

Качественный вид энергетического спектра вблизи края зоны неупорядоченной системы показан на рис. 2. Когда уровень Ферми находится в области достаточно высоких энергий, волновые функции электронных состояний вблизи него представляют собой лишь слабо искаженные плоские волны. При движении уровня Ферми к краю зоны (или при росте беспорядка) он может пересечь критическую энергию E_c (порог подвижности), разделяющую область локализованных и делокализованных состояний. Если E_F попадает в область локализованных состояний, система становится диэлектриком — статическая проводимость возможна только при $T > 0$ (прыжковый механизм).

Одной из основных проблем здесь является качественное поведение проводимости при пересечении уровнем Ферми E_F порога подвижности E_c (при $T = 0$). Мотт предполагал, что статическая проводимость при этом испытывает скачок от значений порядка σ_c до нуля [2, 3]. Согласно современным представлениям [4—6, 30], основным, главным образом, на так называемой скейлинговой теории локализации [32], переход является непрерывным. Эксперимент в настоящее время убедительно подтверждает именно такой тип поведения [6], так что величина “минимальной металлической проводимости” σ_c играет роль лишь характерного масштаба проводимости в окрестности перехода Андерсона. Итак, согласно этим представлениям, статическая проводимость металла при $T = 0$ вблизи перехода Андерсона может быть записана в виде:

$$\sigma = A \frac{e^2}{\hbar \xi_{loc}} \approx \sigma_c \left| \frac{E_F - E_c}{E_c} \right|^{(d-2)\nu}, \quad (2.6)$$

где A — числовая константа, d — размерность пространства, $\sigma_c \approx Ae^2/(\hbar a^{d-2})$. Здесь мы ввели длину корреляции, определяемую скейлинговой теорией и расходящуюся в

точке перехода:

$$\xi_{loc} \approx \frac{\hbar}{p_F} \left| \frac{E_F - E_c}{E_c} \right|^{-\nu}. \quad (2.7)$$

Критический индекс ν определяет характер этой расходимости. В одноэлектронном приближении $\nu = 1$ [6, 7, 30, 33]. В области локализованных состояний (т.е. при $E_F < E_c$) ξ_{loc} совпадает с длиной (радиусом) локализации электронов R_{loc} . В металлической области ξ_{loc} определяет минимальный размер образца, при достижении которого система ведет себя “омически”, так что проводимость перестает зависеть от размеров образца [6, 34].

В окрестности перехода Андерсона проводимость приобретает важную (в том числе для дальнейшего рассмотрения сверхпроводимости) аномальную частотную зависимость [50, 35]. При $E_F = E_c$, т.е. в точке перехода, мы имеем:

$$\sigma(\omega) \approx \sigma_c (i\omega\tau)^{\frac{d-2}{d}}. \quad (2.8)$$

Этот результат фактически остается справедливым и в некоторой окрестности перехода (как с металлической, так и с диэлектрической стороны) для частот $\omega \gg \omega_c \sim [N(E_F)\xi_{loc}^d]^{-1}$. Для $d = 3$ эту зависимость иногда называют $\omega^{1/3}$ — законом Гетце [36], хотя данный в этой работе вывод был позднее признан неверным [37].

Размерность пространства $d = 2$ является так называемой “нижней критической размерностью” [4—7]. Для $d = 2$ все электронные состояния остаются локализованными даже при сколь угодно слабом беспорядке [32] и переход Андерсона фактически отсутствует.

Особый интерес представляют квазидвумерные системы, в частности, в связи с тем, что к ним относится большинство оксидных высокотемпературных сверхпроводников. Для таких систем также можно сделать элементарные оценки в духе Иоффе и Регеля. Рассмотрим систему, состоящую из высокопроводящих плоскостей, в которых носители тока являются почти свободными, тогда как туннелирование между плоскостями осуществляется посредством малого интеграла переноса $w \ll E_F$ (E_F — энергия Ферми двумерного электронного газа в плоскости). Проводимость в плоскости в пределе малого беспорядка определяется выражением:

$$\sigma_{||} = e^2 D_{||} N(E_F), \quad (2.9)$$

где $D_{||} = v_F^2 \tau / 2$, $N(E_F) = m / (\pi a_{\perp} \hbar^2)$, a_{\perp} — расстояние между плоскостями, которое значительно превышает межатома расстояние внутри плоскости. Проводимость в поперечном направлении имеет вид:

$$\sigma_{\perp} = e^2 D_{\perp} N(E_F), \quad (2.10)$$

где $D_{\perp} = (w a_{\perp})^2 \tau / \hbar^2$. Можно ввести соответствующие длины пробега $l_{||} = v_F \tau$ и $l_{\perp} = w a_{\perp} \tau / \hbar$. Критерий Иоффе—Регеля для квазидвумерной системы запишем как

$$l_{\perp} = w a_{\perp} \tau / \hbar \sim a_{\perp}, \quad (2.11)$$

что эквивалентно условию $w\tau/\hbar \sim 1$, которое означает нарушение когерентности туннелирования между плоскостями. Отсюда немедленно получаем:

$$\sqrt{\sigma_{||}\sigma_{\perp}} \sim \frac{e^2}{\sqrt{2\pi}\hbar a} \sim \sigma_c, \quad (2.12)$$

где a — межатомное расстояние *внутри плоскости*. В изотропном случае этот результат сводится к уравнению (2.5). Для сильно анизотропной системы, когда $\sigma_{||} \gg \sigma_{\perp}$, уравнение (2.12) может быть удовлетворено даже при $\sigma_{||} \gg \sigma_c$, благодаря малости σ_{\perp} . Формально для $\sigma_{\perp} \rightarrow 0$ критическое значение $\sigma_{||}$ расходится, что на этом элементарном уровне отражает тенденцию к полной локализации в чисто двумерном случае.

Важной особенностью энергетического спектра в области локализации является его локальная дискретность. Как уже отмечено выше, физический смысл локализации приводит к тому, что уровни, близкие по энергии, оказываются удаленными в пространстве, тогда как плотность состояний остается непрерывной. Соответственно, экспоненциальное спадание локализованных волновых функций приводит к отсутствию туннелирования [1]. Энергетическое расстояние между уровнями электронов, локализованных в пределах одной пространственной области с размером порядка $R_{loc}(E)$ определяется следующей оценкой [2, 3]:

$$\delta E_F \approx [N(E_F)R_{loc}^d]^{-1}. \quad (2.13)$$

По мере того, как металлическая система с ростом беспорядка приближается к переходу Андерсона, т.е. длина свободного пробега носителей уменьшается до расстояний порядка межатомных и проводимость становится меньше характерного масштаба $\sim 10^3 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$, появляется ряд хорошо известных аномалий кинетических свойств, таких как отрицательный температурный коэффициент сопротивления [31, 38]. Эти аномалии, по-видимому, тесно связаны с явлением локализации и определяются близостью системы к переходу Андерсона [6].

До сих пор при обсуждении локализации мы пренебрегали возможным влиянием межэлектронных взаимодействий. Их важность в проблеме перехода металл—диэлектрик в неупорядоченных системах отмечалась уже давно [2]. В последние годы достигнут серьезный прогресс в общей теории “грязных” металлов, основанный на корректном учете интерференции примесного рассеяния и кулоновского взаимодействия [39—41]. В дальнейшем мы еще рассмотрим следствия, вытекающие из этого для общей картины перехода Андерсона. По-видимому, учет взаимодействия не меняет непрерывной природы перехода металл—диэлектрик, хотя при этом возникает ряд новых явлений, в частности, в поведении плотности электронных состояний на уровне Ферми. Характерным является также рост магнитных (спиновых) флуктуаций по мере приближения системы к переходу. В диэлектрической фазе в плотности состояний появляется так называемая “мягкая” кулоновская щель (псевдощель) [42—45]. Легко видеть, что кулоновское взаимодействие между локализованными электронами оценивается как $e^2/\epsilon R_{loc}$, и очевидно, что оно становится важным, когда эта энергия оказывается сравнимой с локальным расщеплением локализованных уровней $[N(E_F)R_{loc}^3]^{-1}$ (для трехмерного случая). В результате на уровне Ферми и возникает псевдощель с характерной шириной:

$$\Delta_c \approx (e^3/\epsilon^{3/2})[N(E_F)]^{1/2}, \quad (2.14)$$

где ϵ — диэлектрическая постоянная. На самом уровне Ферми плотность состояний обращается в нуль. Позже мы увидим, что вблизи перехода Андерсона $\epsilon \approx 4\pi e^2 N(E_F)R_{loc}^2$ и соответственно

$$\Delta_c \approx [N(E_F)R_{loc}^3]^{-1} \approx \delta E_F, \quad (2.15)$$

так что кулоновские эффекты сравнимы с эффектами локальной дискретности спектра в локализованной фазе.

Б. Основы скейлинговой теории локализации

Поведение электронной системы вблизи перехода Андерсона может быть описано скейлинговой теорией, во многом аналогичной современной теории критических явлений [46—49]. Основная идея этого подхода состоит в применении к системе серии масштабных преобразований от меньших к большим “ячейкам” в координатном пространстве, сопровождающихся соответствующим преобразованием параметров исходного гамильтониана. Такие преобразования образуют то, что обычно называют ренормализационной группой (группой перенормировок), а вся процедура обосновывается ростом корреляционной длины флуктуаций соответствующего параметра порядка вблизи критической точки [46]. Аналогичным образом при переходе Андерсона из диэлектрической в металлическую фазу расходится длина (радиус) локализации.

Общепринятая сейчас схема скейлингового подхода к проблеме локализации была предложена Абрахамсом, Андерсоном, Личчиарделло и Рамакришнаиом [32]. В этом подходе локализация описывается в терминах кондактанса (полной проводимости) системы g , как функции размера образца L . Для слабого беспорядка, когда $(p_F l/\hbar) \gg 1$, система находится в металлическом состоянии и проводимость σ определяется уравнением (2.2) и не зависит от размеров образца, если эти размеры заметно превышают длину свободного пробега $L \gg l$. Полная проводимость образца (кондактанс) определяется в этом случае законом Ома и для d -мерного гиперкуба

$$g(L) = \sigma L^{d-2}, \quad (2.16)$$

Если состояния вблизи уровня Ферми локализованы, проводимость бесконечной системы при $T = 0$ равна нулю, а матричные элементы переходов между различными электронными состояниями экспоненциально спадают с расстоянием между их центрами локализации на длине порядка R_{loc} . Тогда можно ожидать, что для $L \gg R_{loc}$ эффективный кондактанс становится экспоненциально малым:

$$g(L) \sim \exp(-L/R_{loc}). \quad (2.17)$$

В элементарной скейлинговой теории локализации предполагается, что в общем случае кондактанс гиперкуба со стороной L удовлетворяет простейшему дифференциальному уравнению ренорм-группы вида

$$\frac{d \ln g(L)}{d \ln L} = \beta_d(g(L)). \quad (2.18)$$

Наиболее важным здесь является предположение о том, что $\beta_d(g)$ зависит только от одной переменной g (однопараметрический скейлинг). Тогда нетрудно понять качественное поведение β_d , просто интерполируя между двумя предельными выражениями (2.16) и (2.17) [32]. Отсюда вытекает следующее поведение проводимости в бесконечной системе в металлической фазе ($g_0 > g_c$):

$$\sigma \approx A \frac{e^2}{\hbar} \frac{g_c}{a^{d-2}} \left(\ln \frac{g_0}{g_c} \right)^{(d-2)\nu} \approx A \frac{e^2}{\hbar} \frac{g_c}{a^{d-2}} \left(\frac{g_0 - g_c}{g_c} \right)^{(d-2)\nu}, \quad (2.19)$$

где g_0 — микроскопический кондактанс (на атомном масштабе), определяющий состояние системы (металл или изолятор), а g_c — его критическое значение, определяемое нулем функции β (2.18), и соответствующее точке перехода металл—диэлектрик [32]. Здесь $A = \text{const}$ и мы явно ввели масштаб проводимости порядка σ_c (ср. уравнение (2.5)).

Определим корреляционную длину перехода Андерсона как

$$\xi_{loc} \sim a \left| \frac{g_0 - g_c}{g_c} \right|^{-\nu} \quad (2.20)$$

Для $g_0 < g_c$ эта длина совпадает с радиусом локализации R_{loc} . Легко видеть, что уравнение (2.19) может быть переписано в виде [50]:

$$\sigma \approx Ag_c \frac{e^2}{\hbar \xi_{loc}^{d-2}} \quad (2.21)$$

Отсюда ясно, что для $g > g_c$ (металл) корреляционная длина ξ_{loc} определяет характер поведения проводимости вблизи порога подвижности, когда эта длина начинает значительно превышать межатомное расстояние и длину пробега.

Рассмотрим более подробно трехмерный случай. Интегрируя уравнение (2.18) с $\beta_3(g) \approx 1 - g_c/g$ [32], получаем: $g(L) = (\hbar/e^2)\sigma_L L = (\hbar/e^2)\sigma + g_c$, так что для конечного образца, находящегося вблизи порога подвижности ($\xi_{loc} \gg l$), имеем

$$\sigma_L = \sigma + \frac{e^2 g_c}{\hbar L}, \quad (2.22)$$

где в соответствии с (2.21)

$$\sigma \approx Ag_c \frac{e^2}{\hbar \xi_{loc}} \quad (2.23)$$

Отсюда следует, что при $L \gg \xi_{loc} \gg l$ проводимость $\sigma_L \rightarrow \sigma$, тогда как для $l \ll L \ll \xi_{loc}$ проводимость σ_L и соответствующий коэффициент диффузии, определяемый из соотношения Эйнштейна $\sigma = e^2 DN(E_F)$, равны:

$$\sigma_L \approx \frac{e^2 g_c}{\hbar L}, \quad (2.24)$$

$$D_L \approx \frac{g_c}{N(E_F) \hbar L}, \quad (2.25)$$

где $N(E_F)$ — плотность электронных состояний на уровне Ферми. Таким образом, в этом последнем случае проводимость является неомической, а диффузия электронов "неклассической" [6, 20]. Из приведенных рассуждений следует, что характерная длина ξ_{loc} в металлической области определяет масштаб, на котором проводимость становится независимой от размеров образца. Вблизи порога подвижности, когда $\xi_{loc} \rightarrow \infty$, только образцы все возрастающих размеров $L \gg \xi_{loc}$ могут рассматриваться как макроскопические. В этом и состоит физический смысл расходящейся длины ξ_{loc} скейлинговой теории в металлической области [34]. Гипотеза скейлинга эквивалентна предположению о том, что в контактанс $g(L)$ представляется в виде

$$g(L) = f\left(\frac{L}{\xi_{loc}}\right), \quad (2.26)$$

где $f(x)$ — некоторая универсальная (для данной размерности d) функция. В металлической области при $L \gg \xi_{loc} \gg l$, очевидно, имеем $f(x) \sim x^{d-2}$, что воспроизводит (2.21).

При рассмотрении проводимости на конечных частотах ω возникает новая характеристическая длина [35]:

$$L_\omega = \left[\frac{D(\omega)}{\omega} \right]^{1/2}, \quad (2.27)$$

где $D(\omega)$ — коэффициент диффузии, зависящий от частоты внешнего электрического поля. L_ω представляет собой длину диффузии электрона за время одного периода внешнего поля. Вблизи порога подвижности ξ_{loc} велика и при $L_\omega < \xi_{loc}$, L длина L_ω становится существенно новым масштабом. В общем случае для конечных частот ω локализационный переход размывается, а хорошо определенным он является только при $L^{-1} = L_\omega^{-1} = 0$. Таким образом, для случая конечных частот скейлинговая гипотеза (2.26) может быть обобщена как [35]

$$g(L, \omega) = f\left(\frac{L}{\xi_{loc}}, \frac{L_\omega}{\xi_{loc}}\right), \quad (2.28)$$

где g обозначает действительную часть контактанса. В металлической фазе при $L \gg \xi_{loc}$ мы имеем $g \sim L^{d-2}$, так что:

$$\begin{aligned} \sigma(\omega) &= \frac{e^2}{\hbar} L^{2-d} f\left(\frac{L}{\xi_{loc}}, \frac{L_\omega}{\xi_{loc}}\right) \rightarrow \frac{e^2}{\hbar} \xi_{loc}^{2-d} f\left(\infty, \frac{L_\omega}{\xi_{loc}}\right) \equiv \\ &\equiv \frac{e^2}{\hbar \xi_{loc}^{d-2}} F\left(\frac{L_\omega}{\xi_{loc}}\right). \end{aligned} \quad (2.29)$$

Для малых частот, когда $L_\omega \gg \xi_{loc}$, универсальная функция $F(x) \approx Ag_c + Bx^{d-2}$, что воспроизводит (2.21) вместе с малыми частотнозависящими поправками [51]. При $L_\omega \ll \xi_{loc}$, т.е. для высоких частот или достаточно близко к порогу подвижности, существенной длиной становится L_ω и частотнозависящая часть проводимости становится доминирующей. В частности, на самом пороге подвижности длина ξ_{loc} выпадает из всех выражений и сокращается в (2.28), что дает:

$$\sigma(\omega, E_F = E_c) \sim L_\omega^{2-d} \sim \left[\frac{\omega}{D(\omega)} \right]^{\frac{d-2}{2}}. \quad (2.30)$$

С другой стороны, согласно соотношению Эйнштейна $\sigma(\omega) = D(\omega)$. Соответственно, учитывая $[\omega/D(\omega)]^{(d-2)/2} \sim D(\omega)$, получаем для проводимости на пороге подвижности следующее важное соотношение:

$$\sigma(\omega, E_F = E_c) \sim D(\omega) \sim \omega^{\frac{d-2}{2}}. \quad (2.31)$$

Для $d = 3$ соответственно получаем [36, 50] $\sigma(\omega) \sim D(\omega) \sim \omega^{1/3}$. Кроссовер между различными типами частотного поведения происходит при $L_\omega \sim \xi_{loc}$, откуда возникает характеристическая частота [35]

$$\omega_c \sim \frac{1}{\hbar \xi_{loc}^d N(E_F)}. \quad (2.32)$$

Зависимость типа $\omega^{(d-2)/d}$ реализуется при $\omega \gg \omega_c$, тогда как при $\omega \ll \omega_c$ мы получаем лишь малые поправки порядка $-\omega^{(d-2)/2}$ к уравнению (2.21).

В заключение нужно еще упомянуть, что при конечных температурах существенную роль начинают играть эффекты неупругого рассеяния, которые разрушают корреляцию между фазами волновых функций на расстояниях, превышающих характерную длину

порядка $L_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi}$, где D — коэффициент диффузии, обусловленный упругими процессами рассеяния, который и рассматривался выше, а τ_φ представляет собой время "сбоя фазы" за счет неупругих процессов [40]. При $T > 0$ эта длина L_φ эффективно заменяет размеры образца L во всех выражениях скейлинговой теории, когда выполняется условие $L \gg L_\varphi$, поскольку на расстояниях, превышающих L_φ , вся информация о характере волновых функций (т.е. являются ли они локализованными или распространяющимися) фактически разрушается. Учитывая, что при низких температурах обычно выполняется степенная зависимость типа $\tau_\varphi \sim T^{-p}$ (где p — некоторое целое число, зависящее от механизма неупругого рассеяния), видим, что в результате может возникнуть нетривиальная температурная зависимость проводимости, в частности, приводящая к возможности и отрицательного температурного коэффициента сопротивления "грязных" металлов [34], находящихся вблизи порога подвижности. Важно подчеркнуть, что аналогичные выражения определяют и температурную зависимость проводимости в фазе андерсоновского диэлектрика, пока выполняется неравенство $L_\varphi < R_{loc}$. Локализованная природа волновых функций диэлектрика начинает чувствоваться только при $L_\varphi > R_{loc}$, что приводит к проявлению заметных признаков прыжкового механизма в температурной зависимости проводимости. Этот переход завершается при $T < [N(E_F)R_{loc}^d]^{-1}$.

В. Самосогласованная теория локализации

1. Изотропные системы

Вполне очевидно, что качественная схема скейлинговой теории, изложенной в предыдущем разделе, требует обоснования на основе микроскопической теории. В то же время требуется практический метод вычислений любых физических свойств системы, находящейся вблизи порога подвижности. Ниже мы кратко опишем основные принципы так называемой самосогласованной теории локализации, дающей достаточно эффективную схему анализа важнейших физических характеристик системы, которые наиболее важны для дальнейшего. Этот подход, впервые предложенный Гетце [36, 52], был позже существенно развит Фоллхардом и Вольфле и другими авторами [7, 33, 53—56].

Для полного описания перехода Андерсона достаточно знать двухчастичную функцию Грина [53]:

$$\Phi_E^{RA}(q\omega) = -\frac{1}{2\pi i} \sum_{p'p} \langle G^R(p_+ p'_+ E + \omega) G^A(p'_- p_- E) \rangle, \quad (2.33)$$

где $p_{\pm} = p_{\pm}^{\pm}(1/2)q$, а величина E , в большинстве случаев, совпадает с энергией Ферми E_F . Угловые скобки обозначают усреднение по беспорядку.

Используя уравнение Бете—Солпитера, показанное в диаграммном виде на рис. 3 [57, 58], и точное тождество Уорда, можно получить приближенное решение для $\Phi_E^{RA}(q\omega)$ [7, 33, 53]. При малых ω и q это решение содержит типичный диффузионный полюс:

$$\Phi_E^{RA}(q\omega) = -N(E) \frac{1}{\omega + iD_E(q\omega)q^2}, \quad (2.34)$$

где $N(E)$ — плотность электронных состояний при энергии E , а обобщенный коэффициент диффузии $D_E(q\omega)$ выражается через так называемое релаксационное ядро

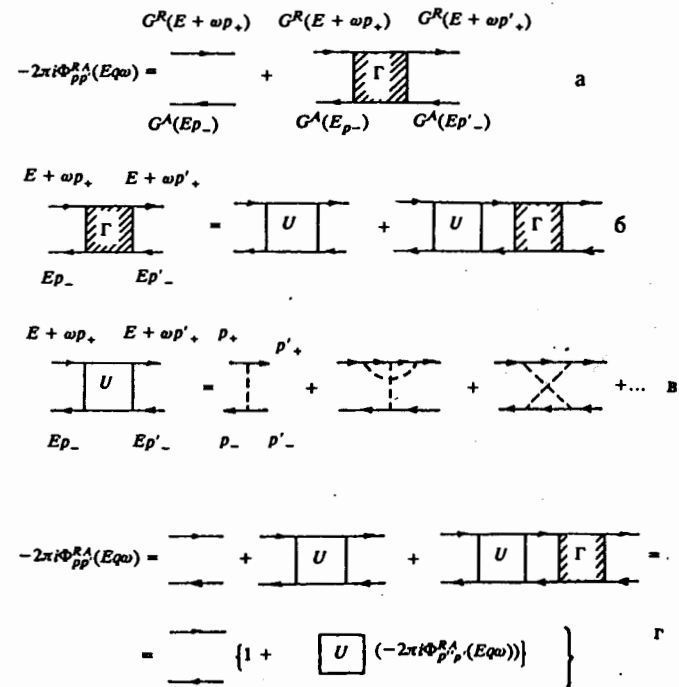


Рис. 3. Диаграммное представление основных уравнений для электрона в неупорядоченной системе: а — двухэлектронная функция Грина $\Phi_{pp}^{RA}(E, q, \omega)$; б — уравнение для полной вершинной части $\Gamma_{pp}^E(q, \omega)$; в — типичные диаграммы для неприводимой вершины $U_{pp}^E(q, \omega)$; г — уравнение Бете—Солпитера. Пунктирная линия обозначает "взаимодействие" $U_0(p-p') = \rho |V(p-p')|^2$, где ρ — плотность рассеивателей, $V(p-p')$ — фурье-образ потенциала рассеивающего центра

$M_E(q\omega)$:

$$D_E(q\omega) = i \frac{2E}{dm} \frac{1}{M_E(q\omega)} = \frac{v_F^2}{d} \frac{i}{M_E(q\omega)}, \quad (2.35)$$

где v_F — скорость Ферми. Западающая функция отклика типа плотность—плотность при малых ω и q имеет вид:

$$\chi^R(q\omega) = \omega \Phi_E^{RA}(q\omega) + N(E) + O(\omega, q^2) \quad (2.36)$$

или из уравнения (2.34):

$$\chi^R(q\omega) = N(E) \frac{iD_E(q\omega)q^2}{\omega + iD_E(q\omega)q^2}. \quad (2.37)$$

Для релаксационного ядра $M_E(q\omega)$ (или для обобщенного коэффициента диффузии) можно получить уравнение самосогласования, которое является основой рассматриваемой теории [30, 33, 53]. Если в качестве неприводимого ядра в уравнении Бете—Солпитера взять сумму так называемых "верных" или "максимально перекрещива-

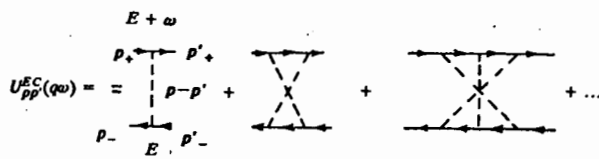


Рис. 4. "Максимально-перекрещивающиеся" диаграммы для неприводимой вершинной части уравнения Бете—Солпитера ("куперон")

ющихся" диаграмм (куперон) [51, 60] показанную на рис. 4, то уравнение для $M(q=0\omega)$ приобретает следующий вид:

$$M_E(\omega) = 2i\gamma \left\{ 1 + \frac{1}{\pi N(E)} \sum_{|q| < q_0} \frac{i}{\omega + \frac{2E - q^2}{dm} M_E(\omega)} \right\}$$

или для самого обобщенного коэффициента диффузии:

$$\frac{D_0}{D_E(\omega)} = 1 + \frac{1}{\pi N(E)} \sum_{|q| < q_0} \frac{1}{-i\omega + D_E(\omega)q^2},$$

где

$$D_0 = \frac{E}{md\gamma} = \frac{1}{d} v_F^2 \tau,$$

— классический коэффициент диффузии, определяющий друдевскую проводимость (2.2). Для случая точечных рассеивающих центров, хаотически распределенных в пространстве с плотностью ρ (V — амплитуда рассеяния), имеем:

$$\gamma = \frac{1}{2\tau} = \pi \rho V^2 N(E_F).$$

Импульс обрезания в (2.38) и (2.39) определяется пределом применимости диффузионного приближения (2.34) [7]:

$$q_0 \approx \text{Min}\{p_F, l^{-1}\}.$$

Вблизи порога подвижности $p_F - l^{-1}$. Заметим, что далее мы почти всегда пользуемся естественной системой единиц с $\hbar = 1$, восстанавливая постоянную Планка в явном виде только в ряде наиболее важных выражений.

Можно дать очень простой эвристический вывод уравнений (2.38) и (2.39). В случае слабого беспорядка проводимость определяется друдевским коэффициентом диффузии D_0 , который фактически определяется "лестничным" приближением в уравнении Бете—Солпитера [57, 58]. Суммирование максимально перекрещивающихся диаграмм приводит к следующей квантовой (локализационной) поправке к коэффициенту диффузии [51]:

$$\frac{\delta D(\omega)}{D_0} = -\frac{1}{\pi N(0)} \sum_{|q| < k_0} \frac{1}{-i\omega + D_0 q^2}.$$

Друдевское релаксационное ядро определяется как $M_0 = i \frac{2E_F}{dm} \frac{1}{D_0} = 2i\gamma$. Поправки к этому выражению за счет максимально перекрещивающихся графиков могут быть выражены через соответствующую поправку к коэффициенту диффузии:

$$\delta M(\omega) = -i \frac{2E_F}{dm} \frac{\delta D(\omega)}{D_0^2} = -\frac{M(\omega)}{D(\omega)} \delta D(\omega),$$

Рассмотрим друдевский металл в качестве нулевого приближения, тогда

$$\delta M(\omega) = -\frac{M_0}{D_0} \delta D(\omega).$$

Заменяя друдевский коэффициент диффузии D_0 в диффузионном полюсе уравнения (2.43) на обобщенный $D(\omega)$ и используя полученное выражение в (2.45), мы немедленно получим основное уравнение самосогласования (2.38) и уравнение для коэффициента диффузии (2.39).

Проводимость может быть найдена как [33, 53]

$$\sigma(\omega) = \frac{ne^2}{m} \frac{i}{\omega + M_E(\omega)} \rightarrow e^2 D_E(\omega) N(E) \text{ for } \omega \rightarrow 0,$$

где мы использовали $n/N(E) = 2E/d$. Ясно, что для металлической фазы $M_E(\omega \rightarrow 0) = i/\tau_E$, где τ_E представляет собой обобщенное время свободного пробега. Далеко от перехода Андерсона (т.е. для слабого беспорядка) $\tau_E \approx \tau$ из уравнения (2.41) и (2.46) сводится к стандартному выражению Друде.

Если частотное поведение релаксационного ядра таково, что существует предел $\lim_{\omega \rightarrow 0} \omega M_E(q\omega)$, в уравнении (2.34) появляется сингулярный при $\omega \rightarrow 0$ вклад [7]:

$$\Phi_E^{RA}(q\omega) \approx -\frac{N(E)}{\omega} \frac{1}{1 - \frac{2E - q^2}{md} \frac{1}{\omega M_E(q\omega)}} \approx -\frac{N(E)}{\omega} \frac{1}{1 + R_{loc}^2 q^2},$$

где мы ввели по определению:

$$R_{loc}^2(E) = -\frac{2E}{md} \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{1}{\omega M_E(\omega)}.$$

Согласно общему критерию локализации [7, 59] такое поведение соответствует области локализованных состояний.

При рассмотрении общих свойств электронов в неупорядоченных системах очень удобно воспользоваться формализмом точных собственных функций частицы в случайном поле, создаваемом беспорядком. Эти собственные функции $\phi_\nu(r)$ формально определяются уравнением Шредингера:

$$H\phi_\nu(r) = \epsilon_\nu \phi_\nu(r),$$

где H — одноэлектронный гамильтониан рассматриваемой неупорядоченной системы, ϵ_ν — точные собственные значения энергии электрона в случайном потенциале. Очевидно, что $\phi_\nu(r)$ и ϵ_ν зависят от положений рассеивающих центров R_n в данной реализации случайного потенциала.

Общий критерий локализации удобно сформулировать, рассматривая следующую двухчастичную спектральную плотность [59]:

$$\begin{aligned} & \langle \rho_E(\mathbf{r})\rho_{E+\omega}(\mathbf{r}') \rangle \gg^F = \\ & = \frac{1}{N(E)} \langle \sum_{\nu\nu'} \phi_{\nu'}^*(\mathbf{r})\phi_{\nu}(\mathbf{r})\phi_{\nu'}^*(\mathbf{r}')\phi_{\nu}(\mathbf{r}')\delta(E-\varepsilon_{\nu})\delta(E+\omega-\varepsilon_{\nu'}) \rangle. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Локализация приводит к появлению в ней $\delta(\omega)$ — сингулярности:

$$\langle \rho_E(\mathbf{r})\rho_{E+\omega}(\mathbf{r}') \rangle \gg^F = A_E(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\delta(\omega) + \rho_E^F(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\omega \quad (2.5)$$

или, в импульсном представлении:

$$\langle \rho_E\rho_{E+\omega} \rangle \gg_q^F = A_E(q)\delta(\omega) + \rho_E^F(q\omega), \quad (2.5)$$

где вторые слагаемые регулярны по ω . Легко показать, что

$$A_E(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \frac{1}{N(E)} \langle \sum_{\nu} \delta(E-\varepsilon_{\nu})|\phi_{\nu}(\mathbf{r})|^2|\phi_{\nu}(\mathbf{r}')|^2 \rangle, \quad (2.5)$$

$$A_E = A_E(\mathbf{r}-\mathbf{r}')|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} \sim R_{loc}^{-d}.$$

Здесь $A_E(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ при $\mathbf{r}=\mathbf{r}'$, грубо говоря, обратно пропорционально числу локализованных атомов орбиталей, эффективно формирующих квантовое состояние ν [28].

Легко убедиться, что поведение спектральной плотности Березинского—Горькова при малых ω и q может быть найдено из следующего соотношения [7]:

$$\langle \rho_E\rho_{E+\omega} \rangle \gg_q^F = \frac{1}{\pi N(E)} \text{Im} \Phi_E^{RA}(q\omega). \quad (2.5)$$

В результате из (2.47) мы немедленно получаем сингулярный вклад [7]:

$$A_E(q) = \frac{1}{1 + R_{loc}^2(E)q^2} \rightarrow 1 - R_{loc}^2(E)q^2 \text{ for } q \rightarrow 0. \quad (2.5)$$

Таким образом, оказывается, что величина $R_{loc}(E)$, определенная в (2.48), представляет собой радиус локализации [7, 59]. Удобно определить характерную частоту [53]:

$$\omega_0^2(E) = -\lim_{\omega \rightarrow 0} \omega M_E(\omega) > 0, \quad (2.5)$$

так что

$$R_{loc}(E) = \sqrt{\frac{2E}{md\omega_0(E)}}. \quad (2.5)$$

Мы видим, что локализационный переход связан с расходимостью релаксационного ядра при $\omega \rightarrow 0$ [53] и, соответственно, имеется два разных типа ее поведения при $q=0$ и $\omega \rightarrow 0$:

$$M_E(0\omega) \approx \begin{cases} \frac{1}{\tau_E} \text{ for } E \geq E_c, \\ \frac{1}{\tau_E} - \frac{\omega_0^2(E)}{\omega} \text{ for } E \leq E_c. \end{cases} \quad (2.5)$$

Частота $\omega_0(E)$ в некотором смысле аналогична параметру порядка обычной теор. фазовых переходов, она становится отличной от нуля в диэлектрической фазе, с

нализируя о переходе Андерсона.

В общем случае мы можем получить следующее явное выражение для спектральной функции Березинского—Горькова, справедливое при малых ω и q [7, 61]:

$$\langle \rho_E\rho_{E+\omega} \rangle \gg_q^F = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \frac{D_E q^2}{\omega^2 + (D_E q^2)^2} (\text{металл}), \\ A_E(q)\delta(\omega) + \frac{1}{\pi} \frac{D_E q^2}{\omega^2 + [\omega_0^2(E)\tau_E + D_E q^2]^2} (\text{изолятор}), \end{cases} \quad (2.59)$$

где мы ввели перенормированный коэффициент диффузии, определяемый временем релаксации τ_E :

$$D_E = \frac{2E}{dm} \tau_E = \frac{1}{d} v_F^2 \tau_E. \quad (2.60)$$

Подставляя (2.58) в уравнение самосогласования (2.38), мы получаем уравнения для τ_E и $\omega_0(E)$ [7, 54, 55] и, таким образом, определяем все основные характеристики системы. Для $d > 2$ уравнения (2.38) и (2.39) полностью описывают переход металл—диэлектрик [7, 30, 54, 55]. Для $d = 2$ все электронные состояния остаются локализованными [53].

Ниже мы приведем некоторые результаты соответствующего анализа, которые потребуются в дальнейшем. Для $2 < d < 4$ возникает корреляционная длина, аналогичная (2.7) и (2.20):

$$\xi_{loc}(E) \sim \frac{1}{p_F} \left| \frac{E-E_c}{E_c} \right|^{-\nu} \text{ for } E \sim E_c, \quad (2.61)$$

где $\nu = 1/(d-2)$. Положение порога подвижности на оси энергий определяется условием

$$\left. \frac{E}{\gamma} \right|_{E=E_c} = \frac{d}{\pi(d-2)}, \quad (2.62)$$

которое возникает при выборе параметра обрезания в (2.38) и (2.39) равным $k_0 = p_F$. Статическая проводимость в металлической фазе ($E > E_c$) дается выражением (ср. (2.21))

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{[p_F \xi_{loc}(E)]^{d-2}}, \quad (2.63)$$

где $\sigma_0 = (ne^2/m)\tau$ — обычная друдеская проводимость. В частности, для $d = 3$

$$\left. \frac{E}{\gamma} \right|_{E=E_c} = p_F l|_{E=E_c} = \frac{3}{\pi}, \quad (2.64)$$

в полном соответствии с критерием Иорфе—Регеля, и

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{p_F \xi_{loc}(E)}. \quad (2.65)$$

Критический индекс $\nu = 1$. Длина свободного пробега, которая следует из (2.64), соответствует друдеской проводимости:

$$\sigma_c = \left. \frac{ne^2}{m} \tau \right|_{E=E_c} = \frac{e^2 p_F}{3\pi^2 \hbar^2} \left(\frac{p_F l}{\hbar} \right) \Big|_{E=E_c} = \frac{e^2 p_F}{\pi^3 \hbar^2}, \quad (2.66)$$

которая эквивалентна элементарной оценке (2.5).

Уравнение (2.65) может быть переписано также в следующем виде [22]:

$$\sigma = \sigma_0 \left\{ 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_0} \right\} = \sigma_0 - \sigma_c, \quad (2.6)$$

где друдевская проводимость σ_0 теперь выступает в роли меры беспорядка в системе. Очевидно, что при малом беспорядке (большой длине пробега) $\sigma_0 \gg \sigma_c$ и уравнение (2.67) сводится к $\sigma \approx \sigma_0$. По мере роста беспорядка (уменьшения длины пробега) проводимость $\sigma \rightarrow 0$ for $\sigma_0 \rightarrow \sigma_c$.

В диэлектрической фазе ($E < E_c$) имеем $\xi_{loc}(E) = R_{loc}(E)$ и величина $\omega_0^2(E)$ (2.56) является конечной. Она стремится к нулю при $E \rightarrow E_c$ снизу. Эта частота определяет диэлектрическую проницаемость в локализованной фазе [7]:

$$\epsilon(\omega \rightarrow 0) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2(E)} = 1 + \kappa_D^2 R_{loc}^2(E) \sim \left| \frac{E - E_c}{E_c} \right|^{-2\nu} \quad (2.6)$$

где $\omega_p^2 = 4\pi n e^2 / m$ — квадрат плазменной частоты, $\kappa_D^2 = 4\pi e^2 N(E)$ — квадрат обратной длины экранирования в металле.

Таким образом, основные результаты самосогласованной теории локализации совпадают с предсказаниями элементарной скейлинговой теории. Фоллхард и Вольф показали [33, 54], что дифференциальное уравнение реном-группы (2.18) для коэффициента может быть непосредственно выведено из уравнений самосогласования (2.38) и (2.39), которые легко переформулируются для конечной системы введением обрезания на малых импульсах $k - 1/L$, где L — размер системы.

Рассмотренные до сих пор результаты справедливы для $\omega \rightarrow 0$. Самосогласованная теория локализации позволяет изучить и частотную зависимость проводимости (обобщенного коэффициента диффузии) [33]. При конечной частоте внешнего поля уравнение (2.39) для обобщенного коэффициента диффузии для $d = 3$ переписывается как [33]

$$\frac{D_E(\omega)}{D_0} = 1 - \left(\frac{E_c}{E} \right)^{1/2} + \frac{\pi}{2} \left(\frac{E_c}{E} \right)^{1/2} \left\{ -\frac{i\omega}{2\gamma} \frac{D_0}{D_E(\omega)} \right\}^{1/2}. \quad (2.6)$$

Это уравнение может быть решено в явном виде и, с достаточной для наших целей точностью, его решение записывается в следующем виде:

$$D_E(\omega) \approx \begin{cases} D_E & \omega \ll \omega_c \quad E \geq E_c \text{ (металл)}, \\ D_0 \left(-\frac{i\omega}{2\gamma} \right)^{1/3} & \omega \gg \omega_c \text{ (металл и изолятор)}, \\ D_E \frac{-i\omega}{-i\omega + \frac{3D_0 \kappa_D^2 \omega_0^2(E)}{2\gamma}} & \omega \ll \omega_c \quad E < E_c \text{ (изолятор)}, \end{cases} \quad (2.7)$$

где (ср. (2.32))

$$\omega_c \sim 2\gamma [p_F \xi_{loc}]^{-d} \sim \frac{1}{N(E) \xi_{loc}^d}. \quad (2.7)$$

Здесь перенормированный коэффициент диффузии имеет вид:

$$D_E = \frac{D_0}{p_F \xi_{loc}(E)}. \quad (2.7)$$

На самом пороге подвижности $\xi_{loc}(E = E_c) = \infty$, так что $\omega_c = 0$ и мы получаем поведение

типа $\omega^{1/3}$ (ср. (2.31)):

$$D_E(\omega) = D_0 \left(-\frac{i\omega}{2\gamma} \right)^{1/3}. \quad (2.73)$$

Заметим, что ω_c фактически определяется условием $D_E(\omega_c) = D_E = D_0(\omega_c/2\gamma)^{1/3}$. Смысл использованного предела $\omega \rightarrow 0$ (ср., например, (2.58)) сводится к неравенству $\omega \ll \omega_c$. В частности, выражение (2.59) для спектральной функции Березинского—Горькова справедливо только для $\omega \ll \omega_c$. Для $\omega_c \leq \omega \leq 2\gamma$, используя (2.73) в (2.34), из (2.54) получим

$$\ll \rho_E \rho_{E+\omega} \gg_q^F = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{\alpha^{2/3} \omega^{1/3} q^2}{\omega^2 + \alpha^{2/3} \omega^{4/3} q^2 + \alpha^{4/3} \omega^{2/3} q^4}, \quad (2.74)$$

где $\alpha = D_0 v_F / 2\gamma = D_0 l - [N(E)]^{-1}$, а последняя оценка верна для $l - p_F$. Уравнение (2.74) справедливо также на самом пороге подвижности, когда $\omega_c = 0$. Очевидно, что правильная оценка получается из (2.59) простой заменой $D_E \rightarrow D_0(\omega/\gamma)^{1/3}$.

В дальнейшем нам будет также нужна корреляционная функция локальных плотностей состояний, которая определяется как

$$\ll \rho_E(r) \rho_{E+\omega}(r') \gg^H = \frac{1}{N(E)} < \sum_{\nu\nu'} |\phi_\nu(r)|^2 |\phi_{\nu'}(r')|^2 \delta(E - \epsilon_\nu) \delta(E + \omega - \epsilon_{\nu'}) >. \quad (2.75)$$

Этот коррелятор также может быть выражен через двухчастичную функцию Грина [7]. Вдали от перехода Андерсона (слабый беспорядок) можно оценить наиболее существенный вклад в него с помощью диаграммы, показанной на рис. 5 [63]. Такой же вклад возникает и из диаграммы, отличающейся от показанной на рис. 5 направлением электронных линий в одной из петель. Прямые вычисления дают

$$\begin{aligned} \ll \rho_E \rho_{E+\omega} \gg_q^H &\sim \frac{N(E)}{\gamma^2} (pV^2)^2 \text{Re} \int d^d Q \frac{1}{-i\omega + D_0 Q^2} \frac{1}{-i\omega + D_0(Q+q)^2} \sim \\ &\sim \frac{1}{N(E)} \text{Re} \frac{1}{D_0^{d/2} (-i\omega + D_0 q^2)^{2-d/2}}. \end{aligned} \quad (2.76)$$

Впервые аналогичный результат для рассматриваемого коррелятора был найден в одной специальной модели беспорядка в работе Оппермана и Вегнера [64]. Для $d = 3$ из уравнения (2.76) находим:

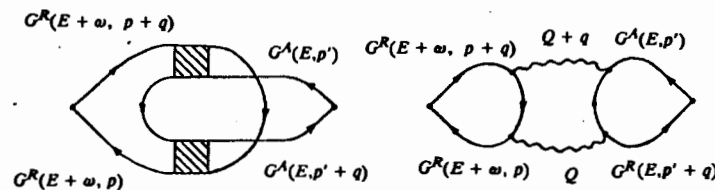


Рис. 5. Две эквивалентные формы диаграммы для коррелятора локальных плотностей состояний. Волнистая линия обозначает диффузионный пропагатор, т.е. сумму лестничных диаграмм

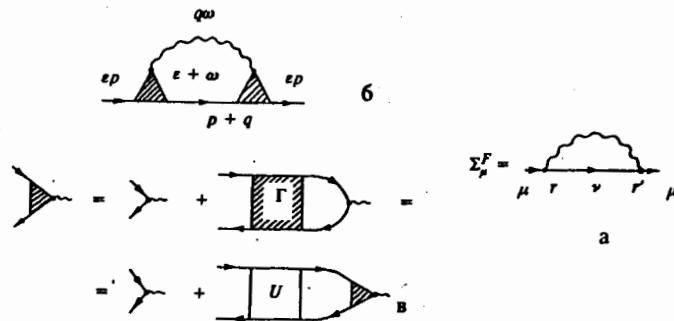


Рис. 6. Поправки низшего порядка по взаимодействию: а — простейшая фокковская поправка к собственной энергетической части в представлении точных собственных функций; б — эквивалентная диаграмма в импульсном представлении; в — "треугольная" вершина, определяющая диффузионную перенормировку взаимодействия. U — неприводимая вершинная часть примесного рассеяния, Γ — полная вершинная часть примесного рассеяния. Волнистая линия обозначает межэлектронное взаимодействие

$$\langle R_{PE}E+\omega \rangle_q \sim \frac{1}{N(E)D_0^{3/2}} \left\{ \frac{D_0 q^2}{\omega^2 + (D_0 q^2)^2} + [\omega^2 + (D_0 q^2)^2]^{-1/2} \right\}^{1/2} \quad (2.7)$$

Очевидно, что правильную оценку для окрестности порога подвижности можно получить в духе самосогласованной теории локализации путем замены друдевского коэффициента диффузии D_0 в (2.76) и (2.77) на обобщенный коэффициент диффузии $D(\omega)$. В частности, для системы, находящейся на пороге подвижности, нужно заменить ($\omega_c = 0$) $D_0 \rightarrow D_0(\omega/\gamma)^{1/3}$ в уравнении (2.77).

Разумеется, самосогласованная теория локализации не свободна от недостатков. Возможно, главным из них является неконтролируемый характер самой процедуры самосогласования. Более детально эти проблемы обсуждаются в [7, 30]. Ниже мы лишь кратко обсудим ряд вопросов, существенных для дальнейшего. Из определения обобщенного коэффициента диффузии (2.35) ясно, что он является функцией частоты ω , так и волнового вектора q , т.е., вообще говоря, в нем присутствуют эффекты пространственной дисперсии. В самосогласованной теории локализации рассматривается только предел $D_E(q \rightarrow 0, \omega)$. В настоящее время неясно, можно ли вообще включить эффекты пространственной дисперсии в эту теорию. Используя элементарные скейлинговые соображения, ряд авторов предложил вид возможной q -зависимости $D_E(q \rightarrow 0, \omega)$. [6, 89, 66]. Выше мы видели, что для системы конечных размеров $L \ll \xi_{loc}$ элементарная скейлинговая теория локализации предсказывает L -зависимости коэффициента диффузии $D_E \approx (g_c/N(E))/L^{d-2}$ (ср. (2.25) для $d = 3$). Из простейших размерных соображений напрашивается замена $L \rightarrow q^{-1}$, и мы получаем

$$D_E(\omega \rightarrow 0, q) \approx \begin{cases} D_E \text{ for } q\xi_{loc} \ll 1 \\ \alpha q^{d-2} \text{ for } q\xi_{loc} \gg 1, \end{cases} \quad (2.78)$$

где $\alpha = g_c/N(E) - D_0^d$ и $E = E_c, \Gamma^{-1} - p_F$. Очевидно, что введение такой q -зависимости в уравнения самосогласованной теории локализации (такие, как (2.38) и (2.39)) полностью разрушает структуру теории. В то же время L -зависимость типа $D_E \sim \alpha/L^{d-2}$ (for $L \ll \xi_{loc}$) может быть непосредственно выведена из уравнения (2.38) поскольку, как отмечено выше, из него легко выводятся уравнения элементарной

скейлинговой теории [54, 30, 33]. Поэтому основания для простой замены $L \rightarrow q^{-1}$ (2.78) не вполне ясны. Более того, как показано в недавней работе Сулова [67], зависимость типа (2.78) фактически противоречит общему критерию локализации ерезинского—Горькова, из которого следует, что при локализационном переходе происходит обращение в нуль статического обобщенного коэффициента диффузии (ω, q) при всех q одновременно. Как следует из детального анализа, проведенного [67], в обобщенном коэффициенте диффузии отсутствует пространственная дисперсия в масштабах $q \sim \xi^{-1}$, а наличие ее при $q \sim p_F^{-1}$ несущественно для описания критического поведения вблизи перехода Андерсона. Фактически, в работе [67] утверждается, что точное критическое поведение вблизи порога подвижности совпадает с приведенными выше результатами самосогласованной теории локализации.

В заключение этого раздела мы должны подчеркнуть, что самосогласованная теория локализации заведомо неприменима "глубоко" в области локализации. В частности, очевидно, что она не учитывает упоминавшуюся выше локальную дискретность энергетического спектра в области локализации, что ясно, например, из вида используемой многочастичной функции Грина [7, 30, 33, 53]. Это, по-видимому, несущественно для описания окрестности самого порога подвижности, но вдали от него в фазе изолятора нужно учитывать эффекты локального отталкивания уровней, которые явно не учитываются. Заметим, однако, что некоторые проявления таких эффектов все же могут быть получены и в рамках рассмотренной теории [68]. По-видимому, самосогласованную теорию можно уверенно применять и для описания локализованной фазы до тех пор, пока локальное расщепление уровней, задаваемое уравнением (2.13), остается много меньшим других характерных энергий в интересующей нас задаче. Это требование всегда приводит к некоторому неравенству, требующему достаточно большой величины радиуса локализации R_{loc} , так что система должна находиться достаточно близко к переходу.

2. Квазидвумерные системы

Самосогласованная теория локализации для квазидвумерных систем впервые была построена в работе Пригодина и Фирсова [69]. Электронный спектр квазидвумерной системы можно описать в приближении почти свободных электронов внутри высокопроводящих плоскостей и в приближении сильной связи для межплоскостных переходов:

$$E(p) - E_F = v_F(|p_{||} - p_F) - w\varphi(p_{\perp}) \quad (2.79)$$

Здесь w — интеграл переноса между плоскостями, а $\varphi(p_{\perp}) = \cos p_{\perp} a_{\perp}$, где $-\pi/a_{\perp} \leq p_{\perp} \leq \pi/a_{\perp}$. Тогда уравнения самосогласованной теории локализации для анизотропного коэффициента диффузии принимают следующий вид [69]:

$$D_j(\omega) = D_j^0 - \frac{1}{\pi N(E)} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{D_j(\omega)}{-i\omega + D_{||}(\omega)q_{||}^2 + D_{\perp}(\omega)(1 - \varphi(q_{\perp}))} \quad (2.80)$$

где $j = ||, \perp$, а $D_{||}^0 = v_F^2 \tau / 2$, $D_{\perp}^0 = (w a_{\perp})^2 \tau$ — друдевские коэффициенты в плоскости и в поперечном направлении, τ — время свободного пробега, связанное с процессами упругого рассеяния (беспорядком). Мы видим, что в рассматриваемой схеме начальная анизотропия коэффициента диффузии не меняется с ростом беспорядка вплоть до перехода Андерсона и, фактически, определению подлежит только одно неизвестное отношение:

$$\alpha(\omega) = \frac{D_j(\omega)}{D_j^0} = \frac{\sigma_j(\omega)}{\sigma_j^0} \quad (2.81)$$

которое определяется алгебраическим уравнением, следующим из (2.80):

$$\alpha(\omega) = 1 - \frac{1}{2\pi E_F \tau} \times \ln \frac{2}{[-i\omega\tau/\alpha(\omega)] + (w\tau)^2 + [(-i\omega\tau/\alpha(\omega))(-i\omega/\alpha(\omega) + 2w^2\tau^2)]^{1/2}}$$

Квазиодномерность естественно приводит к отсутствию полной локализации при сколь угодно слабом беспорядке, характерной для чисто двумерных систем. Однако нетрудно видеть, что в сильно анизотропной системе переход Андерсона реализуется при меньшем беспорядке, чем в изотропном случае. Все состояния на уровне Ферми оказываются локализованными при $w < w_c$, где

$$w_c = \sqrt{2}\tau^{-1} \exp(-\pi E_F \tau). \quad (2.83)$$

Таким образом, условие локализации, фактически, оказывается более жестким, чем вытекающее из простейшей оценки в духе критерия Иоффе—Регеля (2.11). Для фиксированного w порог подвижности возникает при

$$E_F = E_c = \frac{1}{\pi\tau} \ln \left(\frac{\sqrt{2}}{w\tau} \right). \quad (2.84)$$

В случае сильной анизотропии, когда $w\tau \ll 1$, локализация может возникнуть даже при $E_F \gg \tau^{-1}$, т.е. при относительно слабом беспорядке. Эти оценки находятся в качественном соответствии с соотношением (2.11), которое верно при относительно сильном беспорядке $E_F \tau \gg 1$.

В металлической фазе, вблизи перехода Андерсона:

$$\sigma_j = \sigma_j^0 \frac{E_F - E_c}{E_c}. \quad (2.85)$$

Для $w \rightarrow 0$ имеем $E_c \rightarrow \infty$, что отражает факт полной локализации в двумерии. Полезно определить величину друдевский проводимости в плоскости при $E_F = E_c$, которая будет играть роль своего рода "минимальной металлической проводимости" для квазидвумерного случая, задавая характерный масштаб продольной проводимости вблизи перехода:

$$\sigma_{||}^c = e^2 N(E_F) D_{||}^0(E_F = E_c) = \frac{1}{\pi^2} \frac{e^2}{\hbar a_{\perp}} \ln \left(\frac{\sqrt{2}\hbar}{w\tau} \right) \approx \frac{1}{\pi^2} \frac{e^2}{\hbar a_{\perp}} \ln \left(\frac{E_F}{w} \right). \quad (2.86)$$

Здесь мы использовали $N(E_F) = m/(\pi a_{\perp} \hbar^2)$, где m — эффективная масса в плоскости, а последнее равенство справедливо при $E_F \tau / \hbar \gg 1$, т.е. для случая достаточно сильного беспорядка. В этих выражениях мы также временно восстановили \hbar . Видно, что внутривекторная "минимальная проводимость" логарифмически увеличена по сравнению с обычными оценками (ср. (2.5)). Логарифмический фактор очевидным образом возрастает по мере уменьшения перекрытия волновых функций электронов на соседних плоскостях. Соответственно, в случае достаточно слабого их перекрытия, когда $(w\tau/\hbar) \ll 1$, этот масштаб проводимости может существенно превышать значения $(3-5) \cdot 10^2 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$, характерные для изотропных систем. Таким образом, в квазидвумерном случае переход Андерсона может иметь место при относительно высоких значениях продольной проводимости в плоскостях. В качестве типичной оценки для систем типа высокотемпературных сверхпроводников можно взять $E_F/w > 10$, так что величина $\sigma_{||}^c$ может превышать $10^3 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$. Очевидно, что эти оценки находятся

в качественном соответствии с элементарным критерием Иоффе—Регеля (2.11) и (2.12). Аналогичные выводы можно сделать и из анализа, проведенного в работе [71], где другими методами было показано, что в случае анизотропной модели Андерсона переход анизотропии приводит к существенному падению критического беспорядка, необходимого для достижения полной локализации всех состояний в зоне проводимости.

Приведем в заключение некоторые результаты для частотной зависимости обобщенного коэффициента диффузии в квазидвумерном случае, которые вытекают из решения уравнения (2.82) [69]. Ограничимся только непосредственной окрестностью порога подвижности в металлической фазе, тогда

$$\alpha(\omega) \approx \begin{cases} \frac{E_F - E_c}{E_c} & \omega \ll \omega_c \\ (2\pi E_F w \tau^2)^{-2/3} (-i\omega\tau)^{1/3} & \omega_c \ll \omega \ll w^2\tau \\ 1 - \frac{1}{2\pi E_F \tau} \ln \left(\frac{1}{-i\omega\tau} \right) & w^2\tau \ll \omega \ll \tau^{-1} \end{cases}, \quad (2.87)$$

$$\omega_c \approx [2\pi E_F w \tau^2]^{2/3} \frac{1}{\tau} \left| \frac{E_F - E_c}{E_c} \right|^3. \quad (2.88)$$

Из этих выражений видно, как происходит переход от $\omega^{1/3}$ -поведения, типичного для изотропного случая, к логарифмической по частоте зависимости, характерной для чисто двумерных систем.

3. Самосогласованная теория локализации в магнитном поле

Рассмотренный выше вариант самосогласованной теории локализации существенно основан на использовании инвариантности системы относительно операции обращения времени [33, 53]. Эта инвариантность нарушается для системы, находящейся во внешнем магнитном поле. В этом случае дополнительно к (2.33) необходимо рассмотреть вухчастичную функцию Грина в куперовском канале частица—частица:

$$\Psi_E(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{1}{2\pi i} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} \langle G(\mathbf{p}, \mathbf{p}', -E + \omega) G(-\mathbf{p}', -\mathbf{p}, -E) \rangle, \quad (2.89)$$

которая также обладает диффузионным полюсом при малых ω и \mathbf{q} , аналогичным (2.34), но с другим коэффициентом диффузии. Соответствующее обобщение самосогласованной теории локализации было дано в работе Йошяоки, Оно и Фукуямы [72]. Эта теория основана на следующей системе связанных уравнений для релаксационных ядер $M_j(\mathbf{q}, \omega)$, соответствующих коэффициентам диффузии в каналах частица—дырка (диффузионном) и частица—частица (куперовском):

$$M_1 = 2i\gamma \left\{ 1 - \frac{1}{\pi N(E)} \sum_{n=0}^{N_0} \frac{2}{\pi L_H} \int_0^{\sqrt{q_0^2 - 4m\omega_H(n+1/2)}} \times \right. \\ \left. \times \frac{dq_z}{2\pi} \frac{1}{\omega - \frac{D_0}{\tau M_2} [q_z^2 + 4m\omega_H(n+1/2)]} \right\}, \\ M_2 = 2i\gamma \left\{ 1 - \frac{1}{\pi N(E)} \sum_{|q| < q_0} \frac{1}{\omega - D_0 q^2 / (\tau M_1)} \right\}. \quad (2.91)$$

Здесь $\omega_H = eH/mc$ — циклотронная частота, $L_H = (c/eH)^{1/2}$ — магнитная длина, а $N_0 = q_0^2/4m\omega_H$. Эти уравнения детально исследовались в работах [72—76]. Альтернативная формулировка самосогласованной теории локализации в магнитном поле была предложена в работах [77—81]. Результаты, полученные в этих работах, ка-

чественно весьма близки, и мы ограничимся формулировкой, данной в работе [76].

Введем безразмерный параметр $\lambda = \gamma/\pi E$ в качестве меры беспорядка и обобщенные коэффициенты диффузии в диффузионном и куперовском каналах D_1 и D_2 , определенные аналогично (2.35) с заменой M на M_1 и M_2 соответственно. Главным образом нас будет интересовать коэффициент диффузии в куперовском канале, который, как мы увидим ниже, определяет верхнее критическое поле сверхпроводника. После достаточно громоздких вычислений из (2.90) и (2.91) получается следующее самосогласованное уравнение для него:

$$2mD_2 = \pm \left(\frac{\omega_c}{E}\right)^{1/3} + (-\frac{i\omega}{E})^{1/2} (2mD_2)^{-1/2} + \frac{3\lambda}{1+3\lambda} \Delta_2, \quad (2.92)$$

где "плюс" соответствует металлической, а "минус" — диэлектрической фазам, тогда как характерная частота

$$\omega_c = \left(\frac{|1-3\lambda|}{(3/2)\pi\lambda}\right)^3 E \quad (2.93)$$

может рассматриваться как мера беспорядка и разделяет области с различной частотной зависимостью коэффициентов диффузии. В уравнении (2.92)

$$\Delta_2 = -(2\omega_H/E)^{1/2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p^{1/2}} f(2\pi\rho\kappa), \quad (2.94)$$

где

$$f(y) = \sqrt{2/\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(t)dt}{\sqrt{t+y}}; \quad \kappa = \frac{-i\omega/E}{2\omega_H/E} \frac{1}{2mD_2}. \quad (2.95)$$

Это дает

$$\Delta_2 = \begin{cases} W(2\omega_H/E)^{1/2} & |\kappa| \ll 1 \\ \frac{1}{48} \left(\frac{-i\omega/E}{2mD_2}\right)^{-3/2} (2\omega_H/E)^2 & |\kappa| \gg 1, \end{cases} \quad (2.96)$$

где $W = -\sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p/p^{1/2} \approx 0,603$. Решения уравнения (2.92) для различных предельных

случаев приведены в работе [76]. Обычный коэффициент диффузии D_1 дается выражением, аналогичным D_2 , с заменой коэффициента $3\lambda/(1+3\lambda)$ перед зависимостью от поля поправкой на $1/(1+3\lambda)$. Здесь мы приведем только результаты для D_2 в случае $\omega_c/E \ll (\omega_H/E)^{3/2}$, вблизи перехода, наблюдаемого в отсутствие поля:

$$D_2 = \frac{1}{2m} \left\{ \pm (\omega_c/E)^{1/3} + \left[\frac{3\lambda}{1+3\lambda} \right] W(2\omega_H/E)^{1/2} \right\} \approx \frac{1}{4m} W(2\omega_H/E)^{1/2} \quad \omega \ll \omega_c^*, \quad (2.97)$$

$$D_2 = \frac{1}{2m} \left\{ (-i\omega/E)^{1/3} + \frac{2}{3} \left[\frac{3\lambda}{1+3\lambda} \right] \frac{1}{48} \frac{(2\omega_H/E)^2}{(-i\omega/E)} \right\} \quad \omega \gg \omega_c^*, \quad (2.98)$$

где $\omega_c^* = (W/2)^3 (2\omega_H/E)^{3/2} E$. В области высоких частот, превышающих ω_c^* , поправочный член становится квадратичным по полю, что отличается от обычной квадратичной зависимости при низких частотах.

Легко видеть, что в отсутствие внешнего магнитного поля рассмотренные уравнения сводятся к обычным уравнениям самосогласованной теории локализации в форме Фоллхарда—Вольфле с единственным релаксационным ядром.

В заключение приведем некоторые результаты для чисто двумерного случая [82]. Самосогласованные уравнения для коэффициентов диффузии принимают теперь вид:

$$\frac{D_0}{D_2} = 1 + \frac{1}{\pi N(E)} \sum_{|q| < q_0} \frac{1}{\omega + D_1 q^2}, \quad (2.99)$$

$$\frac{D_0}{D_1} = 1 + \frac{1}{\pi N(E)} \sum_{|k| < k_0} \frac{1}{\omega + D_2 k^2},$$

где $k^2 = 4m\omega_H \left(n + \frac{1}{2}\right)$, и мы считаем что ω представляет собой мнимую (мацубаровскую) частоту, что упрощает анализ. В действительности, как мы увидим, только зависимость от мацубаровской частоты существенна при рассмотрении сверхпроводимости.

Вводя безразмерные коэффициенты диффузии $d_1 = \frac{D_1}{D_0}$, $d_2 = \frac{D_2}{D_0}$ можно переписать уравнение (2.99) как:

$$\frac{1}{d_2} = 1 + \frac{\lambda}{d_1} \ln \left(1 + d_1 \frac{1}{2\omega\tau}\right), \quad (2.100)$$

$$\frac{1}{d_1} = 1 + \frac{\lambda}{d_2} \sum_{n=0}^{N_0} \frac{1}{n + \frac{1}{2} + \frac{\omega}{4m\omega_H D_0 d_2}},$$

где $N_0 = \frac{1}{8m\omega_H D_0 \tau}$ — число уровней Ландау, ограниченное параметром обрезания. Мы предполагаем, что магнитное поле является достаточно слабым, так что $N_0 \gg 1$, т.е.

$$H \ll \frac{\Phi_0}{D_0 \tau}. \quad (2.101)$$

С достаточной для дальнейшего точностью можно записать решение для коэффициента диффузии в куперовском канале в следующем виде:

для слабого магнитного поля $\omega_H \ll \frac{\lambda e^{-1/\lambda}}{\tau}$

$$d_2 = \begin{cases} 1 & \text{при } \omega \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \\ 2\omega\tau e^{1/\lambda} & \text{при } \omega \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \end{cases} \quad (2.102)$$

и влиянием магнитного поля на диффузию можно пренебречь;

для больших полей $\omega_H \gg \frac{\lambda e^{-1/\lambda}}{\tau}$

$$d_2 = \begin{cases} 1 & \text{при } \omega \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \\ \frac{1}{\lambda \ln(1/2\omega\tau)} & \text{при } \frac{e^{-1/\lambda^2} \ln Q}{2\tau} \ll \omega \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{2\tau} \\ 2\omega\tau \lambda \ln Q e^{1/\lambda^2 \ln Q} & \text{при } \omega \ll \frac{e^{-1/\lambda^2} \ln Q}{2\tau} \end{cases}, \quad (2.103)$$

где $Q = \frac{\pi\gamma\lambda}{\tau\omega_H}$, $\gamma \approx 1,781$.

Здесь мы пренебрегли поправками, зависящими от магнитного поля, которые

малы по сравнению со значением d_2 в отсутствие магнитного поля, определяемы уравнением (2.102).

Г. Роль межэлектронного взаимодействия

Основная нерешенная проблема в теории переходов металл—диэлектрик в неупорядоченных системах связана с последовательным учетом роли межэлектронных взаимодействий. Важная роль взаимодействия в рассматриваемой задаче известна уже давно [2]. В последние годы решающая роль взаимодействий была продемонстрирована в теории “грязных металлов” [39—41] и в задаче о кулоновской щели на уровне Ферми в системе сильно локализованных электронов [42—45]. В случае “грязных металлов” диффузионная природа движения электронов приводит к специфическим эффектам интерференции кулоновского взаимодействия и рассеяния на беспорядке [39, 41]. Наиболее важным следствием этих эффектов является появление некоторого предшественника кулоновской щели уже в металлической фазе, в виде характерного минимума плотности состояний на уровне Ферми. Его появление связано с учетом вклада простейшей обменной поправки к собственной энергии электрона, приводящей к следующей поправке к плотности состояний [39]:

$$\delta N(E) = \frac{|E - E_F|^{1/2}}{2\sqrt{2}\pi^2 D_0^{3/2}}, \quad (2.104)$$

где D_0 — обычный друдевский коэффициент диффузии. В двумерном случае соответствующая поправка является логарифмической [41, 84]. Общепринятое мнение состоит в том, что выражение (2.104) каким-то образом трансформируется в кулоновскую щель по мере перехода системы из металлического в диэлектрическое состояние. К сожалению, последовательное описание этой трансформации в настоящее время отсутствует.

Ранняя попытка описания электрон-электронного взаимодействия в андерсоновском диэлектрике в духе теории ферми-жидкости была предпринята в работе [85]. Простое обобщение теории “грязных металлов” [39—41] в духе самосогласованной теории локализации рассматривалось в работах [7, 61, 86]. Более общий подход к этой проблеме был предложен МакМилланом [87], который впервые сформулировал схему описания перехода металл—диэлектрик в системе с взаимодействием, аналогичную элементарной скейлинговой теории локализации. Им была построена простая система связанных дифференциальных уравнений ренорм-группы для двух эффективных “зарядов”: безразмерного кондактанса g и одночастичной плотности состояний $N(E)$. Позднее было осознано, что эта простая схема некорректна, поскольку она предполагала для проводимости выполнение соотношения (2.46), в которое входит плотность состояний тогда как истинное соотношение Эйнштейна содержит электронную сжимаемость $dn/d\zeta$ (ζ — химический потенциал) [88—90], которая во взаимодействующей системе не совпадает с плотностью состояний и практически не перенормируется вблизи перехода металл—диэлектрик. Наиболее строгий подход к скейлинговому описанию перехода металл—диэлектрик был сформулирован Фьянкельштейном [90—93]. К сожалению, в большинстве работ этого направления явные результаты были получены в пренебрежении процессами рассеяния в куперовском канале, которые, в основном, отвечают за локализацию. Некоторые попытки их учета были сделаны в работе [92]. Данное направление продолжает активно развиваться [24, 94—101]. Однако проблема все еще достаточно далека от удовлетворительного решения, в частности, в большинстве из цитированных работ рассматривается только металлическая фаза, а серьезные попытки анализа диэлектрической области практически отсутствуют.

Ниже мы рассмотрим только самые основные качественные результаты этого

подхода, следуя, главным образом, работам [95, 96]. Фактически, ферми-жидкостная схема рассмотрения поддерживает переход к неупорядоченным системам [105], хотя с довольно существенными изменениями [39, 41] она остается справедливой вплоть до перехода металл—диэлектрик [90, 91, 95, 96]. В отсутствие трансляционной инвариантности нарушается закон сохранения квазимпульса и мы должны использовать представление некоторых точных собственных функций $\varphi_{\nu}(r)$ для электрона в случайном поле, которые описывают “квазичастицы” с энергиями ϵ_{ν} (ср. [106]). Свободную энергию системы можно записать, как и в обычной теории ферми-жидкости, в виде функционала от функции распределения квазичастиц $n_s(\epsilon_{\nu}, r)$ (s — спиновая переменная):

$$F\{n_s(\epsilon_{\nu}, r)\} = \sum_{\nu} \int d^d r n_s(\epsilon_{\nu}, r) (\epsilon_{\nu} - \zeta) + \frac{1}{2} \sum_{ss'} \int d^d r \delta N_s(r) \delta N_{s'}(r) f_{ss'}, \quad (2.105)$$

где $N_s = \sum_{\nu} n_s(\epsilon_{\nu}, r)$ — полная плотность частиц с данным спином, а $f_{ss'} = f^s + ss' f^a$ — функция взаимодействия квазичастиц. Угловой зависимостью f -функции в сильно неупорядоченном случае можно пренебречь и считать, что ферми-жидкостное взаимодействие является точечным. Во внешнем поле V_s , зависящем от направления спина, функция распределения квазичастиц подчиняется кинетическому уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial t} n_s - D \nabla^2 n_s + \left(\frac{\partial n_s}{\partial \epsilon} \right) (-D \nabla^2) [V_s + \sum_{s'} f_{ss'} N_{s'}] = 0, \quad (2.106)$$

где D — коэффициент диффузии квазичастиц. Уравнение (2.106) получается из обычного кинетического уравнения теории ферми-жидкости [106] заменой $v_F \partial / \partial g$ на $-D \nabla^2$, что отражает переход от баллистического к диффузионному переносу в неупорядоченной системе. Решая уравнение (2.106), получаем следующие выражения для функций отклика: плотность—плотность и спин—спин следующего вида [90, 91, 4]:

$$\chi_{\rho}(q\omega) = \frac{dn}{d\zeta} \frac{D_{\rho} q^2}{D_{\rho} q^2 - i\omega}, \quad (2.107)$$

$$\chi_s(q\omega) = \frac{\chi D_s q^2}{D_s q^2 - i\omega}, \quad (2.108)$$

где $dn/d\zeta = N(E_F)/(1 + F_0^s)$, $\chi = N(E_F)\mu_B^2/(1 + F_0^s)$ (μ_B — магнетон Бора) и

$$D_{\rho} = D(1 + F_0^s), \quad (2.109)$$

$$D_s = D(1 + F_0^a). \quad (2.110)$$

Параметры Ландау F_0^s определяются как:

$$N(E_F) f^s = F_0^s, \quad N(E_F) f^a = F_0^a. \quad (2.111)$$

Здесь $N(E_F)$ — плотность состояний квазичастиц на уровне Ферми (для обоих направлений спина). Если пренебречь эффектами ферми-жидкостной перенормировки, уравнение (2.107) сводится к (2.37). Проводимость определяется как $\sigma = e^2 D (dn/d\zeta)$.

По мере того, как система приближается к переходу металл—диэлектрик, становится все более важным учет хаббардовского отталкивания электронов вблизи данного примесного узла. Довольно давно известно [2, 7], что это взаимодействие приводит к появлению полосы однократно занятых уровней ниже уровня Ферми в области локализованных состояний (андерсоновский диэлектрик). Однократно занятые уровни дают вклад типа Кюри в парамагнитную восприимчивость (расходящийся при $T \rightarrow 0$) [2, 7]. Тогда ясно, что парамагнитная восприимчивость χ должна каким-то образом расходиться (при $T = 0$) на металлической стороне перехода, поскольку она заведомо бесконечна в диэлектрике. В то же время величина $dn/d\zeta$ остается конечно. Поэтому отношение $D_s/D_p = (dn/d\zeta)/\chi$ фактически стремится к нулю, так что вблизи перехода металл—диэлектрик *спиновая диффузия происходит гораздо медленнее, чем зарядовая*. Этот факт был впервые отмечен в работе [92], где был сделан вывод о формировании в системе локальных магнитных моментов еще до перехода металл—диэлектрик, т.е. в металлической фазе. Эта идея в дальнейшем развивалась в работах [99—101], где этот магнитный переход был детально изучен. Возникает интересный вопрос: почему эти локализованные моменты не экранируются эффектом Кондо? Ответ, по-видимому, связан с тем, что в системе возникают локальные флуктуации температуры Кондо, обусловленные вызванными беспорядком локальными флуктуациями плотности состояний [102]. Можно показать, что возникающее таким образом распределение температур Кондо является достаточно сингулярным и приводит к магнитно восприимчивости, расходящейся при $T \rightarrow 0$.

Идея о возникновении локализованных парамагнитных моментов в металлической фазе, по мнению некоторых авторов, может привести к некоторому упрощению теории перехода металл—диэлектрик, позволяя провести рассмотрение в духе элементарной скейлинговой теории локализации [41, 103, 104]. В общем случае межэлектронные взаимодействия в диффузионном канале могут быть классифицированы по полному спину электрона и дырки j [41]. Можно показать, что все поправки от взаимодействия с $j = 0$ не зависят от константы электрон-электронного взаимодействия (заряда) и являются универсальными [41]. Если в системе имеются парамагнитные центры, они приводят к подавлению эффектов рассеяния в куперовском (локализационном) канале [107], так же как и процессов взаимодействия в диффузионном канале с $j = 1$ [41]. В этом случае поправки к классической (дредерской) проводимости определяются только процессами взаимодействия с $j = 0$. Из-за универсальной природы этих поправок (независимости от заряда электрона) их структура фактически совпадает с локализационными (куперонными) [103, 104]. Это означает, что в ренорм-группе существует только один эффективный “заряд” — безразмерный кондактанс g . В этом случае дифференциальное уравнение для кондактанса конечной системы снова дается уравнением (2.18) с теми же самыми предельными формами $\beta_d(g)$. Этот подход справедлив для систем с линейными размерами $L < L_T = \sqrt{\hbar D/T}$. Эта длина L_T заменяет в рассматриваемой теории длину фазовой когерентности L_ϕ теории без взаимодействия. Появление этого нового масштаба длины связано с тем, что характерное время взаимодействия определяется [41] величиной $\sim \hbar/T$. Следует подчеркнуть, что приведенные аргументы, вероятно, являются слишком упрощенными. Фактически в целом ряде работ [90—92, 94] утверждалось, что взаимодействия приводят к появлению дополнительных “зарядов” (констант связи) ренорм-группы. В частности, вообще говоря, неясно, что локальные моменты, появляющиеся в рассматриваемой теории, могут рассматриваться как обычные (статические) парамагнитные рассеиватели. В то же время возникающая таким образом схема рассмотрения [103, 104] представляет достаточно привлекательной в своей простоте.

Как и в случае системы не взаимодействующих электронов для $d = 3$, в уравнении (2.18) возникает неустойчивая фиксированная точка, соответствующая порогу подвижности и отсутствию минимальной металлической проводимости. Однако нет особых причин предполагать, что критический индекс ν радиуса локализации ξ_{loc} совпадает с его значением в теории без взаимодействия. При конечных температурах, как и в обычной скейлинговой теории, для $d = 3$ проводимость дается выражением [103, 104, 11]

$$\sigma \approx \frac{e^2}{\hbar \xi_{loc}} f\left(\frac{\xi_{loc}}{L_T}\right) \quad (2.112)$$

По мере приближения к переходу $\xi_{loc} \rightarrow \infty$. При $\xi_{loc} \ll L_T$ имеем $f(\xi_{loc}/L_T) = A + B(\xi_{loc}/L_T)$, где A и B — некоторые числовые константы. Поэтому поправка к проводимости пропорциональна \sqrt{T} [39]. В случае $\xi_{loc} \gg L_T$, т.е. близко к переходу:

$$\sigma \approx C \frac{e^2}{\hbar L_T} = C \frac{e^2}{\hbar} \sqrt{T/D\hbar} \quad (2.113)$$

где снова $C = 1$. Используя соотношения Эйнштейна [88] $\sigma = e^2 D (dn/d\zeta)$, немедленно получаем

$$D = \frac{C^{2/3}}{\hbar} T^{1/3} \left(\frac{dn}{d\zeta}\right)^{-2/3} \quad (2.114)$$

$$\sigma = C^{2/3} \frac{e^2}{\hbar} \left(T \frac{dn}{d\zeta}\right)^{1/3} \quad (2.115)$$

это справедливо при $L_T < \xi_{loc}$, где $L_T = [C/(T dn/d\zeta)]^{1/3}$.

Для системы, находящейся в переменном электрическом поле с частотой $\omega \gg T/\hbar$, существенный масштаб длины определяется как $L_\omega = [D/\omega]^{1/2}$, аналогично (2.27). Соответственно, для $L_\omega \ll \xi_{loc}$ вместо (2.115) получаем:

$$\sigma(\omega) \approx \frac{e^2}{\hbar} \left(\omega \frac{dn}{d\zeta}\right)^{1/3} \quad (2.116)$$

это аналогично (2.31) и (2.73). Однако нужно отметить, что этот результат не может считаться вполне надежным, поскольку динамические критические индексы в общем случае отличаются от статических [91, 92].

В общем случае переход металл—изолятор может рассматриваться как постепенное разрушение ферми-жидкостной картины [96]. По мере приближения к переходу физические величины, такие как D , $N(E_F)$, χ и т.д., меняются непрерывным образом и в критической точке могут обращаться в нуль или расходиться. На диэлектрической стороне перехода корреляционная ξ_{loc} фактически определяет размер области, в которой ферми-жидкостное описание сохраняется.

С нашей точки зрения, в теории взаимодействующих электронов в неупорядоченных системах ощущается потребность в формулировке некоторого нового подхода, аналогичного самосогласованной теории локализации и дающего достаточно простую интерполяционную схему перехода от металла к диэлектрику. Ниже мы кратко опишем попытку построения такого самосогласованного подхода [108].

Основная идея состоит в равноправном (аддитивном) рассмотрении локализационных поправок и поправок от взаимодействия к релаксационному ядру, определяющем обобщенный коэффициент диффузии (2.35). В качестве нулевого приближения разумно снова взять друдевский металл, так что релаксационное ядро принимает следующий вид:

$$M(\omega) = M_0 + \delta M(\omega), \quad (2.117)$$

где $\delta M(\omega) = \delta M_f(\omega) + \delta M_c(\omega) = -\frac{M_0}{D_0}(\delta D_f(\omega) + \delta D_c(\omega))$. Локализационная поправка к коэффициенту диффузии $D_f(\omega)$ определена здесь обычной суммой максимально перекрывающихся диаграмм:

$$\frac{\delta D_f(\omega)}{D_0} = -\frac{1}{\pi N_0(E_F)} \sum_{|q| < k_0} \frac{1}{-i\omega + D_0 q^2}, \quad (2.118)$$

тогда как кулоновская поправка $D_c(\omega)$ дается выражением

$$\frac{\delta D_c(\omega)}{D_0} = \frac{\delta \sigma(\omega)}{2e^2 N_0(E_F) D_0} = \quad (2.119)$$

$$= \frac{8i}{\pi^2} \mu D_0 \frac{1}{\pi N_0(E_F)} \int d\Omega \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} \frac{q^2}{(-i(\Omega + \omega) + D(\Omega + \omega)q^2)(-i\Omega + D(\Omega)q^2)^2},$$

где $\mu = N_0(E_F)v_0$ — безразмерный параметр взаимодействия, которое для простоты считается точечным, а $N_0(E_F)$ обозначает плотность состояний невзаимодействующих электронов на уровне Ферми, соответствующую одному направлению спина. Соответствующая поправка к проводимости $\delta \sigma$ определяется диаграммами низшего порядка по взаимодействию, показанными на рис. 7, которые были впервые рассмотрены в работе [109] в пренебрежении локализационными поправками. В этой работе было показано, что полный вклад диаграмм (а), (б) и (в) равен нулю и поправка проводимости полностью определяется вкладом диаграмм (г) и (д). При этом мы также пренебрегаем так называемыми хартриевскими поправками к проводимости [41, 109], что справедливо в пределе $2k_F/\kappa_D \gg 1$, где κ_D — обратная длина экранирования. Это неравенство, строго говоря, справедливо для систем с низкой электронной плотностью, которые наиболее интересны с точки зрения экспериментального исследования перехода металл—диэлектрик, вызываемого разупорядочением. Если вспомнить о расхождении длины экранировки в точке перехода, становится ясным, что рассматриваемое приближение тем лучше, чем ближе к переходу находится система. Модель точечного взаимодействия, использованная выше, должна пониматься с соответствующими оговорками.

Процедура самосогласования сводится опять к замене друдевского коэффициента диффузии D_0 во всех диффузионных знаменателях на обобщенный. В результате получаем следующее интегральное уравнение для обобщенного коэффициента диффузии:

$$\frac{D_0}{D(\omega)} = 1 + \frac{1}{\pi N_0(E_F)} \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} \frac{1}{-i\omega + D(\omega)q^2} - \quad (2.120)$$

$$- \frac{8i}{\pi^2} \mu D_0 \frac{1}{\pi N_0(E_F)} \int d\Omega \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} \frac{q^2}{(-i(\Omega + \omega) + D(\Omega + \omega)q^2)(-i\Omega + D(\Omega)q^2)^2}.$$

Это уравнение и составляет основу предлагаемого самосогласованного подхода. Отсутствие взаимодействия ($\mu = 0$) оно очевидным образом сводится к основному уравнению самосогласованной теории локализации. Переходя к безразмерным мнимым

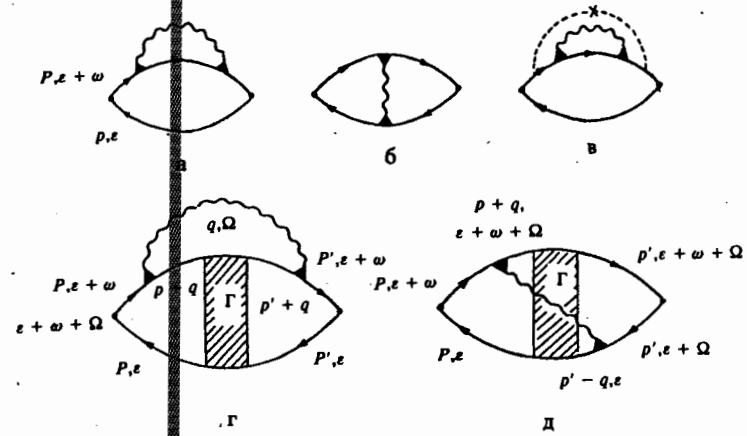


Рис. 7. Поправки низшего порядка по взаимодействию, дающие вклад в проводимость

(мацубаровским) частотам, которые только и интересны с точки зрения будущих приложений к теории сверхпроводимости, $\frac{-i\omega}{D_0 k_0^2} \rightarrow \omega$, $\frac{-i\Omega}{D_0 k_0^2} \rightarrow \Omega$, и вводя безразмерный

коэффициент диффузии $d(\omega) = \frac{D(\omega)}{D_0}$, перепишем интегральное уравнение (2.120) в виде

$$\frac{1}{d(\omega)} = 1 + \frac{1}{d(\omega)} d\lambda x_0^{d-2} \int_0^1 \frac{dy y^{d-1}}{y^2 + \frac{\omega}{d(\omega)}} + \quad (2.121)$$

$$+ \frac{8}{\pi} \mu x_0^{d-2} \int_0^{\infty} \frac{d\Omega}{d(\omega + \Omega) d^2(\Omega)} \int_0^1 \frac{dy y^{d+1}}{\left(y^2 + \frac{\omega + \Omega}{d(\omega + \Omega)}\right) \left(y^2 + \frac{\Omega}{d(\Omega)}\right)^2},$$

где $\lambda = \gamma/\pi E_F = 1/2\pi E_F \kappa$ — обычное обозначение для безразмерного параметра беспорядка. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением трехмерного случая. В рассматриваемых обозначениях обычный коэффициент диффузии самосогласованной теории локализации (2.70) сводится к

$$d(\omega) = \begin{cases} \alpha = 1 - 3\lambda x_0 \approx \frac{E_F - E_c}{E_c} & \omega \ll \omega_c, \quad \alpha > 0 \quad (\text{металл}), \\ \left(\frac{\pi}{2} 3\lambda x_0\right)^2 \omega^{\frac{1}{2}} & \omega \gg \omega_c \quad (\text{металл и диэлектрик}), \\ \left(\frac{\pi}{2} 3\lambda x_0\right)^2 \omega = (\xi_{loc} k_0)^2 \omega & \omega \ll \omega_c, \quad \alpha < 0 \quad (\text{диэлектрик}), \end{cases} \quad (2.122)$$

где $\omega_c = \frac{|\alpha|^3}{\left(\frac{\pi}{2} 3\lambda x_0\right)^2} \approx \xi_{loc}^2$ — длина локализации, x_0 — безразмерный параметр обрезания.

Введем $K(\omega) = \frac{\alpha}{d(\omega)}$ и проанализируем уравнение (2.121) в предположении, что $K(\omega)$, $K(\Omega)$ и $K(\omega + \Omega) \ll 1$. Разлагая правую часть (2.121) по этим малым величинам, получим

$$\frac{\alpha}{d(\omega)} = 1 - \frac{\pi 3\lambda x_0}{2} K^{1/2}(\omega) + \quad (2.12)$$

$$+ 2\mu\lambda x_0 \int_{\omega}^{\infty} \frac{d\Omega}{d(\omega + \Omega) d^2(\Omega)} \frac{K^{1/2}(\Omega) + 2K^{1/2}(\omega + \Omega)}{(K^{1/2}(\Omega) + K^{1/2}(\omega + \Omega))^2},$$

Рассмотрим металлическую фазу и будем искать решение для $d(\omega)$ в следующем виде:

$$d(\omega) = \begin{cases} d & \omega \ll \omega_c, \\ d\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{\frac{1}{3}} & \omega \gg \omega_c. \end{cases} \quad (2.12)$$

Подставляя (2.124) в (2.123), находим d и ω_c , так что для коэффициента диффузии получаем

$$d(\omega) = \begin{cases} \alpha - \alpha^* & \omega \ll \omega_c, \\ \left(\frac{\pi}{2} 3\lambda x_0\right)^{\frac{2}{3}} \omega^{\frac{1}{3}} & \omega \gg \omega_c, \end{cases} \quad (2.12)$$

где $\omega_c = \frac{|\alpha - \alpha^*|^3}{\left(\frac{\pi}{2} 3\lambda x_0\right)^2}$, $\alpha^* = c\mu$, $c \approx 0,89$.

Таким образом, для металлической фазы мы приходим к очень простому качественному выводу — переход Андерсона сохраняется и критический индекс проводимости остается равным $\nu = 1$. Точка перехода сдвигается в область меньшего беспорядка $\alpha = \alpha^* = c\mu$ — взаимодействие способствует переходу в диэлектрическое состояние. Частотное поведение коэффициента диффузии в металлической фазе качественно аналогично полученному в самосогласованной теории локализации (2.122).

Рассмотрим теперь диэлектрическую фазу. В области высоких частот $\omega \gg \omega_c$ коэффициент диффузии опять имеет зависимость типа $d(\omega) \sim \omega^{1/3}$. Предположим, что в области малых частот он также описывается некоторой степенной зависимостью

$$d(\omega) = \begin{cases} d\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{\delta} & \omega \ll \omega_c, \\ d\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{\frac{1}{3}} & \omega \gg \omega_c, \end{cases} \quad (2.12)$$

где δ — некоторый показатель степени, подлежащий определению. Подставляя (2.12) в (2.123) и рассматривая случай $\alpha < 0$ (диэлектрическая фаза обычной самосогласованной теории локализации) и $|\alpha| \gg \alpha^*$, получаем

$$d(\omega) = \begin{cases} \left(\frac{\pi}{2} 3\lambda x_0\right)^2 \omega = (\xi_{loc} k_0)^2 \omega & \omega^* \ll \omega \ll \omega_c, \\ \left(\frac{\pi}{2} 3\lambda x_0\right)^{\frac{2}{3}} \omega^{\frac{1}{3}} & \omega \gg \omega_c, \end{cases} \quad (2.12)$$

где $\omega_c = \frac{|\alpha|^3}{\left(\frac{\pi}{2} 3\lambda x_0\right)^2}$, тогда как $\omega^* \approx 0,1\mu \frac{a^2}{\left(\frac{\pi}{2} 3\lambda x_0\right)^2} = 0,1 \frac{\mu}{(\xi_{loc} k_0)^2}$ — некоторая новая

характерная частота, определяемая взаимодействием. Заметим, что $\omega^* \rightarrow 0$ при приближении к точке перехода, когда $\xi_{loc} \rightarrow \infty$. Таким образом, достаточно глубоко в диэлектрической фазе, когда $\alpha < 0$ и $|\alpha| \gg \alpha^*$ и для частот $\omega \gg \omega^*$, коэффициент диффузии остается таким же, как в самосогласованной теории локализации, т.е. в малых частотах он линеен по частоте, а при более высоких частотах возникает поведение $\sim \omega^{1/3}$.

Анализ уравнения (2.123) показывает, что для частот $\omega \ll \omega^*$ невозможно найти степенное по частоте $d(\omega)$ решение, так что коэффициент диффузии в диэлектрической

области, по-видимому, не может быть представлен в виде $d(\omega) = d\frac{\omega}{\omega_c} \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{\delta}$, где δ — некоторый неизвестный показатель. Поэтому нам не удалось провести аналитическое рассмотрение уравнения (2.123) в области частот $\omega \ll \omega^*$ в диэлектрической фазе.

Рассмотрим теперь поведение системы не слишком глубоко в диэлектрической фазе, когда $\alpha - \alpha^* < 0$, но $\alpha > 0$, так что система без взаимодействия находилась бы еще в металлической фазе. Предположим, что частотная зависимость коэффициента диффузии при $\omega \ll \omega_c$ снова имеет степенной характер типа (2.126). Подставляя (2.126) в (2.123), получим $\delta = \frac{1}{3}$. В результате получаем коэффициент диффузии в виде

$$d(\omega) = \begin{cases} \left(4, 2 \frac{\mu\lambda x_0}{\alpha}\right)^{\frac{2}{3}} \omega^{\frac{1}{3}} & \omega \ll \omega_c, \\ \left(\frac{\pi}{2} 3\lambda x_0\right)^{\frac{2}{3}} \omega^{\frac{1}{3}} & \omega \gg \omega_c, \end{cases} \quad (2.128)$$

где $\omega_c = \frac{|\alpha - \alpha^*|^3}{\left(\frac{\pi}{2} 3\lambda x_0\right)^2}$. Естественно, что точное решение для коэффициента диффузии

должно демонстрировать непрерывный переход от одного частотного поведения к другому вблизи $\omega = \omega_c$. Таким образом, в диэлектрической фазе, но достаточно близко к точке перехода, где система в отсутствие взаимодействия была бы металлической, коэффициент диффузии ведет себя как $\sim \omega^{1/3}$, но в области низких частот коэффициент

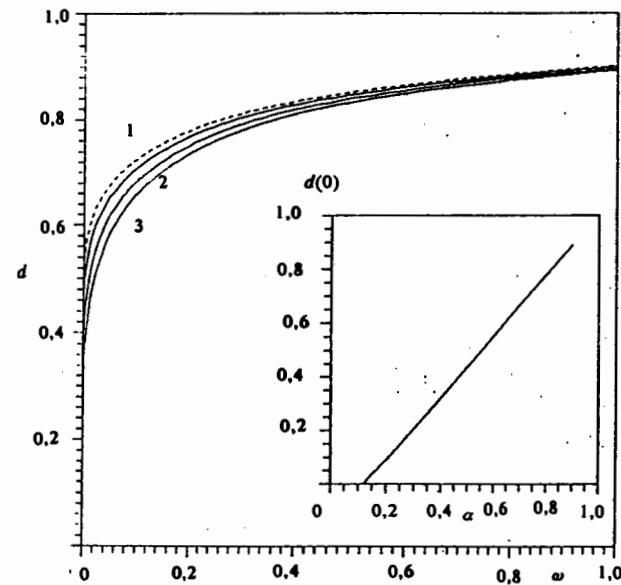


Рис. 8. Зависимость безразмерного обобщенного коэффициента диффузии от безразмерной мауборовской частоты в металлической фазе ($\alpha = 0,5$), полученная численным решением для различных значений μ : 1 — 0,24; 2 — 0,6; 3 — 0,95. Пунктирная линия — результат обычной самосогласованной теории локализации, $\mu = 0$. На вставке: зависимость статического коэффициента диффузии $\left(d = \frac{D(0)}{D_0}\right)$ от беспорядка для $\mu = 0,24$

перед $\omega^{1/3}$ отличается от такового в самосогласованной теории локализации и зависит от величины константы взаимодействия.

Мы провели также и численное исследование интегрального уравнения (2.12) как для металлической (рис. 8), так и для диэлектрической (рис. 9) фазы. Решение легко получается с помощью простой итерационной процедуры, в которой в качестве начального приближения были использованы результаты самосогласованной теории локализации без взаимодействия. Численные результаты находятся в хорошем согласии с приведенными выше аналитическими оценками. В области высоких частот, как металлической, так и в диэлектрической фазах, частотное поведение коэффициента диффузии очень близко к результатам теории без взаимодействия. В области малых частот в металлической фазе коэффициент диффузии $d(\omega)$ уменьшается с ростом константы взаимодействия. Зависимость статического коэффициента диффузии от безразмерного параметра $\mu = 0,24$ показана на вставке на рис. 8 и демонстрирует практически линейное поведение. Переход металл—диэлектрик в этом случае наблюдается при $\alpha = \alpha^* = c\mu$, где $c \approx 0,5$, что также хорошо соответствует нашему качественному анализу. В диэлектрической фазе в области малых частот ($\omega \ll \omega^*$) наблюдаются существенные отклонения от предсказаний обычной самосогласованной теории локализации. Коэффициент диффузии здесь, по-видимому, неаналитичен по частоте, и мы ясно видим тенденцию к образованию своего рода эффективной псевдощели при частотах $\omega \ll \omega^*$, причем эта “щель” закрывается при отключении взаимодействий.

В работе [108] нами также было проведено исследование постепенной эволюции

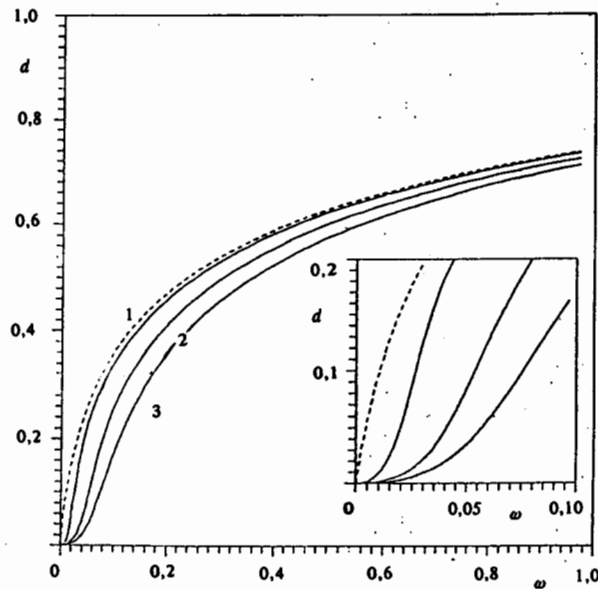


Рис. 9. Зависимость безразмерного обобщенного коэффициента диффузии от безразмерной маубаровской частоты в металлической фазе ($\alpha = -0,5$), полученная численным решением для различных значений μ : 1 — 0,12; 2 — 0,6; 3 — 1,2. Пунктирная линия — результат обычной самосогласованной теории локализации, $\mu = 0$

одноэлектронной (туннельной) плотности состояний при переходе из металлической в диэлектрическую фазу. При этом удалось продемонстрировать постепенное преобразование особенности типа (2.104) в некоторый вариант индуцированной беспорядком псевдощели на уровне Ферми в диэлектрике, которая довольно сильно напоминает кулоновскую щель работ Эфроса и Шкловского [42—45]. Заметим, однако, что представления о кулоновской щели полностью основаны на далекодействующей природе взаимодействия в диэлектрике, а наше рассмотрение ограничивалось случаем точечного взаимодействия.

Для высокотемпературных сверхпроводников проблема взаимного влияния локализации и взаимодействия становится особенно важной ввиду необычных свойств нормального состояния этих систем. В отсутствие общепринятой теории этого состояния мы ограничимся только несколькими замечаниями, связанными с так называемой моделью “маргинальной” ферми-жидкости [110, 111]. Эта модель обеспечивает довольно успешное полуфеноменологическое описание как нормальных, так и сверхпроводящих свойств этих систем. Нетрудно увидеть, что в этой модели эффекты локализации заметно усиливаются [112, 113].

Основная идея модели “маргинальной” ферми-жидкости выражается следующей формой одноэлектронной функции Грина [110]:

$$G(\epsilon_p) = \frac{Z_p}{\epsilon - \xi_p - i\gamma_p} + G_{incoh}, \quad (2.129)$$

где ξ_p — перенормированная энергия квазичастицы, $\gamma_p = \text{Max}\{\epsilon, T\}$ — аномальное (линейное) затухание этих квазичастиц, качественно отличающееся от обычного квадратичного по ϵ или T затухания обычной теории ферми-жидкости [106]. Концепция “маргинальности” возникает из-за гипотезы об аномальном поведении вычета в полюсе функции Грина:

$$Z_p^{-1} \approx \ln \left| \frac{\tilde{\omega}_c}{|\xi_p|} \right| \approx \ln \left| \frac{\tilde{\omega}_c}{\epsilon} \right|, \quad (2.130)$$

где $\tilde{\omega}_c$ — характерный масштаб частоты, соответствующий энергии некоего возбуждения электронной подсистемы, который является феноменологическим параметром теории. Из уравнения (2.130) ясно, что квазичастичный вклад в функцию Грина (2.129) исчезает непосредственно на уровне Ферми, но существует вблизи его, хотя и с логарифмически подавленным весом. Заметим, что в обычной теории ферми-жидкости $Z_p \approx 1$ [106].

Для неупорядоченной системы можно оценить примесный вклад в частоту рассеяния квазичастиц на примесях следующим образом [112]:

$$\gamma = 2\rho V^2 Z_p \text{Im} \sum_p \Lambda^2(p+q, p) G(p+q\epsilon) \approx 2\pi\rho V^2 Z^2 \Lambda^2(q \rightarrow 0) N(E_F) \approx Z \Lambda^2 \gamma_0, \quad (2.131)$$

где Λ представляет собой соответствующую вершинную часть, перенормированную ферми-жидкостными эффектами, ρ снова обозначает концентрацию примесей, а V — потенциал примеси. Кроме того, $N(E_F) = Z^{-1} N_0(E_F)$ — перенормированная плотность состояний теории ферми-жидкости, где $N_0(E_F)$ — плотность состояний для невзаимодействующих электронов на уровне Ферми, γ_0 — частота рассеяния для невзаимодействующего случая. Для получения последнего равенства в (2.131) было сделано предположение о слабой зависимости вершин и собственно энергетических частей от импульса. Тогда можно воспользоваться тождеством Уорда для вершин

$\Lambda(q \rightarrow 0, \omega = 0)$ в неупорядоченной ферми-жидкости [95, 96, 105]:

$$\Lambda(q \rightarrow 0, \omega = 0) = (1 + F_0^s)^{-1} Z^{-1}, \quad (2.13)$$

где F_0^s — введенный выше параметр Ландау. В результате мы можем получить простое соотношение между длиной свободного пробега квазичастиц теории с взаимодействием и без него [112, 113]:

$$l = (p_F/m^*)\gamma^{-1} = (p_F/m)\gamma_0^{-1}/\Lambda^2(q \rightarrow 0) = l_0(1 + F_0^s)^2 Z^2, \quad (2.13)$$

Здесь $m^* = Z^{-1}m$ — эффективная масса квазичастицы. Предполагая $F_0^s \approx \text{const}$ и используя уравнение (2.130), при $T = 0$ получаем:

$$l = l_0 / \left[\ln \frac{\tilde{\omega}_c}{|\epsilon_c|} \right]^2. \quad (2.13)$$

Тогда из обычного критерия Иоффе—Регеля $p_F l \approx 1$ мы видим, что все состояния квазичастиц в области шириной порядка

$$|\epsilon_c| \approx \tilde{\omega}_c \exp(-\sqrt{p_F l}) \quad (2.13)$$

вокруг уровня Ферми оказываются локализованными даже в случае слабого примесного рассеяния $p_F l \gg 1$. При реалистических оценках $\tilde{\omega}_c \approx 0,1-0,2$ эВ [110] и $p_F l <$ ширина этой полоски локализованных состояний может оказаться порядка сотен градусов Кельвина, тогда как для $p_F l \approx 10$ и $\omega_c \approx 1000$ К получим $|\epsilon_c| \approx 40$ К. Очевидно, что ширина такой полоски растет с ростом беспорядка (уменьшением длины пробега l_0). Этими эффектами, конечно, можно пренебречь при $T \gg |\epsilon_c|$, однако при достаточно низких температурах они могут оказаться крайне существенными.

Разумеется, формальная расходимость знаменателя в выражении для длины свободного пробега в (2.134) является нефизической. Сечение рассеяния на примесном центре никогда не может превысить так называемого унитарного предела [112], т.е. что всегда выполняется неравенство

$$l \geq \frac{p_F^2}{4\pi\rho}. \quad (2.13)$$

В типичном металле с $p_F \sim a^{-1}$ это приводит к $l \geq 1/4\pi\rho a^2$, и критерий Иоффе—Регеля $l \leq a$ может быть удовлетворен лишь при больших концентрациях примесей $\rho \sim a^{-3}$. Поэтому сингулярность в (2.134) не означает, что локализация может возникнуть при сколь угодно малых концентрациях примесей. Можно говорить лишь о существенном усилении эффектов локализации в “маргинальной” ферми-жидкости.

А. Модель БКШ и теорема Андерсона

Рассмотрение сверхпроводимости в сильно неупорядоченных системах мы проведем, в основном, в рамках простой модели БКШ [8, 9], в которой предполагается существование эффективного электрон-электронного притяжения в энергетическом интервале порядка $2 \langle \omega \rangle$ вокруг уровня Ферми. В традиционных сверхпроводниках $\langle \omega \rangle \sim \omega_D$, где ω_D — дебаевская частота, поскольку спаривание определяется электрон-фононным механизмом. В общем случае под $\langle \omega \rangle$ будем понимать усредненную частоту бозонного возбуждения, ответственного за спаривание. Мы не будем обсуждать детальную микроскопическую природу спаривательного взаимодействия, которая всегда определяется некоторым балансом притяжения, вызванного обменом этими бозонами, кулоновского отталкивания. Мы просто предполагаем существование эффективного притяжения, описываемого спаривательной константой взаимодействия g , которая рассматривается как параметр теории.

Нетривиальные результаты, касающиеся вопроса о сверхпроводимости в неупорядоченных системах, были получены вскоре после создания теории БКШ [10—13]. Концепция “грязных” сверхпроводников оказалась весьма успешной при описании важного класса сверхпроводников, у которых длина свободного пробега l мала по сравнению с длиной когерентности $\xi_0 \sim \hbar v_F / T_c$, т.е. выполняется неравенство

$$\xi_0 \gg l \gg \hbar / p_F. \quad (3.1)$$

Уже в этом случае не очень сильно разупорядоченной системы (находящейся достаточно далеко от перехода металл—диэлектрик) куперовское спаривание происходит не просто между электронами с противоположными импульсами и спинами, как в случае идеального сверхпроводника, а между точными собственными состояниями электрона в неупорядоченной системе, к которым применена операция обращения времени [9, 3]:

$$(p_1, -p_1) \Rightarrow (\phi_\nu(r)_1, \phi_\nu^*(r)_1). \quad (3.2)$$

В дальнейшем мы рассмотрим, в основном, только синглетное изотропное (s -типа) спаривание. Некоторые аспекты анизотропного спаривания будут кратко проанализированы ниже. Обсуждаемая физическая картина, в принципе, достаточно проста. В неупорядоченных системах, таких, например, как сплавы, импульс электрона становится плохо определенным из-за потери трансляционной инвариантности. Однако для электрона в случайном (но статическом) потенциальном поле всегда можно определить точные собственные функции $\phi_\nu(r)$, которые представляют собой решения уравнения Шредингера для заданной конфигурации этого случайного поля. Нам вовсе не требуется знать явный вид этих собственных функций, а партнер по спариванию для состояния $\phi_\nu(r)$ дается обращенным по времени $\phi_\nu^*(r)$. В результате сверхпроводящее состояние оказывается весьма устойчивым к разупорядочению, в отсутствие механизмов рассеяния, нарушающих инвариантность относительно обращения времени, таких, например, как магнитные примеси.

В рамках стандартного подхода, основанного на методе функций Грина, сверхпроводимость описывается системой уравнений Горькова [58, 114], которые в координатном представлении имеют вид:

$$G_1(r_1' \epsilon_n) = G_1(r_1' \epsilon_n) - \int dr'' G_1(r_1'' \epsilon_n) \Delta(r'') \mathcal{F}(r'' r_1' \epsilon_n), \quad (3.3)$$

$$\mathcal{F}(r r' \epsilon_n) = \int dr'' G_1^*(r r'' \epsilon_n) \Delta^*(r'') G_1(r'' r' \epsilon_n),$$

где $G(r r' \epsilon_n)$ — точная одноэлектронная маубаровская функция Грина электронов в нормальном состоянии, а сверхпроводящий параметр порядка (энергетическая щель $\Delta(r)$) определяется самосогласованным уравнением для щели:

$$\Delta(r) = gT \sum_{\epsilon_n} \mathcal{F}^*(r r \epsilon_n),$$

где $\mathcal{F}(r r' \epsilon_n)$ — аномальная функция Грина (антисимметричная по спиновым переменным), $\epsilon_n = (2n + 1)\pi T$.

Вблизи температуры сверхпроводящего перехода T_c , когда $\Delta(r)$ мала, $\mathcal{F}(r r' \epsilon_n)$ может быть получена из линеаризованного уравнения

$$\mathcal{F}(r r' \epsilon_n) = \int dr'' G_1^*(r r'' \epsilon_n) \Delta^*(r'') G_1(r'' r' \epsilon_n).$$

Линеаризованное уравнение для щели, определяющее T_c , имеет вид

$$\Delta(r) = gT \int dr' \sum_{\epsilon_n} K(r r' \epsilon_n) \Delta(r'),$$

где ядро

$$K(r r' \epsilon_n) = G_1(r r' \epsilon_n) G_1^*(r' r \epsilon_n),$$

образуется из точных одноэлектронных функций Грина нормального металла. Тогда можно использовать представление точных собственных функций электрона в случайном поле неупорядоченной системы и записать

$$G_1(r r' \epsilon_n) = \sum_{\nu} \frac{\phi_{\nu 1}(r) \phi_{\nu 1}^*(r')}{i\epsilon_n - \epsilon_{\nu}},$$

где ϵ_{ν} — точные уровни энергии электрона в неупорядоченной системе. Тогда

$$K(r r' \epsilon_n) = Tg \sum_{\mu\nu} \frac{\phi_{\nu 1}(r) \phi_{\nu 1}^*(r') \phi_{\mu 1}^*(r') \phi_{\mu 1}(r)}{(i\epsilon_n - \epsilon_{\nu})(-i\epsilon_n + \epsilon_{\mu})}.$$

В дальнейшем, для краткости, мы опускаем спиновые переменные и предполагаем всегда синглетное спаривание. В случае инвариантности гамильтониана относительно операции обращения времени (т.е. в отсутствие внешнего магнитного поля, магнитных примесей) уравнение (3.10) переписывается в виде

$$K(r r' \epsilon_n) = G(r r' \epsilon_n) G(r' r - \epsilon_n) = \sum_{\mu\nu} \frac{\phi_{\nu}(r) \phi_{\nu}^*(r') \phi_{\mu}(r') \phi_{\mu}^*(r)}{(i\epsilon_n - \epsilon_{\nu})(-i\epsilon_n - \epsilon_{\mu})}.$$

Проведя усреднение по беспорядку, получаем

$$\langle \Delta(r) \rangle = gT \int dr' \sum_{\epsilon_n} \langle K(r r' \epsilon_n) \Delta(r') \rangle.$$

Практически во всех работах по сверхпроводимости в неупорядоченных системах предполагается, что в уравнении (3.12) можно провести простейшее расщепление и получить следующее линеаризованное уравнение для усредненного параметра порядка:

$$\langle \Delta(r) \rangle = gT \int dr' \sum_{\epsilon_n} K(r - r' \epsilon_n) \langle \Delta(r') \rangle, \quad (3.13)$$

где усредненное ядро для системы с инвариантностью относительно обращения времени имеет вид

$$\begin{aligned} K(r - r' \epsilon_n) &= K^*(r - r' \epsilon_n) = \langle K(r r' \epsilon_n) \rangle = \\ &= \langle \sum_{\mu\nu} \frac{\phi_{\nu}(r) \phi_{\mu}^*(r) \phi_{\mu}(r') \phi_{\nu}^*(r')}{(i\epsilon_n - \epsilon_{\nu})(-i\epsilon_n - \epsilon_{\mu})} \rangle = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dE N(E) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\ll \rho_E(r) \rho_{E+\omega}(r') \gg^F}{(i\epsilon_n + E)(E + \omega - i\epsilon_n)}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

где мы ввели спектральную плотность Березинского—Горькова [59].

$$\ll \rho_E(r) \rho_{E+\omega}(r') \gg^F = \frac{1}{N(E)} \langle \sum_{\mu\nu} \phi_{\nu}^*(r) \phi_{\mu}(r) \phi_{\mu}^*(r') \phi_{\nu}(r') \delta(E - \epsilon_{\nu}) \delta(E + \omega - \epsilon_{\nu}) \rangle. \quad (3.15)$$

Здесь $N(E)$ — точная плотность электронных состояний на уровне Ферми для одного направления спина.

Процедура расщепления, использованная в уравнении (3.12), при сведении его к (3.13) обычно оправдывается предположением о том, что усреднение $\Delta(r)$ и гриновских функций в (3.12), образующих интегральное ядро, может выполняться независимо от того, что оно проводится, фактически, на разных пространственных масштабах [12]: $\Delta(r)$ меняется на масштабе порядка длины когерентности (размер куперовской пары) ξ , тогда как $G(r r' \epsilon_n)$ осциллирует на масштабах порядка межатомного расстояния $a \sim \hbar / p_F$, причем всегда $\xi \gg a$. На самом деле ясно, что это расщепление справедливо лишь в том случае, когда параметр порядка является *самоусредняющейся* (т.е. фактически неслучайной) величиной, так что: $\Delta(r) = \langle \Delta(r) \rangle$, $\langle \Delta^2(r) \rangle = \Delta(r)^2$. Ниже мы увидим, что для системы, находящейся вблизи порога подвижности, свойство самоусредняемости $\Delta(r)$ отсутствует и ситуация является весьма нетривиальной. В этом случае возникают так называемые *статистические* [63] флуктуации параметра порядка, которые приводят к неравенству $\langle \Delta^2(r) \rangle > \langle \Delta(r) \rangle^2$. Однако, для простоты, мы сначала воспользуемся тем, что можно назвать статистическим приближением среднего поля, в котором этими флуктуациями полностью пренебрегается. В этом смысле простой анализ, использующий уравнение (3.13), можно рассматривать в качестве первого шага при рассмотрении сверхпроводимости в сильно неупорядоченной системе. Роль статистических флуктуаций будет проанализирована позднее.

Если искать решение уравнения (3.13) в виде $\Delta(r) = \text{const}$ (пространственно однородная щель), мы немедленно получаем следующее уравнение для температуры сверхпроводящего перехода T_c :

$$\begin{aligned} 1 &= gT_c \int dr \sum_{\epsilon_n} K(r - r' \epsilon_n) = \\ &= gT_c \int dr \sum_{\epsilon_n} \int_{-\infty}^{\infty} dE N(E) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\ll \rho_E(r) \rho_{E+\omega}(r') \gg^F}{(E + i\epsilon_n)(E + \omega - i\epsilon_n)}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Используя общее правило суммы [59]

$$\int dr \ll \rho_E(r) \rho_{E+\omega}(r') \gg^F = \delta(\omega), \quad (3.17)$$

мы немедленно сводим (3.16) к стандартному виду теории БКШ:

$$1 = gT_c \int_{-\infty}^{\infty} dEN(E) \sum_n \frac{1}{E^2 + \epsilon_n^2} = g \int_0^{\langle \omega \rangle} dEN(E) \frac{1}{E} \frac{\hbar E}{2T_c}, \quad (3.17)$$

где мы ввели обычное обрезание при $\epsilon_n \sim 2 \langle \omega \rangle$. Подчеркнем, что здесь $N(E)$ представляет собой точную плотность состояний на уровне Ферми неупорядоченной системы. Из уравнения (3.18) следует обычный результат:

$$T_c = \frac{2\gamma}{\pi} \langle \omega \rangle \exp\left(-\frac{1}{\lambda_p}\right), \quad (3.18)$$

где $\lambda_p = gN(E_F)$ — безразмерная константа спаривательного взаимодействия $\lambda_p \gamma = C = 0,577\dots$ — постоянная Эйлера. По сути дела, полученный результат и ставит содержание так называемой теоремы Андерсона: в отсутствие процессов рассеяния, нарушающих инвариантность относительно обращения времени, беспорядок влияет на T_c только через возможные изменения плотности состояний $N(E_F)$ (которые обычно довольно малы).

Благодаря правилу сумм (3.17), все сингулярности в спектральной плотности Березинского—Горькова, связанные с локализацией, в уравнении для T_c вообще не проявляются: вклад от члена с $\delta(\omega)$ выпадает и уравнение (3.18) имеет один и тот же вид как в металле, так и в андерсоновском диэлектрике (ср. работу [115]).

Единственное ограничение, которое здесь возникает, связано с локальной дисперсностью электронного спектра в локализованной фазе. Ясно, что куперовское спаривание возможно в области локализации только между электронами, центры локализации которых находятся в пределах области с размером $\sim R_{loc}(E)$, поскольку только в этом случае их волновые функции перекрываются [21, 22]. В то же время эти состояния расщеплены по энергии на величину порядка δ_E , которая определена в (2.13). Очевидно, что мы должны потребовать, чтобы сверхпроводящая щель Δ (при $T = 0$, $\Delta - T_c$) значительно превышала δ_E :

$$\Delta \sim T_c \gg \delta_E \sim \frac{1}{N(E)R_{loc}^3(E)} \quad (3.19)$$

так что на энергетическом интервале порядка $\Delta - T_c$ находится много дискретных уровней с центрами локализации в пределах расстояния $\sim R_{loc}(E)$ друг от друга. В этом случае проблема формирования куперовских пар в области с размером $\sim R_{loc}(E)$ качественно аналогична ситуации в обычном металле, поэтому мы можем перейти от суммирования по дискретным уровням ϵ_n к интегрированию. Фактически такая же ситуация возникает и в задаче о куперовском спаривании нуклонов в атомных ядрах [106] или электронов в маленьких металлических частицах (гранулярных металлах) [116, 117]. Для сильно анизотропных систем типа высокотемпературных сверхпроводников мы должны потребовать выполнения условия [16]

$$\Delta \sim T_c \gg [N(E)R_{loc}^a R_{loc}^b R_{loc}^c]^{-1}, \quad (3.20)$$

где введены значения радиуса локализации вдоль осей, скажем, орторомбической решетки.

Очевидно, что (3.20) эквивалентно требованию достаточно большой длины локализации:

$$R_{loc}(E) \gg [N(E)\Delta]^{-1/3} \sim (\xi_0/p_F^2)^{1/3} \sim (\xi_0 l^2)^{1/3}, \quad (3.21)$$

т. е. что система должна находиться достаточно близко к порогу подвижности. Здесь мы воспользовались обычной оценкой длины свободного пробега вблизи андерсоновского перехода $l \sim p_F^{-1}$. Ниже мы увидим, что уравнение (3.22) просто выражает требование достаточности размера куперовских пар по сравнению с радиусом локализации, только в том случае куперовское спаривание возможно и в области локализации [21, 22].

Разумеется, проведенное выше обсуждение, основанное на модели БКШ, является весьма упрощенным. Последовательный подход к проблеме вычисления температуры сверхпроводящего перехода должен быть основан на решении уравнений Элиашберга в использовании реалистических моделей межэлектронного взаимодействия [118]. Фактически спаривательное взаимодействие определяется балансом межэлектронного притяжения, например, вызванного электрон-фононным взаимодействием (в традиционных сверхпроводниках) или каким-либо другим обменом возбуждениями бозонного типа (как это, по-видимому, имеет место в высокотемпературных сверхпроводниках), и кулоновского отталкивания. Ясно, что в сильно неупорядоченных системах все эти взаимодействия могут достаточно сильно перенормироваться по сравнению с "чистым" случаем. Обычно кулоновское отталкивание электронов в куперовской паре достаточно сильно подавлено по сравнению с электрон-фононным притяжением, что связано с разнородной природой последнего [9]. Характерное время электрон-фононного взаимодействия порядка ω_D^{-1} , тогда как для кулоновского взаимодействия в "чистом" металле оно порядка \hbar/E_F — времени пролета электронов относительно друг друга.

Из-за экранировки в металле кулоновское взаимодействие можно рассматривать как более или менее точечное. В то же время в неупорядоченном металле "баллистический" характер движения электронов сменяется на диффузионный и, по мере того как беспорядок растет, электроны движутся все медленнее относительно друг друга, что приводит к росту кулоновского отталкивания (рост кулоновского псевдопотенциала U) в куперовской паре и соответствующему падению T_c , что впервые было отмечено в работе Андерсона, Мутталиба и Рамакришнана [20] (см. также работы [22, 23]). Разумеется, и электрон-фононное взаимодействие меняется при разупорядочении, однако эти изменения, по-видимому, менее существенны, чем в случае кулоновского отталкивания [120, 121]. Этот вопрос активно обсуждается в литературе, имеются работы, где высказывалась альтернативная точка зрения [122—124]. Естественно, что обсуждавшаяся выше перенормировка плотности состояний на уровне Ферми типа (2.104) также приводит к дополнительной деградации T_c при разупорядочении [124—126]. Аналогичным образом к деградации T_c при разупорядочении может привести возникновение локальных магнитных флуктуаций, появляющихся по мере приближения системы к переходу металл—диэлектрик [41, 92, 99—101, 103, 104]. В локализованной фазе, как известно, образуется еще и полоска однократно занятых состояний под уровнем Ферми, которая эквивалентна появлению локализованных магнитных моментов [7, 127, 128]. К сожалению, полное теоретическое понимание этих эффектов еще отсутствует, хотя их действие в направлении подавления сверхпроводимости вполне очевидно. Здесь мы лишь процитируем ряд работ, в которых были сделаны соответствующие грубые оценки [129—131].

Мы не будем обсуждать все эти работы, поскольку они требуют слишком детального углубления в микроскопические модели спаривания, отсылая читателя к оригинальным работам и имеющимся обзорам [23, 24]. Грубый вывод, который следует из соответствующего рассмотрения, состоит в том, что T_c сильно подавляется при разупорядочении за счет роста факторов, препятствующих образованию куперовских пар (рост кулоновского отталкивания, падение плотности состояний на уровне Ферми, спиновые эффекты и т.п.). Однако T_c может остаться конечной вплоть до перехода Андерсона, по крайней мере, если исходное ее значение в "чистой" системе достаточно велико. В области локализации происходит дальнейшее резкое подавление T_c и сверхпрово-

димось разрушается, причем это происходит, в самом грубом приближении, именно тогда, когда перестает удовлетворяться качественное неравенство типа (3.22), причём величина ξ_0 в нём должна определяться уже существенно пониженной T_c из окрестности перехода Андерсона [22, 23]. Конечно, это делает возможным наблюдения сверхпроводимости в диэлектрике Андерсона крайне трудно. Соответствующая область в фазовой диаграмме системы может оказаться очень узкой даже в самых благоприятных условиях. Ситуация может быть более благоприятной в высокотемпературных сверхпроводниках, как за счёт изначально высоких значений T_c , так и за счёт их квадимерной природы, приводящей к возможности перехода Андерсона при относительно малом беспорядке.

В связи с возможными механизмами спаривания в высокотемпературных сверхпроводниках нужно упомянуть различные варианты так называемого ван-хововского сценария [132—135], основанного на идее увеличения T_c за счёт наличия сингулярностей (пиков) плотности состояний вблизи уровня Ферми. Естественно, что для всех таких механизмов характерным будет быстрое подавление T_c при разупорядочении из-за размывания этих сингулярностей случайным рассеянием на беспорядке. При этом существенное понижение T_c будет достигаться ещё задолго до андерсоновского перехода. Мы не будем обсуждать такой механизм, как не имеющий отношения к эффекту локализации.

Все рассмотрение, проведенное выше, основывалось на представлении о синглетной щелевой функции (параметре порядка) с s -волновой симметрией. В этом случае существует ненулевая амплитуда вероятности нахождения двух электронов куперовской пары в одной точке, что невыгодно с точки зрения кулоновских сил. Именно поэтому и возникает обсуждавшаяся ситуация, когда нужно изучать баланс притяжения и отталкивания. В последние годы был предложен ряд механизмов спаривания, в которых эффект отталкивания ослабляется за счёт выбора такой формы (симметрии) волновой функции пары, при которой амплитуда нахождения электронов в одной точке равняется нулю. Возможно простейшим и, по-видимому, наиболее интересным с точки зрения поисков механизма высокотемпературной сверхпроводимости и металлоксидов является d -волновое спаривание, которое может быть обусловлено механизмом обмена посредством антиферромагнитных спиновых флуктуаций [136—139]. Имеется целый ряд экспериментов, в которых получены явные указания на то, что именно такова симметрия параметра порядка (щели) в реальных ВТСП купратах, причём в большинстве случаев речь идет о так называемой $d_x^2 - y^2$ симметрии [140, 141]. Однако в сверхпроводниках с таким *анизотропным* параметром порядка пары легко разрушаются рассеянием как на магнитных, так и на немагнитных примесях [142, 143]. Это более или менее всегда означает, что сверхпроводимость в таких системах не может существовать в степенях разупорядочения, приводящих к андерсоновскому переходу. Ситуация отличается, когда речь идет о так называемой обобщенной s -симметрии параметра порядка, которая, например, может соответствовать щели одного знака, обращающейся в нуль в определенных направлениях в импульсном пространстве [144]. Нормальные примеси в этом случае приводят к заметному понижению T_c , но она остается конечной — теорема Андерсона выполняется после того, как происходит изотропизация параметра порядка (щели) за счёт примесного рассеяния [145]

Приведем некоторые соотношения для случая d -спаривания, стараясь максимально следовать схеме рассмотрения, использованной выше. Здесь мы частично следуем работе [146]. Рассмотрим d -волновое спаривание на двумерной решетке (имеется в виду ВТСП система), которое вызывается гамильтонианом взаимодействия следующего вида:

$$H_{int} = -g \sum_{\mathbf{r}} \hat{\Delta}_{\mathbf{r}}^{\dagger} \hat{\Delta}_{\mathbf{r}}, \quad (3.2)$$

где \mathbf{r} обозначает узлы решетки. Этот гамильтониан соответствует анизотропному притяжению, причём мы подразумеваем наличие обрезания при характерных частотах $\langle \omega \rangle$, как в модели БКШ. Чтобы получить спаривание с симметрией $d_x^2 - y^2$ -типа, выбираем $\hat{\Delta}_{\mathbf{r}}^{\dagger}$ в следующем виде:

$$\hat{\Delta}_{\mathbf{r}}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\delta} \epsilon_{\delta} (c_{\mathbf{r}+\delta}^{\dagger} c_{\mathbf{r}}^{\dagger} - c_{\mathbf{r}}^{\dagger} c_{\mathbf{r}+\delta}^{\dagger}), \quad (3.24)$$

где $\delta = \pm e_1, \pm e_2$ — решеточные векторы, а $\epsilon_{\pm e_1} = -\epsilon_{\pm e_2} = 1$.

Теперь можно провести анализ, аналогичный выводу уравнений (3.7)–(3.16). При этом снова получим уравнение (3.16), определяющее критическую температуру T_c с ядром $K(\mathbf{r}\mathbf{r}'\epsilon_n)$, которое в представлении точных собственных функций имеет следующий вид:

$$K(\mathbf{r}\mathbf{r}'\epsilon_n) = gT \left\langle \sum_{\mu\nu\delta\delta'} \epsilon_{\delta}\epsilon_{\delta'} \frac{\phi_{\mu}^*(\mathbf{r})\phi_{\nu}^*(\mathbf{r}+\delta)\phi_{\nu}(\mathbf{r}')\phi_{\mu}(\mathbf{r}'+\delta)}{(\epsilon_{\nu} - i\epsilon_n)(\epsilon_{\mu} + i\epsilon_n)} \right\rangle = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} dE N(E) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\ll d_E(\mathbf{r})d_{E+\omega}(\mathbf{r}') \gg}{(i\epsilon_n + E)(E + \omega - i\epsilon_n)}, \quad (3.25)$$

где введена спектральная плотность вида

$$\ll d_E(\mathbf{r})d_{E+\omega}(\mathbf{r}') \gg = \\ = \frac{1}{N(E)} \left\langle \sum_{\mu\nu} \sum_{\delta\delta'} \epsilon_{\delta}\epsilon_{\delta'} \phi_{\mu}^*(\mathbf{r})\phi_{\nu}^*(\mathbf{r}')\phi_{\nu}(\mathbf{r}')\phi_{\mu}(\mathbf{r})\delta(E - \epsilon_{\nu})\delta(E + \omega - \epsilon_{\nu}) \right\rangle. \quad (3.26)$$

Теперь можно переписать уравнение (3.16) для T_c в виде

$$1 = gT_c \int_{-\infty}^{\infty} dE N(E) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \sum_{\epsilon_n} \frac{g(\omega)}{(E + i\epsilon_n)(E + \omega - i\epsilon_n)}, \quad (3.27)$$

где

$$g(\omega) = \int d\mathbf{r}' \ll d_E(\mathbf{r})d_{E+\omega}(\mathbf{r}') \gg = \ll d_E d_{E+\omega} \gg_{q=0}. \quad (3.28)$$

Для спектральной плотности (3.26) не существует правила сумм типа (3.17), однако она легко может быть выражена через гриновские функции, и мы получаем:

$$\ll d_E d_{E+\omega} \gg_{q=0} = \frac{1}{\pi N(E)} \text{Im} \left\{ \Phi_{Ed}^{RA}(\omega q) - \Phi_{Ed}^{RR}(\omega q) \right\}, \quad (3.29)$$

где

$$\Phi_{Ed}^{RA(R)}(q\omega) = -\frac{1}{2\pi i} \sum_{pp'} \gamma_p^d \langle G^R(p+p', E + \omega) G^{A(R)}(p'-p, E) \rangle > \gamma_{p'}^d, \quad (3.30)$$

причем $\gamma_p^d = \cos \theta_x - \cos \theta_y$ для случая d -волны. Если пренебречь решеточными эффектами, то $\gamma_p^d = \cos 2\theta_p$, что соответствует щели $\Delta(\mathbf{k}) = \Delta(T) \cos 2\theta_p$, где θ_p — полярный угол в плоскости [144]. Аналогичные выражения будут определять T_c в случае анизотропного s -волнового спаривания, если соответствующим образом переопределить γ_p^d [144].

Теперь можно обычным образом записать:

$$g(\omega) = \frac{1}{\pi N(E)} \text{Im} \left\{ \Phi_{Ed}^{RA}(\omega q = 0) \right\} =$$

$$= \frac{1}{\pi N(E)} \text{Im} \left\{ -\frac{1}{2\pi i} \sum_{pp'} \cos 2\theta_p \Phi_{pp'}^{RA}(E\omega q = 0) \cos 2\theta_{p'} \right\}. \quad (3.32)$$

Здесь $\Phi_{pp'}^{RA}(E\omega q = 0)$ удовлетворяет уравнению Бете—Солпитера при $q = 0$, которое легко переписывается в виде кинетического уравнения [53]:

$$\left(\omega - \frac{i}{\tau} \right) \Phi_{pp'}^{RA}(E\omega) = -\Delta G_p \left[\delta(p - p') + \sum_{p''} U_{pp''}^E(\omega) \Phi_{p''p'}^{RA}(E\omega) \right], \quad (3.33)$$

где $\Delta G_p \equiv G^R(pE + \omega) - G^A(pE)$. Если в (3.32) взять в качестве простейшего приближения для неприводимой вершины ее "затравочное" значение $U_0 = \rho V^2$, получим

$$g(\omega) = \frac{1}{4\pi} \frac{\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (3.34)$$

с обычным значением $1/\tau = 2\pi\rho V^2 N(E)$. Подставляя (3.34) в (3.27) и проводя стандартный анализ [9], получаем уравнение для температуры сверхпроводящего перехода [143] $\ln(T_{c0}/T_c) = \Psi(1/2 + 1/4\pi T_c) - \Psi(1/2)$, которое аналогично такому же уравнению в задаче о магнитных примесях в сверхпроводнике. Однако в этом случае подавление T_c определяется рассеянием на "нормальном" потенциале, что приводит к очень быстрому подавлению T_c — сверхпроводящее состояние полностью разрушается при $1/\tau > 1,76T_{c0}$. В действительности этот результат не зависит от размера системы и справедлив также и для трехмерного случая.

Полученные результаты означают, что практически невозможно достигнуть перехода Андерсона при одновременном сохранении в системе спаривания d -типа: критический беспорядок для перехода металл—диэлектрик определяется условием $1/\tau - E_F \gg T_c$. Определенные надежды могут быть связаны только с рассмотрением квазидвумерного случая, когда критический беспорядок уменьшается в меру малости межплоскостного интеграла переноса w , как это видно из уравнений (2.83), (2.84). Локализация возникает при $w < w_c = \frac{\sqrt{2}}{\tau} \exp(-\pi E_F \tau)$ и принимая в качестве оценки $1/\tau \approx T_{c0}$, так что сверхпроводимость все еще возможна, получаем следующий критерий сосуществования локализации и сверхпроводимости в виде:

$$w < T_{c0} \exp(-\pi E_F / T_{c0}). \quad (3.35)$$

В типичной ситуации для высокотемпературных сверхпроводников $T_{c0} < 0,1E_F$ неравенство (3.34) может выполняться только в чрезвычайно анизотропном случае, когда $w \ll T_{c0}$. Большинство известных ВТСП систем, по-видимому, не удовлетворяет такому условию. Это обстоятельство делает рассмотрение d -спаривания мало актуальным с точки зрения нашего обзора. Очень трудно примирить существующие экспериментальные данные (см. ниже), свидетельствующие о близости неупорядоченных высокотемпературных сверхпроводников к переходу Андерсона, и данные о d -спаривании в этих системах. Эта аргументация перестает играть роль в случае, если не реализуется анизотропное s -спаривание, когда теорема Андерсона применима в больших степенях разупорядочения [144]. В этом смысле эксперименты по разупорядочению ВТСП систем могут оказаться очень важными при решении вопроса

о типе спаривания в них, а соответственно и о микроскопической природе высокотемпературной сверхпроводимости.

Тем не менее, даже в случае d -спаривания эффекты локализации могут оказаться важными и интересными, но для совершенно другой задачи о локализации БКШ-квазичастиц внутри сверхпроводящей щели при относительно слабом беспорядке [147—150]. Известно, что в "чистом" сверхпроводнике с d -спариванием плотность состояний вблизи уровня Ферми линейна по энергии, отсчитанной от него: $N(E) \sim E$, что связано с наличием нулей щели на поверхности Ферми. Рассеяние на примесях делает эту плотность состояний конечной при $E = 0$ [142]. В этом смысле система становится похожей на нормальный металл и мы можем рассчитать [147] квазичастичный вклад в проводимость $\sigma(\omega \rightarrow 0)$. Эта проводимость оказывается равной

$$\sigma \approx \frac{e^2}{2\pi\hbar} \frac{\xi_0}{a}, \quad (3.36)$$

где $\xi_0 = v_F \pi \Delta_0$ — сверхпроводящая длина когерентности, а a — межатомное расстояние, которое мы полагаем $T = 0$). Удивительно, что проводимость σ оказывается независимой от частоты рассеяния $1/\tau$, т.е. от беспорядка. Для двумерного случая (имеем в виду квазидвумерные ВТСП системы) мы знаем, что все состояния локализованы и локализация контролируется безразмерным кондактансом, который в данном случае равен $g = \sigma / (e^2 / 2\pi\hbar) = \xi_0 / a$. Величина g в высокотемпературных сверхпроводниках может, таким образом, оказаться достаточно малой ввиду малости значений ξ_0 , которые обычно лишь незначительно превышают межатомное расстояние. Это может привести к важной роли эффектов локализации БКШ-квазичастиц, для которых возникает щель по подвижности вблизи уровня Ферми. В свою очередь, существование такой щели может проявиться в аномалиях СВЧ-проводимости и глубины проникновения d -волнового сверхпроводника [147].

Эти результаты были первоначально получены [147] в модели точечных рассеивателей, позже было показано [148], что конечность радиуса действия примесного потенциала приводит к неуниверсальности проводимости, которая начинает зависеть от степени разупорядочения и оказывается пропорциональной частоте рассеяния в нормальном состоянии. Ситуация еще более усложнилась после того, как в работах [149, 150] было сделано утверждение о том, что более строгий анализ приводит к выводу о нетривиальной зависимости плотности состояний в d -волновом сверхпроводнике с примесями типа $N(E) \sim |E|^\alpha$, где показатель $\alpha > 0$, но зависит от типа беспорядка. Ренорм-групповой анализ проводимости приводит к существованию фиксированной точки промежуточного типа, который указывает на конечность проводимости даже в двумерии. Эти вопросы привлекают сейчас большое внимание.

Б. Теория Гинзбурга—Ландау и переход Андерсона

1. Общие соотношения

В дальнейшем предполагается, что температура сверхпроводящего перехода T_c в сильно неупорядоченной системе остается конечной вплоть до перехода Андерсона. Нашей целью будет изучение основных свойств таких сверхпроводников, которые, как мы увидим, достаточно сильно отличаются от обычного "грязного" случая. Эти отличия проявляются еще до того, как система достигает порога подвижности. В этом смысле наша главная цель состоит в обобщении обычной теории "грязных" сверхпроводников на случай сильного беспорядка, при котором длина свободного пробега уменьшается до величин порядка межатомного расстояния $l \sim \rho_F^{-1}$.

Для справедливости утверждения о возможности сверхпроводимости вблизи перехода металл—диэлектрик недостаточно продемонстрировать конечность T_c . Более

важно показать, что при этом сохраняется сверхпроводящий отклик на внешний электромагнитный потенциал A . В общем случае анализ функций отклика сверхпроводника представляет собой сложную задачу. Однако вблизи T_c происходят существенные упрощения, и, фактически, мы просто должны показать, что плотность свободной энергии системы может быть представлена в стандартном виде Гинзбурга—Ландау [9, 12, 151].

$$F = F_0 + A|\Delta|^2 + \frac{1}{2}B|\Delta|^4 + C\left(\nabla - \frac{2ie}{\hbar c}A\right)\Delta|^2, \quad (3.3)$$

где F_n — плотность свободной энергии в нормальном состоянии. Наша задача сводится таким образом, к микроскопическому выводу выражений для коэффициентов A , B и C разложения Гинзбурга—Ландау (3.36), учитывающему возможность локализации электронов. Этот вывод представляет собой непосредственное обобщение известного рассмотрения Горькова [12] для этих коэффициентов в случае “грязных” сверхпроводников. Соответствующий анализ был впервые проведен Булаевским и Садовским [21, 22] и, несколько позже, Котляром и Капитульником [25, 26]. Сравнительно недавно эти же результаты были воспроизведены в работе Кравцова [153].

В рамках модели БКШ коэффициенты A и B , определяющие температуру перехода и равновесное значение параметра порядка Δ , не изменяются по сравнению с значениями в теории “грязных” сверхпроводников, даже если система находится близ к переходу Андерсона. Это соответствует выполнению теоремы Андерсона. Менее тривиальным является поведение коэффициента C , который определяет сверхпроводящий отклик. В обычной теории “грязных” сверхпроводников [12] этот коэффициент пропорционален коэффициенту диффузии электронов, т.е. проводимости системы ($T = 0$). По мере приближения уровня Ферми к порогу подвижности проводимость стремится к нулю. Однако, как мы увидим ниже, коэффициент C остается конечным в окрестности перехода Андерсона и даже в области локализованных состояний.

Для вывода коэффициентов Гинзбурга—Ландау достаточно знать двухчастичную функцию Грина в нормальном состоянии [12]. Определим следующие двухчастичные мацубаровские корреляторы в импульсном представлении [22]:

$$\Psi_E(q, \omega_m, \varepsilon_n) = -\frac{1}{2\pi i} \sum_{p_+ p'_+} \langle G(p_+, p'_+, -\varepsilon_n + \omega_m) G(-p'_-, -p_-, -\varepsilon_n) \rangle, \quad (3.37)$$

$$\Phi_E(q, \omega_m, \varepsilon_n) = -\frac{1}{2\pi i} \sum_{p_+ p'_+} \langle G(p_+, p'_+, -\varepsilon_n + \omega_m) G(p'_-, p_-, -\varepsilon_n) \rangle, \quad (3.38)$$

где $p_{\pm} = p_{\pm}^{\pm} q/2$ и $\omega_m = 2\pi m T$. Графически эти функции представлены на рис. 10. Тогда коэффициенты Гинзбурга—Ландау определяются как [12, 152]:

$$A = \frac{1}{g} + 2\pi i T \sum_{\varepsilon_n} \Psi_E(q = 0, \omega_m = 2\varepsilon_n), \quad (3.39)$$

$$C = i\pi T \sum_{\varepsilon_n} \frac{\partial^2}{\partial q^2} \Psi_E(q, \omega_m = 2\varepsilon_n)|_{q=0}. \quad (3.40)$$

Сверхпроводящие свойства определяются функцией Грина Ψ_E , описывающей распространение куперовской пары. В то же время мы видели, что гриновская функция Φ_E определяет кинетические свойства нормального металла, в том числе и переход Андерсона. При наличии инвариантности относительно обращения времени (т.е. отсутствие внешнего магнитного поля или магнитных примесей) имеем [72]

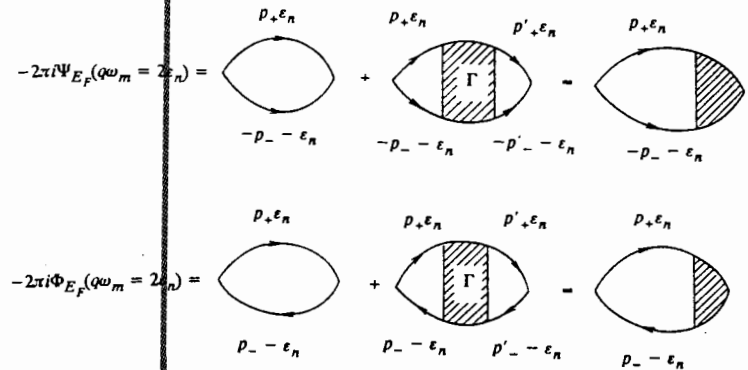


Рис. 10. Диаграммное представление двухчастичных функций Грина $\Psi_E(q\omega_m)$ и $\Phi_E(q\omega_m)$ (для $\omega_m = 2\varepsilon_n$). Суммирование по частоте в петлях отсутствует

$$\Psi_E(q\omega_m \varepsilon_n) = \Phi_E(q\omega_m \varepsilon_n) \quad (3.41)$$

и для определения коэффициентов Гинзбурга—Ландау достаточно знать только $\Phi_E(q\omega_m = 2\varepsilon_n)$.

В качестве одноэлектронной модели переходов Андерсона мы используем самосогласованную теорию локализации, которая позволяет провести все вычисления в явном виде. Требуется только переформулировать все уравнения в мацубаровском формализме (конечные T) [22]. Для малых q и ω_m , аналогично (2.34), получаем

$$\Phi_E(q\omega_m) = -\frac{N(E)}{i|\omega_m| + D_E(|\omega_m|)^2}, \quad \omega_m = 2\pi m T, \quad (3.42)$$

где обобщенный коэффициент диффузии $D_E(\omega_m)$ определяется из уравнения самосогласования аналогичного (2.39):

$$\frac{D_0}{D_E(\omega_m)} = 1 - \frac{i}{\pi N^2(E)} \sum_{|q| < k_0} \Phi_E(q\omega_m). \quad (3.43)$$

В трехмерном случае (3.43) сводится к (ср. (2.69))

$$\frac{D_E(\omega_m)}{D_0} = 1 - \frac{\lambda}{\lambda_c} + \frac{\pi \lambda}{2 \lambda_c} \left[\frac{D_0 \omega_m}{D_E(\omega_m) 2\gamma} \right]^{1/2}, \quad (3.44)$$

где мы использовали те же обозначения, что и выше при обсуждении самосогласованной теории локализации. Аналогично (2.70) и с точностью, достаточной для наших целей, можно записать решение (3.44) в виде

$$D_E(\omega_m) \approx \text{Max} \left\{ D_E \frac{\omega_m}{\omega_m + 3D_E \omega_0^2(E)/v_F^2}; D_0 \left(\frac{\omega_m}{2\gamma} \right)^{1/3} \right\}, \quad (3.45)$$

где D_E — перенормированный коэффициент диффузии, определенный в (2.72), а ω_0 — характерная частота, введенная в (2.56), которая сигнализирует о переходе в диэлектрическое состояние.

Как мы уже отметили выше, коэффициенты Гинзбурга—Ландау A и B определяются обычными выражениями, известными из теории “грязных” сверхпроводников [12, 22]

$$A = N(E_F) \ln \frac{T}{T_c} \approx N(E_F) \frac{T - T_c}{T_c}, \quad (3.4)$$

где T_c дается обычным соотношением теории БКШ (3.19), а

$$B = \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T_c^2} N(E_F), \quad (3.4)$$

где $\zeta(x)$ — дзета-функция Римана ($\zeta(3) = 1,202\dots$). Эти коэффициенты зависят беспорядка через соответствующую зависимость $N(E_F)$ и справедливы даже в локализованной фазе. Это вполне соответствует теореме Андерсона.

Существенные изменения возникают в коэффициенте при градиентном члене. Используя уравнения (3.40)—(3.42) и (3.45), можно легко найти различные предельные формы этого коэффициента [21, 22]:

$$C \equiv N(E_F) \xi^2 \approx N(E_F) \begin{cases} \frac{\pi}{8T_c} D_{E_F} \xi_{loc}(E_F) < (\xi_0 l^2)^{1/3}, & E_F > E_c \\ \left(\frac{D_{E_F}}{T_c}\right)^{2/3} \approx (\xi_0 l^2)^{2/3} & \xi_{loc}(E_F) > (\xi_0 l^2)^{1/3}, & E_F \sim E_c \\ R_{loc}^3(E_F) \ln \frac{1.78 D_{E_F}}{\pi T_c R_{loc}^2(E_F)} & R_{loc}(E_F) < (\xi_0 l^2)^{1/3}, & E_F < E_c \end{cases} \quad (3.4)$$

где мы определили длину когерентности ξ , а $\xi_0 = 0,18 v_F / T_c$ — длина когерентности теории БКШ, l — обычная длина свободного пробега. Практически такие же результаты были получены в работах [25, 26], где использовался подход, основанный на элементарной скейлинговой теории локализации. В работе [153] эти же результаты были подтверждены с использованием σ — модельного подхода к локализации.

В металлической фазе, по мере того как уровень Ферми E_F приближается к порогу подвижности E_c , локализационная корреляционная длина ξ_{loc} растет и коэффициент C сначала уменьшается пропорционально обобщенному коэффициенту диффузии D_{E_F} , т.е. проводимости системы в нормальном состоянии. Однако в окрестности перехода Андерсона, где $\sigma \rightarrow 0$, падение коэффициента C прекращается и он остается конечным даже при $E_F < E_c$, т.е. в андерсоновском диэлектрике. С дальнейшим снижением E_F в область локализации (или с ростом E_c по мере роста беспорядка) коэффициент C определяется уже радиусом локализации R_{loc} , который постепенно уменьшается с ростом беспорядка. Вспомогая, однако, соотношения (3.20) и (3.22) мы понимаем, что проведенный анализ справедлив только при достаточно больших величинах радиуса локализации, удовлетворяющих (3.22). В этом смысле последняя асимптотика в (3.48) фактически находится за пределами применимости теории.

Конечность коэффициента C в разложении Гинзбурга—Ландау в окрестности перехода Андерсона означает существование сверхпроводящего (мейсснеровского) отклика системы на внешнее магнитное поле. Соответственно, при $T < T_c$ в системе могут произойти переход из андерсоновского диэлектрика в сверхпроводник. Физический смысл этого результата можно понять из следующих качественных соображений (см. работу [116], где аналогичные оценки были проделаны для гранулярного металла). В андерсоновском диэлектрике все электроны с энергиями E вблизи уровня Ферми локализованы внутри пространственных областей с размерами порядка $\sim R_{loc}(E)$. Эти области связаны некоторой амплитудой туннелирования \mathcal{V} , которая определяет вероятность туннелирования электронов между такими областями:

$$P_T \approx 2\pi |\mathcal{V}|^2 N(E) R_{loc}^3(E). \quad (3.49)$$

Однако физический смысл локализации состоит в выполнении неравенства

$$|\mathcal{V}| < \frac{1}{N(E) R_{loc}^3(E)}. \quad (3.50)$$

Это означает невозможность когерентного туннелирования между состояниями, локализованными в этих областях, и $P_T < 2\pi N^{-1}(E) R_{loc}^{-3}$. В то же время, если условия (3.20) или (3.22) удовлетворены внутри каждой из областей $\sim R_{loc}$, внутри их могут образовываться куперовские пары и в спектре появляется сверхпроводящая щель Δ . Когда в системе появляется “джозефсоновское” взаимодействие между областями локализованных состояний, определяющее возможность туннелирования пар:

$$E_J \approx \pi^2 [N(E) R_{loc}^3(E)]^2 |\mathcal{V}|^2 \Delta. \quad (3.51)$$

Легко видеть, что при

$$\Delta > \frac{2}{\pi} \frac{1}{N(E) R_{loc}^3(E)} \quad (3.52)$$

получим $E_J > P_T$, так что при удовлетворении условия (3.20) можно удовлетворить неравенству $E_J \gg N^{-1}(E) R_{loc}^{-3}(E)$, несмотря на выполнение (3.50), так что туннелирование пар между областями локализованных состояний оказывается возможным даже при отсутствии одночастичного туннелирования.

Удобно переписать уравнение (3.48), используя соотношение между обобщенным коэффициентом диффузии и проводимостью (2.46), а также уравнения (2.65), (2.67). Тогда, используя разложение Гинзбурга—Ландау и выражения для его коэффициентов, можно легко найти зависящую от температуры корреляционную длину $\xi(T)$ [9, 21, 22]:

$$\xi^2(T) = \frac{T_c}{T_c - T} \begin{cases} \xi_0 l \frac{\sigma}{\sigma + \sigma^*} & \sigma > \sigma^* \quad (E_F > E_c) \\ (\xi_0 l^2)^{2/3} & \sigma < \sigma^* \quad (E_F \sim E_c) \end{cases}, \quad (3.53)$$

где $\sigma_c = e^2 p_F / (\pi^3 \hbar^2)$, а характерный масштаб проводимости σ^* определяется как

$$\sigma^* \approx \sigma_c (p_F \xi_0)^{-1/3} \approx \sigma_c \left(\frac{T_c}{E_F}\right)^{1/3}. \quad (3.54)$$

Поэтому в области очень маленьких проводимостей $\sigma < \sigma^*$ масштаб $\xi(T)$ определяется не $\xi - \sqrt{\xi_0 l}$, как в обычной теории “грязных” сверхпроводников [9, 12], а новой длиной $\sim (\xi_0 l^2)^{1/3} - (\xi_0 / p_F^2)^{1/3}$, которая теперь и определяет характерный размер куперовских пар вблизи перехода Андерсона.

В более общем случае, когда для коэффициента диффузии на пороге подвижности выполняется закон типа ω^δ с критическим индексом δ , отличным от $1/3$ (напомним, что значения критических индексов в теории локализации остается предметом дискуссии [71]), можно легко убедиться, что для проводимостей $\sigma < \sigma^* \approx \sigma_c (p_F \xi_0)^{-\delta}$ длина когерентности определяется выражением $\xi \sim \xi_0^{1+\delta} l^{1-\delta}$. Это приводит к качественному поведению, не отличающемуся от обсуждавшегося выше.

Из уравнения (3.53) видно, что при приближении системы к переходу металл—

диэлектрик $\xi^2(T)$ сначала уменьшается пропорционально проводимости σ , как в теории "грязных" сверхпроводников. Однако уже в металлической области при $\sigma < \sigma^*$ это уменьшение замедляется и длина когерентности остается конечной как в точке перехода, так и ниже ее.

Плотность сверхпроводящих электронов n_s может быть определена как [9]

$$n_s(T) = 8mC\Delta^2(T) = 8mC(-A)/B. \quad (3.55)$$

Вблизи андерсоновского перехода имеем

$$n_s \sim mN(E_F)\xi^2\Delta^2 \sim mp_F(\xi_0/p_F^2)^{2/3}\Delta^2 \sim n(T_c^{1/2}/E_F^2)^{2/3}(T_c - T), \quad (3.56)$$

где $n - p_F^3$ — полная плотность электронов. Если для оценок взять $T - 0,5T_c$, т.е. достаточно низкую температуру, мы получим

$$n_s \sim n \left(\frac{T_c}{E_F} \right)^{4/3}, \quad (3.57)$$

что, как мы увидим ниже, остается справедливым вплоть до $T = 0$. Из этих оценок видно, что в сильно неупорядоченном металле только малая часть электронов проводимости образует куперовские пары и вносит вклад в сверхпроводимость. Тем не менее, эти оценки подтверждают возможность сверхпроводимости в андерсоновском диэлектрике.

Характерная проводимость σ^* , определенная в (3.54), задает важный масштаб проводимости, при достижении которого начинает проявляться существенное влияние эффектов локализации на сверхпроводимость [22]. Тогда как σ_c порядка моттовской "минимальной металлической проводимости" [2, 3], величина σ^* еще меньше по величине. Однако для куперовских пар достаточно малого размера (т.е. малых ξ_0 , характерных для сверхпроводников с сильной связью и высокотемпературных сверхпроводников) величина σ^* более или менее оказывается порядка σ_c . Экспериментально она может быть определена по значениям проводимости, при которых, с ростом разупорядочения, возникают заметные отклонения от предсказаний стандартной теории "грязных" сверхпроводников.

Отметим, что обсуждаемая ситуация, когда куперовские пары оказываются делокализованными, тогда как одночастичные возбуждения в системе локализованы, может привести к особенностям в кинетических свойствах "нормальных" электронов при $T < T_c$, первые попытки описания которых были предприняты в работах [154—157].

Все это легко обобщается на случай сильно анизотропных квазидвумерных систем, таких как высокотемпературные сверхпроводники. Используя приведенные выше результаты самосогласованной локализации для квазидвумерного случая [69], можно записать следующее их обобщение (2.87) для мацубаровских частот:

$$\frac{D_j(\omega_m)}{D_j^0} \approx \begin{cases} \text{Max} \left[\frac{E_F - E_c}{E_c}; (2\pi E_F w \tau^2)^{-2/3} (\omega_m \tau)^{1/3} \right] & \omega_m \ll w^2 \tau, \\ 1 - \frac{1}{2\pi E_F \tau} \ln \left(\frac{1}{\omega_m \tau} \right) & \omega_m \gg w^2 \tau \end{cases} \quad (3.58)$$

где $j = ||, \perp$. Проводя вычисления аналогично [22], получим для коэффициента при градиентном члене в разложении Гинзбурга—Ландау [16, 158]:

$$C_{||, \perp} = N(E_F) \xi_{||, \perp}^2. \quad (3.59)$$

где для длины когерентности $\xi_{||, \perp}$ возникает ряд выражений, для различных значений

отношения $w^2 \tau / 2\pi T_c \hbar$, которое определяет "степень двумерности" рассматриваемой задачи. Для случая $w^2 \tau / 2\pi T_c \hbar \gg 1$, соответствующего анизотропной трехмерной системе, имеем

$$\xi_{||, \perp}^2 = \frac{\pi}{8T_c} D_{||, \perp}^0 \left(\frac{E_F - E_c}{E_c} \right) \approx \xi_{||, \perp}^0 l_{||, \perp} \left(\frac{E_F - E_c}{E_c} \right), \quad (3.60)$$

где $\xi_{||}^0 \sim \hbar v_F / T_c$, $\xi_{\perp}^0 \sim w_{\perp} / T_c$, $l_{||} = v_F \tau$ и $l_{\perp} = w_{\perp} \tau / \hbar$ — продольная и поперечная длины когерентности и свободного пробега. Приведенные выражения справедливы в области $\sigma_{||} > \sigma^*$, где

$$\sigma^* \sim \sigma_{||}^0 \xi_{||}^0 \left(\frac{T_c^2}{E_F w} \right)^{2/3}. \quad (3.61)$$

Здесь $\sigma_{||}$ определена в (2.86). Условие $w^2 \tau / 2\pi T_c \hbar \gg 1$ эквивалентно требованию

$$\xi_{\perp} \sim \sqrt{\xi_{\perp}^0 l_{\perp}} \gg a_{\perp}, \quad (3.62)$$

что проясняет его физический смысл: поперечный размер куперовской пары должен значительно превышать расстояние между высокопроводящими плоскостями. В этом случае мы имеем дело просто с анизотропной сверхпроводимостью.

В непосредственной окрестности перехода Андерсона, для случая $\sigma_{||} < \sigma^*$, получаем:

$$\xi_{||, \perp}^2 \approx (1 - 2^{-5/3})(16\pi^4)^{-1/3} \zeta(5/3) \frac{D_{||, \perp}}{(E_F T_c w)^{2/3} \tau} \approx (\xi_{||, \perp}^0)^2 \left(\frac{T_c^2}{E_F w} \right)^{2/3}. \quad (3.63)$$

Легко видеть, что при $w - E_F$ все эти выражения естественным образом переходят в результаты, полученные для изотропного случая.

Для случая $w^2 \tau / 2\pi T_c \hbar < 1$, который соответствует "почти двумерной" ситуации

$$\xi_{\perp} \sim \sqrt{\xi_{\perp}^0 l_{\perp}} \leq a_{\perp}, \quad (3.64)$$

когда поперечный размер куперовских пар меньше межплоскостного расстояния, имеем

$$\xi_{||, \perp}^2 \approx \left\{ \begin{array}{l} \frac{D_{||, \perp}^0 E_F - E_c}{\pi T_c E_c} \quad (\sigma_{||} > \sigma^*) \\ \frac{D_{||, \perp}^0}{(4\pi^2 E_F T_c w)^{2/3} \tau} \quad (\sigma_{||} < \sigma^*) \end{array} \right\} + (\pi^2/8 + 1) \frac{D_{||, \perp}^0}{\pi T_c} \left(1 - \frac{1}{2\pi E_F \tau} \ln \frac{1}{2\pi T_c \tau} \right). \quad (3.65)$$

Основное отличие от рассмотренного выше анизотропного случая (3.60) и (3.63) состоит в появлении здесь второго члена "двумерного" вида. В чисто двумерной ситуации ($w = 0$) получаем [152]:

$$\xi_{||}^2 = \frac{\pi D_{||}^0}{8T_c} \left(1 - \frac{1}{2\pi E_F \tau} \ln \frac{1}{2\pi T_c \tau} \right). \quad (3.66)$$

Для высокотемпературных сверхпроводников разумно оценить $\xi_{||}^0 \sim l_{||}$, $T_c - w$, $T_c - 0, 1E_F$, так что $\sigma^* \sim \sigma_{||}$, т.е. эти системы всегда более или менее близки к переходу Андерсона. При $T_c - w$ и $\hbar/\tau - E_F$, т.е. для достаточно сильного беспорядка, имеем $w^2 \tau / 2\pi T_c \hbar < 1$, так что в этих системах может реализоваться почти двумерное поведение.

В общем случае высокотемпературные сверхпроводники на основе оксидов меди, видимо, представляют собой вещества промежуточного типа между сильно анизотропными трехмерными и почти двумерными системами.

Новый масштаб длины когерентности вблизи перехода Андерсона приводит к увеличению ширины критической области термодинамических флуктуаций вблизи T_c [25, 26]. Эта ширина определяется известным критерием Гинзбурга [46, 48] и выражается через коэффициенты разложения Ландау. Приближение среднего поля теории Ландау справедливо (для $d = 3$) при [46, 48]

$$1 \gg \left| \frac{T - T_c}{T_c} \right| \gg \frac{B^2 T_c^2}{\alpha C^3} \equiv \tau_G, \quad (3.67)$$

где α определяется из $A = \alpha(T - T_c)/T_c$. В случае сверхпроводящего перехода имеем $\alpha = N(E_F)$, $B = N(E_F)/T_c^2$ и $C = N(E_F)\xi^2$. Соответственно, из (3.67) получаем следующую оценку ширины критической области:

$$\tau_G \sim \frac{1}{N^2(E_F)\xi^6 T_c^2} \sim \left(\frac{E_F}{T_c} \right)^2 \frac{1}{\xi^6 p_F^6}. \quad (3.68)$$

В "чистом" пределе $\xi = \xi_0 - v_F/T_c$ и мы имеем $\tau_G \sim (T_c/E_F)^4$, так что критическая область практически ненаблюдаема. В "грязном" сверхпроводнике $\xi \sim \sqrt{\xi_0 l}$ и

$$\tau_G \sim \left(\frac{T_c}{E_F} \right) \frac{1}{(p_F l)^3}, \quad (3.69)$$

так что снова $\tau_G \ll 1$. Однако для сверхпроводника, близкого к порогу подвижности $\xi \sim (\xi_0/p_F^2)^{1/3}$ и из (3.68) получаем [25, 26]

$$\tau_G \sim 1. \quad (3.70)$$

Заметим, что τ_G все равно может оказаться достаточно малым из-за численных констант, которыми мы пренебрегали выше, однако "буквенная" малость отсутствует и критическая область сверхпроводящего перехода оказывается аномально широкой. Флуктуационные эффекты могут оказаться наблюдаемыми даже в трехмерных сверхпроводниках. Отметим, что в локализованной фазе $\xi \sim R_{loc}$ и $\tau_G \sim [N^2(E_F)R_{loc}^6 T_c^2]^{-1} > 1$, если нарушается условие (3.20).

Термодинамические флуктуации приводят [25, 26] к дополнительному механизму понижения T_c вблизи перехода металл—диэлектрик. Если считать флуктуации малыми, соответствующую поправку к T_c можно рассчитать в так называемом однопетлевом приближении и получить для трехмерного случая [25, 26]

$$T_c = T_{c0} - \frac{7\zeta(3)}{16\pi^4 \xi^3 N(E_F)}, \quad (3.71)$$

где T_{c0} — температура сверхпроводящего перехода в приближении среднего поля. Если использовать здесь выражения для ξ , справедливые вблизи перехода Андерсона, то в области $\sigma > \sigma^*$ получим [26]

$$T_c \approx T_{c0} \left[1 - 0.5 \left(\frac{\sigma_c}{\sigma} \right)^{3/2} \left(\frac{T_{c0}}{E_F} \right)^{1/2} \right]. \quad (3.72)$$

Для $\sigma < \sigma^*$ эта поправка выходит на насыщение и практически не меняет

очевидно, что здесь нужно учесть еще и поправки высших порядков, но соответствующее исследование никем не проводилось.

2. Верхнее критическое поле

Прямая информация о величине $\xi^2(T)$ может быть получена из измерений верхнего критического магнитного поля H_{c2} [9]:

$$H_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi \xi^2(T)}, \quad (3.73)$$

где $\phi_0 = \pi \hbar c / e$ — квант магнитного потока в сверхпроводнике. Используя (3.53), можно получить следующее соотношение между проводимостью в нормальном состоянии σ , наклоном верхнего критического поля при $T = T_c$, определяемым $(dH_{c2}/dT)_{T_c}$, и величиной плотности электронных состояний на уровне Ферми (в расчете на одно направление спина) $N(E_F)$ [21, 22]:

$$-\frac{\sigma}{N(E_F)} \left(\frac{dH_{c2}}{dT} \right)_{T_c} \approx \begin{cases} \frac{8e^2}{\pi^2 \hbar} \phi_0 & \sigma > \sigma^* \\ \phi_0 \frac{\sigma}{N(E_F)(\xi_0 l)^2 T_c} \approx \phi_0 \frac{\sigma}{[N(E_F)T_c]^{1/3}} & \sigma < \sigma^*. \end{cases} \quad (3.74)$$

Для $\sigma > \sigma^*$ правая часть (3.74) содержит только фундаментальные константы. Это — так называемое соотношение Горькова [12], оно часто используется при интерпретации экспериментальных данных по "грязным" сверхпроводникам. С его помощью часто определяют $N(E_F)$ для различных степеней разупорядочения из измерений $(dH_{c2}/dT)_{T_c}$ и проводимости σ . С другой стороны, $N(E_F)$ можно, в принципе, определить из независимых измерений, например из электронного вклада в теплоемкость и т.п. Из полученных выше формул видно, что при проводимостях $\sigma < \sigma^*$, т.е. вблизи перехода металл—диэлектрик, соотношение Горькова становится несправедливым и его формальное использование фактически может симулировать падение $N(E_F)$ с ростом сопротивления (беспорядка). Грубо говоря, уравнение (3.74) показывает, что в предположении относительно малого изменения $N(E_F)$ и T_c с беспорядком обычный наклон $(dH_{c2}/dT)_{T_c}$ при росте степени разупорядочения системы сменяется насыщением в области проводимостей нормального состояния $\sigma < \sigma^*$ вблизи перехода Андерсона. Наклон кривой верхнего критического поля перестает зависеть от проводимости (степени разупорядочения). Это подчеркивает необходимость независимых измерений плотности состояний $N(E_F)$.

Заметим, что качественное поведение типа, задаваемого уравнением (3.74), сохраняется и в том случае, когда частотная зависимость коэффициента диффузии на пороге подвижности имеет вид ω^{δ} (с некоторым неизвестным критическим индексом δ), меняется только, как уже отмечено выше, выражение для σ^* . Поэтому полученные результаты фактически не связаны с конкретными модельными предположениями самосогласованной теории локализации, кроме, пожалуй, общей концепции непрерывного перехода металл—диэлектрик.

Для анизотропной (квазидвумерной) системы можно получить аналогичные соотношения:

$$\left(\frac{dH_{c2}^{\perp}}{dT} \right)_{T_c} = - \frac{\phi_0}{2\pi \xi_{\parallel}^2 T_c}, \quad (3.75)$$

$$\left(\frac{dH_{c2}^{\parallel}}{dT}\right)_{T_c} = -\frac{\phi_0}{2\pi\xi_{\parallel}\xi_{\perp}T_c}, \quad (3.76)$$

где $\xi_{\parallel, \perp}$ определены выше в ходе обсуждения, проведенного после уравнения (3.59). Это приводит к соотношениям и качественному поведению, аналогичному (3.74). Мы только отметим интересное соотношение для анизотропии наклона верхнего критического поля [16]:

$$\frac{(dH_{c2}^{\parallel}/dT)_{T_c}}{(dH_{c2}^{\perp}/dT)_{T_c}} = \frac{\xi_{\parallel}}{\xi_{\perp}} = \frac{v_F}{wa/h}. \quad (3.77)$$

Видим, что анизотропия $(dH_{c2}/dT)_{T_c}$ фактически определяется анизотропией скорости Ферми, независимо от режима сверхпроводимости — от “чистого” предела через обычный “грязный” случай и вплоть до окрестности перехода Андерсона.

Приведенный выше вывод коэффициента C разложения Гинзбурга—Ландау являлся использовал инвариантность относительно обращения времени, выраженную в уравнении (3.41). Эти верно в отсутствие внешнего магнитного поля и магнитных примесей. Соответственно, приведенные выше результаты для верхнего критического поля формально справедливы в пределе инфинитезимального внешнего поля, чего достаточно для демонстрации сверхпроводящего (мейсснеровского) отклика и для определения dH_{c2}/dT вблизи критической температуры T_c . В конечном магнитном поле нужно еще учесть его обратное влияние на локализацию. Соответствующий анализ был выполнен в работах [76, 159], а также, несколько другим методом, в работе [81]. Результаты этих работ вполне аналогичны и ниже мы следуем [76]. Стандартная схема анализа сверхпроводящего перехода во внешнем магнитном поле [12, 9, 160, 161] приводит к следующему уравнению, определяющему температурную зависимость $H_{c2}(T)$:

$$\ln \frac{T}{T_c} = 2\pi T \sum_{\epsilon_n} \left\{ \frac{1}{2|\epsilon_n| + 2\pi D_2(2|\epsilon_n|)H/\phi_0} - \frac{1}{2|\epsilon_n|} \right\}, \quad (3.78)$$

где $D_2(2|\epsilon_n|)$ — обобщенный коэффициент диффузии в куперовском канале, определенный выше после уравнений (2.90) и (2.91). Уравнение (3.78) справедливо [9] при

$$R_H = \frac{m c v_F}{e H} \gg \xi, \quad (3.79)$$

где R_H — ларморовский радиус электрона в магнитном поле, ξ — длина когерентности. Заметим, что (3.78) описывает только орбитальный вклад в H_{c2} . Фактически H_{c2} ограничено еще и парамагнитным пределом [9, 161]:

$$\frac{1}{2} g_0 \mu_B H < \Delta, \quad (3.80)$$

где g_0 — обычный g -фактор электрона, μ_B — магнетон Бора.

Стандартный подход теории “грязных” сверхпроводников состоит в использовании вместо $D_2(2|\epsilon_n|)$ в (3.78) обычного друдевского коэффициента диффузии D_0 , что справедливо для металла с $l \gg p_F^{-1}$. Для системы, которая близка к переходу Андерсона, нужно учесть как зависимость коэффициента диффузии от частоты, так и то обстоятельство, что в магнитном поле коэффициент диффузии D_2 не равен D_1 , опреде-

ляющему проводимость системы. В действительности мы увидим, что влияние внешнего магнитного поля на локализацию приводит к довольно незначительным поправкам к $H_{c2}(T)$ практически всюду, кроме области локализованных состояний [76]. Поэтому в первом приближении мы можем вообще пренебречь этим влиянием, как это было сделано в работах [21, 22], и начать с простой замены D_2 в (3.78) на $D_1 = D_E$, где D_E — частотно зависящий обобщенный коэффициент диффузии в отсутствие магнитного поля. Детальный анализ уравнения (3.78) можно найти в работе [76].

Суммирование по мацубаровским частотам в (3.78) должно быть обрезано на некоторой частоте порядка $\langle \omega \rangle$ — характерной частоты бозонов, ответственных за спаривание. Для нас сейчас удобно измерять расстояние до перехода Андерсона (степень беспорядка) с помощью частоты ω_c , определенной выше в (2.32), (2.71) или (2.93). Если система далека от перехода Андерсона, так что $\omega_c \gg \langle \omega \rangle$, мы можем полностью пренебречь частотной зависимостью коэффициента диффузии и прийти к обычным результатам теории “грязных” сверхпроводников:

$$H_{c2}(T) = \frac{4}{\pi^2} \frac{\phi_0 T_c}{D_0} \ln \frac{T_c}{T} \quad T \sim T_c, \quad (3.81)$$

$$H_{c2} = \frac{1}{2\gamma} \frac{\phi_0 T_c}{D_0} \left[1 - \frac{1}{24} \left(\frac{4\gamma T}{T_c} \right)^2 \right] \quad T \ll T_c, \quad (3.82)$$

где $\gamma = 1,781\dots$. Для производной $H_{c2}(T)$ при $T = T_c$ мы сразу находим первое из соотношений в (3.74), а значение $H_{c2}(T = 0)$ удобно выразить как [12, 160]:

$$-\frac{H_{c2}(0)}{T_c (dH_{c2}/dT)_{T_c}} = \frac{\pi^2}{8\gamma} \approx 0,69. \quad (3.83)$$

В этом случае кривая $H_{c2}(T)$ имеет обычный выпуклый вид при всех температурах ниже T_c [9, 12, 160, 161]. Очевь близко к переходу Андерсона, когда $\omega_c \ll 2\pi T$, важным в (3.78) становится лишь $\omega^{1/3}$ — поведение коэффициента диффузии и оно принимает следующий вид [76]:

$$\ln \frac{T}{T_c} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ [(n+1/2) + (n+1/2)^{1/3} (E/4\pi T)^{2/3} (\omega_H/E)]^{-1} - [n+1/2]^{-1} \right\}, \quad (3.84)$$

где $\omega_H = eH/mc$. Отсюда получаем:

$$H_{c2}(T) = m \frac{\phi_0}{\pi} \frac{(4\pi)^{2/3}}{c_1} T^{2/3} E^{1/3} \ln \frac{T_c}{T}, \quad T \sim T_c, \quad (3.85)$$

$$H_{c2}(T) = m \frac{\phi_0}{\pi} (\pi/\gamma)^{2/3} T_c^{2/3} E^{1/3} \left[1 - \frac{2}{3} c_2 \left(\frac{4\gamma T}{T_c} \right)^{2/3} \right] \quad T \ll T_c, \quad (3.86)$$

где $c_1 = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1/2)^{-5/3} \approx 4,615$ и $c_2 \approx 0,259$. Из этих выражений следует:

$$-\frac{1}{N(E)} \left(\frac{dH_{c2}}{dT} \right)_{T_c} = \frac{(4\pi)^{2/3}}{\pi c_1} m \phi_0 (E/T_c)^{1/3} = \frac{2\pi}{c_1} \frac{\phi_0}{[N(E)T_c]^{1/3}}, \quad (3.87)$$

что уточняет второе соотношение в (3.74), тогда как для $H_{c2}(T = 0)$ мы имеем

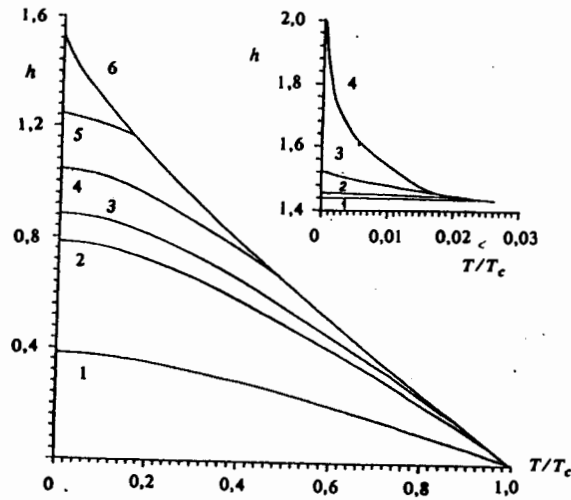


Рис. 11. Температурная зависимость верхнего критического поля H_{c2} . Численные решения для зависимости $h = \omega_H/T_c^{2/3}E^{1/3}$ от T/T_c для различных значений параметра $\theta = \omega_c/T_c$: 1 — $\theta = 100$; 2 — $\theta = 10$; 3 — $\theta = 2\pi$; 4 — $\theta = 3$; 5 — $\theta = 1$; 6 — $\theta = 0$ (порог подвижности). Металлическое состояние без учета влияния магнитного поля на диффузию. На вставке: низкотемпературная часть зависимости h от T/T_c вблизи перехода Андерсона. Порог подвижности ($\theta = 0$) с учетом влияния магнитного поля на диффузию. Металлическая фаза ($\theta = 0,1$) без учета влияния магнитного поля. Порог подвижности ($\theta = 0$) без учета влияния поля. Диэлектрическая фаза ($\theta = 0,1$) без учета влияния поля. Численное обречение при $\langle \omega \rangle = 100 T_c$.

$$-\frac{H_{c2}(0)}{T_c(dH_{c2}/dT)_{T_c}} = \frac{c_1}{(4\gamma)^{2/3}} \approx 1,24. \quad (3.88)$$

Как впервые было отмечено в работах [21, 22], это отношение для систем, находящихся вблизи порога подвижности, существенно превышает классическое значение 0,69. В этом случае кривая $H_{c2}(T)$ является вогнутой при всех температурах ниже T_c [22]. Детальные выражения для области промежуточных степеней беспорядка, когда $2\pi T \ll \omega_c \ll \langle \omega \rangle$, могут быть найдены в работе [76].

На рис. 11 мы приводим результаты численного решения уравнения (3.78) для различных значений характерной частоты ω_c , т.е. для различных степеней разупорядочения. Ясно виден плавный переход от классического поведения теории "грязных" сверхпроводников [9, 160, 161] к аномальной температурной зависимости вблизи перехода Андерсона [22].

Ниже порога подвижности (т.е. в диэлектрике Андерсона) и для $\omega_c = 1/(2\pi^2 N(E)R_{loc}^3) \ll 2\pi T$, т.е. в его непосредственной окрестности, мы можем снова воспользоваться $\omega^{1/3}$ -зависимостью коэффициента диффузии и получить температурную зависимость H_{c2} как на пороге подвижности или чуть выше его. Для $2\pi T \ll \omega_c \ll 2\pi T_c$ уравнение (3.78) принимает вид [76]:

$$\ln \frac{T}{T_c} = \sum_{n=0}^{n_0-1} \{(n+1/2)[1 + (E/\omega_c)^{2/3}(\omega_H/E)]\}^{-1} +$$

$$+ \sum_{n=n_0}^{\infty} \{(n+1/2) + (n+1/2)^{1/3}(E/4\pi T)^{2/3}(\omega_H/E)\}^{-1} - \sum_{n=0}^{\infty} (n+1/2)^{-1}, \quad (3.89)$$

где $n_0 = \omega_c/4\pi T_c$. Определив $x = \omega_H/\omega_c^{2/3}E^{1/3}$, сводим уравнение (3.89) к

$$\ln(T/T_c) = x \ln(\omega_c/\pi T_c) + \frac{3}{2}(1+x) \ln(1+x), \quad (3.90)$$

которое определяет $H_{c2}(T)$ в неявном виде, причем имеем [76] $H_{c2}(T) \rightarrow \infty$ при $T \rightarrow 0$ (логарифмическая расходимость). Результаты численного решения (3.89) приведены на вставке на рис. 11. Ниже мы увидим, однако, что эта расходимость H_{c2} в действительности исчезает при учете обратного влияния магнитного поля на диффузию.

Обратимся теперь к изучению влияния магнитного поля на диффузию и его следствиям для температурного поведения H_{c2} . Если система находится далеко от перехода Андерсона, влияние магнитного поля мало по параметру $\sqrt{\omega_H/E}$ и соответствующие эффекты в H_{c2} незначительны. Вблизи перехода поправка от магнитного поля может превысить значение $D(H=0)$ и нужен детальный анализ [76]. Соответственно мы ограничимся случаем $\omega_c/E \ll (\omega_H/E)^{2/3}$, для которого выше уже обсуждалось поведение обобщенного куперовского коэффициента диффузии в магнитном поле (см. (2.97) и (2.98)). В этом случае характерная частота ω_c заменяется на

$$\omega'_c = (\varphi \omega_H/E)^{3/2} E, \quad (3.91)$$

где $\varphi = W^2/2 \approx 0,18$ (W была определена в ходе обсуждения локализации в магнитном поле). Для $T - T_c$ наклон H_{c2} , определяемый уравнением (3.87), не меняется [22], и мы рассмотрим случай $T \ll T_c$.

При $2\pi T > \omega'_c$ во всех суммах по мацубаровским частотам можно взять $D(\omega) - \omega^{1/3}$ и фактически можно пренебречь влиянием магнитного поля на диффузию. В этом случае $H_{c2}(T)$ ведет себя в соответствии с (3.86), т.е. как на пороге подвижности в отсутствие эффектов магнитного поля. При $2\pi T < \omega'_c$ уравнение для $H_{c2}(T)$ принимает вид [76]:

$$\ln \frac{T}{T_c} = \sum_{n=0}^{n_0-1} \{(n+1/2) + (\omega_c/E)^{1/3}(\omega_H/4\pi T)\}^{-1} + \sum_{n=n_0}^{\infty} \{(n+1/2) + (n+1/2)^{1/3}(E/4\pi T)^{2/3}(\omega_H/E)\}^{-1} - \sum_{n=0}^{\infty} (n+1/2)^{-1}, \quad (3.92)$$

где $n_0 = \omega'_c/4\pi T$. В этом случае находим:

$$H_{c2}(T) = m \frac{\phi_0}{\pi} (1+\varphi)^{-1/3} (\pi/\gamma)^{2/3} T_c^{2/3} E^{1/3} \left[1 - \frac{4\gamma}{3\varphi^{1/3}(1+\varphi)} \frac{T}{T_c} \right]. \quad (3.93)$$

Соответственно имеем:

$$-\frac{H_{c2}(0)}{T_c(dH_{c2}/dT)_{T_c}} = (1+\varphi)^{-1/3} \frac{c_1}{(4\gamma)^{2/3}} \approx 1,18 \quad (3.94)$$

и изменения по сравнению с (3.88) малы. Однако для $2\pi T < \omega'_c$ зависимость $H_{c2}(T)$ становится вогнутой. Положение точки перегиба можно оценить как $T^* = \omega'_c/2\pi \approx 0,02 T_c$. Соответствующее поведение показано на вставке на рис. 11.

Рассмотрим теперь диэлектрическую область. Мы увидим, что эффекты магнитного

поля в коэффициенте диффузии приводят к эффективному обрезанию слабой расходимости H_{c2} при $T \rightarrow 0$, найденной выше. Обобщенный коэффициент диффузии в диэлектрической фазе и при достаточно низких частотах определяется следующим уравнением [76]:

$$2mD_2 = -(\omega_c/E)^{1/3} + (-i\omega/E)^{1/2}(2mD_2)^{-1/2} + \frac{1}{2}W(2\omega_H/E)^{1/2} \quad (3.9)$$

Отсюда можно видеть, что внешнее магнитное поле, определяемое уравнением

$$\frac{W}{2}\sqrt{2\omega_H/E} > (\omega_c/E)^{1/3} \quad (3.9)$$

переводит систему из диэлектрического в металлическое состояние. Если система остается вблизи порога подвижности, мы можем оценить верхнее критическое поле как и выше, из условия $\omega_H \approx (\pi/\gamma)^{2/3}T_c^{2/3}E^{1/3}$ и уравнение (3.96) сводится к

$$\omega_c \approx \frac{1}{2\pi^2 N(E)R_{oc}^3} < \frac{\pi}{\gamma}(W/\sqrt{2})^3 T_c \approx 0.14T_c \quad (3.97)$$

и практически во всем интервале значений длин локализации, при которых согласно нашему основному критерию (3.20) сверхпроводимость может сохраниться и в диэлектрике, *верхнее критическое поле фактически разрушает локализацию* и система переходит в металлическое состояние. Соответственно нет и возможности наблюдать расходимость верхнего критического поля при $T \rightarrow 0$, а реальные кривые $H_{c2}(T)$ "диэлектрике" все лежат в области между кривой $H_{c2}(T)$ системы, находящейся в пороге подвижности, определенном в отсутствие магнитного поля (кривая 3 на вставке на рис. 11) и пороге подвижности в присутствии поля (кривая 1 на вставке). Этот результат, в частности, показывает, что может оказаться не просто подтвердить диэлектрическое основное состояние сильно неупорядоченного сверхпроводника путем приложения достаточно сильного магнитного поля, разрушающего сверхпроводимость и последующими измерениями кинетических свойств при низких температурах.

Отметим также другой механизм изменения $H_{c2}(T)$ при низких температурах, предложенный в работе [162]. В ней было обнаружено увеличение H_{c2} при низких температурах, связанное с зависимостью от магнитного поля в кулоновском псевдопотенциале μ^* , возникающей из-за соответствующей зависимости коэффициента диффузии. Магнитное поле подавляет эффекты локализации, что приводит к уменьшению эффектов роста псевдопотенциала, отмеченных в работе [20]. Соответственно возникает увеличение H_{c2} в области низких температур. К сожалению, более важные эффекты, связанные с частотной зависимостью коэффициента диффузии, в этой работе не рассматривались.

Возвращаясь к общему критерию справедливости уравнения (3.78), заметим, что условие $R_H \gg \xi$ сводится к $\omega_H \ll T_c^{1/3}E_F^{2/3}$, что, очевидно, остается верным для любой практической ситуации. Заметим, однако, что наши оценки H_{c2} при низких температурах приводят к $\omega_H = \Delta_0(E_F/\Delta_0)^{1/3} > \Delta_0$, что может легко превысить парамагнитный предел. В этом случае экспериментально наблюдаемое H_{c2} будет определяться парамагнитным пределом и аномальное поведение, связанное с эффектами локализации, при низких температурах окажется ненаблюдаемым. В то же время, в случае когда H_{c2} определяется парамагнитным пределом, может оказаться возможным получить диэлектрическое основное состояние системы, прикладывая достаточно сильное внешнее магнитное поле. Заметим, что эффективные массы, входящие в циклотронную частоту

и в парамагнитное расщепление, могут отличаться довольно сильно и вполне возможны случаи систем, в которых орбитальный вклад в верхнее критическое поле является доминирующим при низких температурах. При $T - T_c$ H_{c2} всегда определяется орбитальными эффектами.

Аналогичный анализ может быть выполнен для двумерных и квазидвумерных систем [82], которые интересны, главным образом, потому, что к ним относятся все известные высокотемпературные сверхпроводники. Мы ограничимся только случаем магнитного поля, перпендикулярного хорошо проводящим плоскостям, когда температурная зависимость $H_{c2}(T)$ снова определяется уравнением (3.78) с $D_2(\omega)$, имеющим смысл коэффициента диффузии в куперовском канале вдоль проводящей плоскости.

Если пренебречь влиянием магнитного поля на диффузию, частотная зависимость коэффициента диффузии в чисто двумерном случае определяется уравнением (2.102). Легко видеть, что возможные аномалии в температурной зависимости верхнего критического поля, связанные с частотной зависимостью коэффициента диффузии, по-прежнему являются только при температурах $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$. При более высоких температурах получим обычную зависимость, характерную для "грязного" сверхпроводника. Соответственно, из уравнения (3.78) получаем два различных типа поведения $H_{c2}(T)$.

$$1. \text{ Для } T_c \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$$

$$H_{c2}(T) = \frac{4}{\pi^2} \frac{\phi_0}{\Delta_0} T \ln\left(\frac{T_c}{T}\right) \quad \text{при } T - T_c, \quad (3.98)$$

$$H_{c2}(T) = \frac{1}{2\gamma} \frac{\phi_0 T_c}{D_0} \left(1 - 2.12 \left(\frac{T_c}{T}\right)^2\right) \quad \text{при } \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \ll T \ll T_c. \quad (3.99)$$

Для $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ верхнее критическое поле определяется уравнением

$$\ln\left(\frac{\gamma}{2\pi} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T}\right) = \left(1 + 4\pi \frac{D_0}{\phi_0} \frac{\tau H_{c2}}{e^{-1/\lambda}}\right) \ln\left(\frac{\gamma}{2\pi} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c} \left(1 + 4\pi \frac{D_0}{\phi_0} \frac{\tau H_{c2}}{e^{-1/\lambda}}\right)\right), \quad (3.100)$$

из которого в явном виде следует зависимость $T(H_{c2})$.

Таким образом, вплоть до очень низких температур порядка $\frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ верхнее критическое поле определяется друдевским коэффициентом диффузии, и мы получаем стандартную зависимость $H_{c2}(T)$ теории "грязных" сверхпроводников.

Отношение $-\frac{H_{c2}(T)}{T_c \left(\frac{dH_{c2}}{dT}\right)_{T_c}}$ при $\frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \ll T \ll T_c$ равно стандартному значению

0,69. При низких температурах $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ получаем существенные отклонения от предсказаний обычной теории "грязных" сверхпроводников. Зависимость $H_{c2}(T)$ приобретает вогнутый вид и верхнее критическое поле расходит при

$T \rightarrow 0$. Поведение верхнего критического поля для случая $T_c \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ показано на рис. 12, кривая 1.

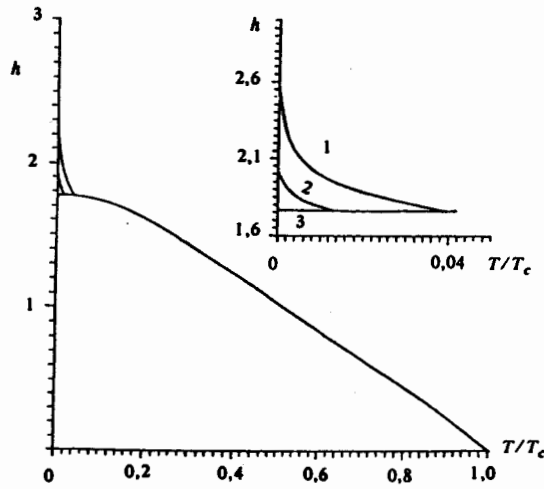


Рис. 12. Температурная зависимость верхнего критического поля для двумерного сверхпроводника ($\frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c} = 0,4, \lambda = 0,1, h = \frac{\omega H}{\pi \lambda T_c}$): 1 — без учета влияния магнитного поля на диффузию; 2 — с учетом влияния магнитного поля; 3 — стандартная теория "грязных" сверхпроводников

2. При $T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ значение верхнего критического поля при любой температуре определяется уравнением (3.100). Зависимость $H_{c2}(T)$ становится вогнутой и H_{c2} расходится при $T \rightarrow 0$. Для малых полей $H_{c2} \ll \frac{\phi_0}{\Delta_0} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, т.е. для $T - T_c$ уравнение (3.100) даст H_{c2} в явном виде:

$$H_{c2} = \frac{1}{4\pi} \frac{\phi_0}{\Delta_0} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \frac{\ln\left(\frac{T_c}{T}\right)}{\ln\left(\frac{\gamma}{2\pi} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T}\right)}. \quad (3.101)$$

Наклон $H_{c2}(T)$ в точке сверхпроводящего перехода определяется из

$$-\frac{\sigma_0}{N(E)} \left(\frac{dH_{c2}}{dT}\right)_{T_c} = \frac{e^2}{2\pi} \phi_0 \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c \ln\left(\frac{\gamma}{2\pi} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c}\right)}. \quad (3.102)$$

Поведение верхнего критического поля для случая $T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ показано на рис. 13, кривая 1.

Из уравнений (2.102) и (2.103) ясно видно, что влияние магнитного поля на диффузию становится существенным только для достаточно больших полей $H_{c2} \gg \frac{\phi_0}{\Delta_0} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, т.е. для очень низких температур $T \ll T_c$. Если воспользоваться

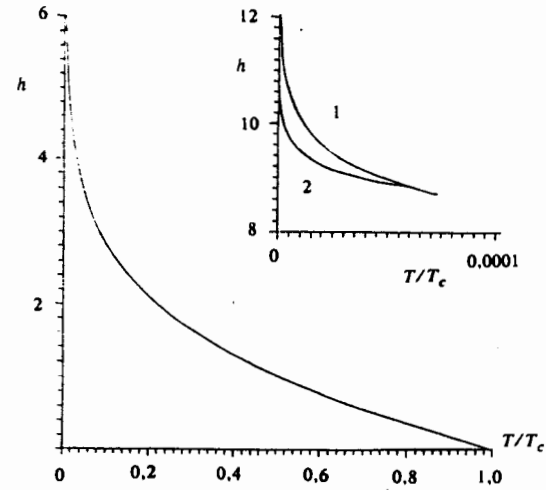


Рис. 13. Температурная зависимость верхнего критического поля для двумерного сверхпроводника ($\frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c} = 4, \lambda = 0,126, h = \frac{\omega H}{\pi \lambda T_c}$): 1 — без учета влияния магнитного поля на диффузию; 2 — с учетом влияния поля

(2.103) в основном уравнении (3.78), получим:

$$1. \text{ Случай } \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \ll T_c \ll \frac{1}{\tau}.$$

Для достаточно высоких температур $T \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ коэффициент диффузии, входящий в (3.78), совпадает с друдевским D_0 и верхнее критическое поле определяется уравнениями (3.98) и (3.99).

Для $\frac{e^{-1/\lambda} \ln\left(\frac{\gamma^2}{\pi} \frac{1}{\tau T_c}\right)}{\tau} \ll T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ мы получаем

$$H_{c2}(T) = \frac{1}{2\gamma} \frac{\phi_0 T_c}{D_0} \left(1 - 3.56 \frac{T}{T_c}\right). \quad (3.103)$$

Уравнение (3.103) отличается от (3.99) только малыми поправками, зависящими от температуры, и можно сказать, что в этом случае влияние магнитного поля на диффузию приводит к расширению области применимости стандартной теории "грязных" сверхпроводников.

При $T \ll \frac{e^{-1/\lambda} \ln\left(\frac{\gamma^2}{\pi} \frac{1}{\tau T_c}\right)}{\tau}$ верхнее критическое поле определяется из

$$\ln\left(\frac{\gamma}{2\pi e} \frac{e^{-1/\lambda} \ln Q}{\tau T}\right) = \frac{2\gamma}{Q} \frac{\lambda \ln Q}{e^{-1/\lambda} \ln Q} \ln\left(\frac{\gamma^2}{\pi} \frac{1}{\tau T_c}\right), \quad (3.104)$$

где $Q = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{\phi_0}{\Delta_0 H_{c2}} \frac{1}{\tau}$. Из (3.104) можно получить в явном виде зависимость $T(H_{c2})$. Зависимость верхнего критического поля от температуры в этом случае является слегка вогнутой, как в случае (3.100), где мы пренебрегали влиянием магнитного поля на диффузию. Однако теперь уже нет расходимости H_{c2} при $T \rightarrow 0$ и

$$H_{c2}(T=0) = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{\phi_0}{D_0} \frac{1}{\tau} \quad (3.105)$$

Фактически величина $H_{c2}(T=0)$ будет даже меньше, поскольку для таких значений поля число уровней Ландау ниже порога обрезания порядка единицы, и мы оказываемся за пределами применимости уравнений (2.100). Однако по порядку величины $H_{c2}(T=0)$ все равно определяется оценкой типа (3.105). Поведение $H_{c2}(T)$ с учетом влияния магнитного поля на диффузию показано на рис. 12, кривая 2.

2. Случай $T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$.

Для малых полей $H_{c2} \ll \frac{\phi_0}{\Delta_0} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, т.е. для $T - T_c$, влияние магнитного поля на диффузию несущественно и верхнее критическое поле определяется уравнением (3.101). Для низких температур $H_{c2}(T)$ определяется (3.104), т.е. влияние магнитного поля на диффузию ликвидирует расходимость верхнего критического поля при $T \rightarrow 0$. Поведение $H_{c2}(T)$ для $T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ показано на рис. 13, кривая 2.

Нужно отметить, что случай $T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ возможен только для достаточно сильного беспорядка. Для типичных $T_c \sim 10^{-4} E_F$ этот случай возможен только при $\lambda > 0,2$. Сверхпроводящее спаривание возможно, как мы знаем, лишь в случае, когда выполняется условие типа (3.20). В квазидвумерном случае это условие эквивалентно требованию $T_c \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, что делает интересующую нас область параметров достаточно узкой.

Квазидвумерный случай также был детально проанализирован в работе [82]. Ситуация здесь оказывается во многом аналогичной чисто двумерному случаю, т.е. аномалии верхнего критического поля, связанные с частотной зависимостью коэффициента диффузии, появляются только для температур $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, тогда как при более высоких температурах $H_{c2}(T)$ хорошо описывается теорией "грязных" сверхпроводников. По мере увеличения межплоскостного интеграла переноса w происходит плавный переход от чисто двумерного поведения к изотропному трехмерному случаю. Для $T_c \gg \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$ отклонения от обычной температурной зависимости H_{c2} возникают только при очень низких температурах $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, тогда как вблизи T_c никакого отличия от стандартного поведения не возникает. При $T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, по мере роста

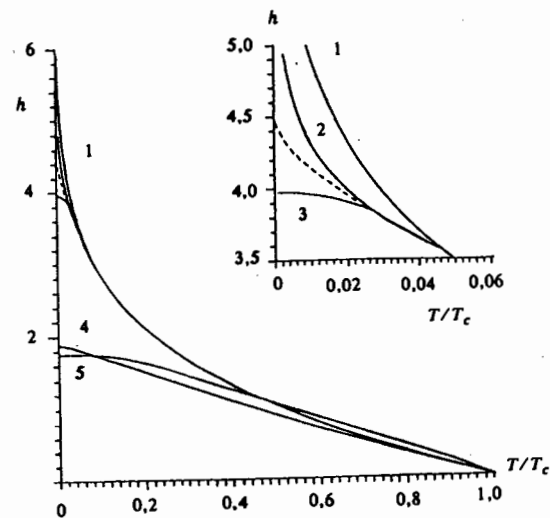


Рис. 14. Температурная зависимость верхнего критического поля для квазидвумерного сверхпроводника ($\frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c} = 4, \lambda = 0,126, h = \frac{wH}{\pi \lambda T_c}$) для различных значений межплоскостного интеграла переноса вблизи критического значения, соответствующего переходу Андерсона при заданном беспорядке: 1 — чисто двумерное поведение ($w = 0$); 2 — диэлектрическая сторона вблизи перехода Андерсона ($L = |2 \ln(w/w_c)| = 0,7$); 3 — металлическая сторона вблизи перехода Андерсона ($L = 2 \ln(w/w_c) = 0,7$); 4 — металл далеко от перехода ($L = 3$). Пунктирная линия показывает поведение в точке андерсоновского перехода ($L = 0$)

интеграла переноса w , температурная зависимость $H_{c2}(T)$ меняется от двумерной вогнутой при всех температурах до выпуклой, как в трехмерном случае. На рис. 14 мы показываем типичную трансформацию кривых $H_{c2}(T)$ по мере изменения w , переводящего систему через переход Андерсона [82]. Полученные результаты ярко демонстрируют существенные аномалии, возникающие в температурной зависимости H_{c2} и связанные с эффектами локализации.

В. Флуктуационная проводимость вблизи перехода Андерсона

Вклад в проводимость от флуктуационно возникающих (выше T_c) куперовских пар в сильно разупорядоченном сверхпроводнике представляет особый интерес, поскольку обычный одночастичный вклад в проводимость при переходе Андерсона обращается в нуль. Мы используем стандартный подход Асламазова—Ларкина [163], учитывающий флуктуационное образование пар, и предполагаем, что можно пренебречь так называемой поправкой Маки—Томпсона, описывающей связанное с флуктуациями возрастание одночастичной проводимости [164]. Эти оценки [165] позволят найти правильный масштаб флуктуационного вклада в проводимость вблизи порога подвижности.

Рассмотрим сначала усредненный пропагатор флуктуаций:

$$L^{-1}(q, \Omega_k) = \lambda^{-1} - \Pi(q, \Omega_k), \quad (3.106)$$

где поляризационный оператор

$$\begin{aligned} \Pi(q, \Omega_k) &= \sum_{\epsilon_n} \sum_{pp'} \langle G(p+p'_+, \epsilon_n + \Omega_k) G(p-p'_- - \epsilon_n) \rangle = \\ &= -2i\pi T \sum_{\epsilon_n} \Phi_E(q, \omega_m = -2\epsilon_n + \Omega_k) \quad \omega_m = 2\pi mT. \end{aligned} \quad (3.107)$$

В ходе проведенного выше анализа коэффициентов Гинзбурга—Ландау нас интересовал случай $\omega_m = 2\epsilon_n$, так что одна из функций Грина в Φ_E автоматически оказывалась запаздывающей, а другая — опережающей. Теперь требуется более общее выражение (3.107) с $\omega_m = 2\epsilon_n + \Omega_k$. Соответственно, вместо (3.42) нужно использовать следующее выражение с θ -функцией:

$$\Phi_E(q, \omega_m = 2\epsilon_n + \Omega_k) = -\frac{N(E)\theta[\epsilon_n(\epsilon_n + \Omega_k)]}{i|2\epsilon_n + \Omega_k| + iD_E(|2\epsilon_n + \Omega_k|)q^2}, \quad (3.108)$$

где обобщенный коэффициент диффузии снова определяется уравнениями (3.44) и (3.45). Используя уравнения (3.106)—(3.108) и выполняя суммирование по ϵ_n , получаем следующее выражение для флуктуационного пропагатора при малых q ($D_E q^2 < T$):

$$L^{-1}(q, \Omega_k) = -N(E) \left\{ \ln \frac{T}{T_c} + \psi \left(\frac{1}{2} + \frac{|\Omega_k|}{4\pi T} \right) - \psi \left(\frac{1}{2} \right) + \eta(|\Omega_k|)q^2 \right\}, \quad (3.109)$$

где

$$\begin{aligned} \eta(|\Omega_k|) &= 4\pi T \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D_E(2\epsilon_n + |\Omega_k|)}{(2\epsilon_n + |\Omega_k|)^2} = \\ &= \begin{cases} \frac{D_E}{4\pi T} \psi' \left(\frac{1}{2} + \frac{|\Omega_k|}{4\pi T} \right) & \xi_{loc} < (\xi_0 l^2)^{1/3} \quad E > E_c \\ \frac{D_0}{(4\pi T)^{2/3} (2\gamma)^{1/3}} \zeta \left(\frac{5}{3}, \frac{1}{2} + \frac{|\Omega_k|}{4\pi T} \right) & \xi_{loc} > (\xi_0 l^2)^{1/3}. \end{cases} \end{aligned} \quad (3.110)$$

Полезно также знать вид флуктуационного пропагатора при $|\Omega_k| \gg T$. В этом случае вблизи перехода Андерсона можно заменять сумму по ϵ_n в (3.107) интегралом, тогда как вдали от перехода вычисления можно провести точно. В результате получим:

$$L^{-1}(q, \Omega_k) = -N(E) \begin{cases} \ln \frac{T}{T_c} + \psi \left(\frac{1}{2} + \frac{|\Omega_k|}{4\pi T} + \frac{D_E q^2}{4\pi T} \right) - \psi \left(\frac{1}{2} \right) & \xi_{loc} < (\xi_0 l^2)^{1/3} \quad E > E_c, \\ \ln \frac{T}{T_c} + \frac{3}{2} \ln \left[\left(\frac{|\Omega_k|}{4\pi T} \right)^{2/3} + \frac{D_0 q^2}{(4\pi T)^{2/3} (2\gamma)^{1/3}} \right] & \xi_{loc} > (\xi_0 l^2)^{1/3}. \end{cases} \quad (3.111)$$

Диаграммы, определяющие флуктуационную проводимость показаны на рис. 15. Вклады графиков “а” и “б” не имеют особенностей вблизи T_c , поскольку хотя бы один из флуктуационных пропагаторов передает большой импульс порядка p_F . Таким образом, нужно рассмотреть независимые вклады В, образованные тремя гриновскими функциями. Эти вклады можно рассчитать, используя обычные приближения самоогласованной теории локализации, учитывая перенормировку треугольных вершин максимально перекрещивающимися графиками [86], как на рис. 15 (в). Мы пренебрегаем диаграммами типа “г” на рис. 15, топология линий рассеяния у которых не сводится к перенормировке треугольных вершин. Мы полагаем, что сделанные приближения достаточны, по крайней мере, для качественного учета локализационных эффектов. Заметим, что вклад трех гриновских функций $B(q, \Omega_k, \omega_m)$ достаточно

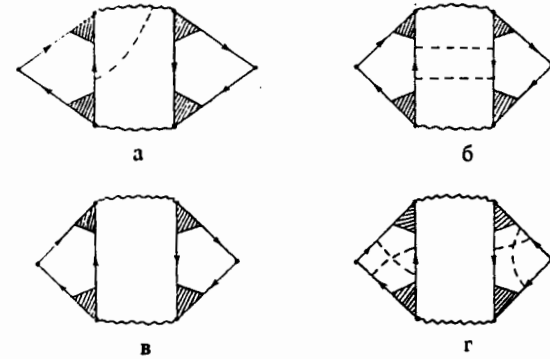


Рис. 15. Диаграммы для флуктуационной проводимости. Волнистая линия обозначает флуктуационный пропагатор, пунктирная линия — рассеяние на примесях (беспорядке)

вычислить при малых q и нулевой внешней частоте $\omega_m = 0$, что легко сделать дифференцируя поляризационный оператор (3.107):

$$B(q, \Omega_k, 0) = qC = -\frac{\partial}{\partial q} \Pi(q, \Omega_k). \quad (3.112)$$

Вклад диаграммы “в” в оператор электромагнитного отклика [58] определяется следующим выражением:

$$Q_{\alpha\beta} = -\frac{ie^2 T}{m^2} \sum_{\Omega_k} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} (Cq_{\alpha})(Cq_{\beta}) L(q, \Omega_k) L(q, \Omega_k + \omega_m). \quad (3.113)$$

Вблизи T_c можно также пренебречь зависимостью C от Ω_k . Тогда C сводится к (3.48), и мы имеем $C = N(E)\xi^2$. Флуктуационный пропагатор, аналитически продолженный в верхнюю полуплоскость комплексной частоты ω , принимает обычный вид:

$$L(q, \omega) = -\frac{1}{N(E) \frac{T-T_c}{T_c} - \frac{i\pi\omega}{8T_c} + \xi^2 q^2}. \quad (3.114)$$

Дальнейшие вычисления проводятся стандартным образом, и для флуктуационной проводимости при $(T - T_c)/T_c \ll 1$ получается обычный результат [163]:

$$\sigma_{AL} = \frac{e^2}{32\xi\hbar} \left(\frac{T_c}{T - T_c} \right)^{1/2}, \quad (3.115)$$

однако длина когерентности ξ здесь определена как (ср. (3.48)):

$$\xi = \begin{cases} \left(\frac{\xi_0 l}{p_F \xi_{loc}} \right)^{1/2} & \xi_{loc} < (\xi_0 l^2)^{1/3} \quad E > E_c \\ (\xi_0 l^2)^{1/3} \sim (\xi_0 p_F^2)^{1/3} & \xi_{loc} > (\xi_0 l^2)^{1/3} \quad E \sim E_c. \end{cases} \quad (3.116)$$

Из проведенных оценок видно, что по мере приближения системы к переходу Андерсона происходит расширение температурного интервала вблизи T_c , в котором флуктуационный вклад в проводимость становится заметным. Проводимость за счет флуктуационного образования куперовских пар становится сравнимой с одночастичной

при $\sigma < \sigma^* \approx \sigma_c(p_F \xi_0)^{-1/3} \approx \sigma_c(T_c/E_F)^{1/3}$, т.е. достаточно близко к порогу подвижности. Фактически, это подтверждает обрисованную выше физическую картину — куперовские пары остаются делокализованными, тогда как одночастичные возбуждения при переходе Андерсона становятся локализованными.

Нетрудно также найти и флуктуационный вклад в диамагнитную восприимчивость [165]. Вблизи T_c он определяется стандартным выражением

$$\chi_{fl} = -\frac{e^2 T_c}{6\pi c^2} \xi \left(\frac{T_c}{T - T_c} \right)^{1/2}, \quad (3.117)$$

где длина когерентности опять определяется (3.116).

Таким образом, полученные выражения для флуктуационных эффектов более или менее очевидно следуют из общей картины, полученной при анализе разложения Гинзбурга — Ландау: для системы, близкой к переходу Андерсона, нужно просто заменить обычную длину когерентности $\sqrt{\xi_0^2}$ теории “грязных” сверхпроводников на $\xi - (\xi_0^2)^{1/3} - (\xi_0/p_F)^{1/3}$.

Г. Сверхпроводимость в диэлектрике Андерсона при $T = 0$

Выше мы рассмотрели задачу о сверхпроводящем отклике системы, находящейся вблизи перехода Андерсона, в рамках приближения Гинзбурга — Ландау, т.е. вблизи $T - T_c$. Фактически нетрудно получить аналогичные результаты и при $T = 0$ [27].

Плотность сверхпроводящего тока при $T = 0$ определяется как [9]

$$\mathbf{j}_s = -\frac{n_s e^2}{mc} \mathbf{A}, \quad (3.118)$$

где n_s плотность электронов в конденсате куперовских пар, \mathbf{A} — вектор-потенциал внешнего магнитного поля. Используя представление точных собственных функций, Де Жен получил следующее изящное соотношение между сверхпроводящим откликом при $T = 0$ и проводимостью системы в нормальном состоянии [9, 27]:

$$\mathbf{j}_s = \left\{ \frac{1}{2\pi c} \int d\xi \int d\xi' L(\xi, \xi') \text{Re} \sigma(\xi - \xi') - \frac{ne^2}{mc} \right\} \mathbf{A}. \quad (3.119)$$

Все характеристики сверхпроводящего состояния содержатся здесь в ядре:

$$L(\xi, \xi') = \frac{1}{2} \frac{EE' - \xi\xi' - \Delta_0^2}{EE'(E + E')}. \quad (3.120)$$

где $E = \sqrt{\xi^2 + \Delta_0^2}$, а Δ_0 — сверхпроводящая щель при $T = 0$. Заметим, что в нормальном состоянии $\mathbf{j}_s = 0$ и можно переписать (3.119) как

$$\mathbf{j}_s = \frac{1}{2\pi c} \int d\xi \int d\xi' [L(\xi, \xi')|_{\Delta=\Delta_0} - L(\xi, \xi')|_{\Delta=0}] \mathbf{A}. \quad (3.121)$$

Принимая во внимание, что $L(\xi, \xi')|_{\Delta=\Delta_0} - L(\xi, \xi')|_{\Delta=0}$ при больших $|\xi - \xi'|$ спадает как $|\xi - \xi'|^{-3}$, оказывается достаточно знать только низкочастотный отклик системы в нормальном состоянии. В частности, для “чистой” системы (без рассеяния) имеем $\text{Re} \sigma(\omega) = (ne^2/m)\pi^{-1}\delta(\omega)$ и, сравнивая (3.118) с (3.121), сразу убеждаемся, что при $T = 0$ имеем $n_s = n$, т.е. в идеальной системе все электроны являются сверхпроводящими при $T = 0$.

Вблизи перехода Андерсона можно воспользоваться результатами элементарной

скейлинговой теории локализации (2.21), (2.23) и записать

$$\sigma(\omega) \approx \begin{cases} A \frac{g_c}{\xi_{loc}} & \omega < \omega_c \\ A \frac{g_c}{\xi_{loc}} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{1/3} & \omega > \omega_c \end{cases}, \quad (3.122)$$

где $\omega_c = [N(E)\xi_{loc}^3]^{-1}$ определена в уравнении (2.32), g_c — критический кондактанс скейлинговой теории ($g_c - 1$), $A - 1$. Из (3.120) и (3.121) ясно, что основной вклад в интеграле в (3.121) возникает от $|\xi - \xi'| - \Delta_0$, так что значение n_s зависит от соотношения между Δ_0 и ω_c . Для $\Delta_0 < \omega_c$ имеем $\sigma(\Delta_0) = Ag_c/\xi_{loc}$ и

$$n_s = A \frac{m}{e^2} \Delta_0 \frac{g_c}{\xi_{loc}}. \quad (3.123)$$

Для $\Delta_0 > \omega_c$ получаем $\sigma(\Delta_0) = Ag_c[N(E)\Delta_0]^{1/3}$, причем она становится независимой от дальнейшего роста ξ_{loc} в области $\xi_{loc} > Ag_c[N(E)\Delta_0]^{1/3}$. Соответственно, n_s не исчезает на пороге подвижности, а выходит на насыщение при значениях порядка

$$n_s = A \frac{m}{e^2} g_c [N(E)\Delta_0]^{1/3}. \quad (3.124)$$

В области локализации вместо (3.122) можно записать

$$\sigma(\omega) \approx \begin{cases} 0 & \omega < \omega_c \\ Ag_c [N(E)\omega]^{1/3} & \omega > \omega_c \end{cases}, \quad (3.125)$$

что опять приводит к $\sigma(\Delta_0) \approx Ag_c [N(E)\Delta_0]^{1/3}$, и (3.124) остается справедливым, пока $R_{loc} > [N(E)\Delta_0]^{1/3}$. Таким образом, плотность сверхпроводящих электронов n_s остается конечной вблизи перехода Андерсона как в металлической, так и в диэлектрической области.

Из уравнения (3.124) легко видеть, что вблизи перехода Андерсона

$$\frac{n_s}{n} \sim \left(\frac{\Delta_0}{E_F} \right)^{4/3}. \quad (3.126)$$

Эта оценка совпадает с результатом (3.57), основанным на разложении Гинзбурга—Ландау. Для типичных Δ_0 и E_F только весьма малая часть электронов проводимости ($\sim 10^{-4}$ в обычных сверхпроводниках) образует куперовские пары. Условие $R_{loc} > [N(E)\Delta_0]^{1/3} - a(E_F/\Delta_0)^{1/3}$, как уже отмечалось выше, определяет размер возможной области сверхпроводимости на фазовой диаграмме андерсоновского диэлектрика. Эта область, разумеется, весьма мала, например в случае, когда переход металл—диэлектрик происходит при изменении некоторого внешнего параметра x (концентрация примесей, давление, флюэнс быстрых нейтронов и т.п.), так что $R_{loc} - a|(x - x_c)/x_c|^{-\nu}$, при $\nu \approx 1$ и типичных $E_F/\Delta_0 \sim 10^4$ получаем оценку $|x - x_c| < 0,1x_c$.

Эти оценки находятся в полном соответствии с результатами проведенного выше анализа на основе разложения Гинзбурга—Ландау [21, 22], и, таким образом, у нас возникает полная качественная картина сверхпроводимости в андерсоновском диэлектрике как при $T - T_c$ так и при $T \rightarrow 0$, т.е. в основном состоянии.

IV. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ФЛУКТУАЦИИ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ПАРАМЕТРА ПОРЯДКА

Предыдущее обсуждение сверхпроводимости в сильно неупорядоченных системах базировалось на важном предположении о самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка Δ . Это предположение впервые возникло в теории "грязных" сверхпроводников [9—11, 13] и использовалось в большинстве работ по проблеме взаимного влияния локализации и сверхпроводимости. При этом предполагалось, что флуктуации параметра порядка $\Delta(r)$, связанные с его отклонением от среднего по ансамблю, малы, и мы всегда можем пользоваться его усредненным по беспорядку значением $\langle \Delta(r) \rangle$. В области проводимостей $\sigma \gg \sigma_c$ это предположение может быть оправдано. Однако вблизи порога подвижности это не так, и мы увидим, что в системе возникают сильные флуктуации локальных электронных свойств, приводящие к сильным пространственным, как мы их называем *статистическим* (чтобы отличить от обычных термодинамических), флуктуациям параметра порядка. В результате в системе возможен режим пространственно неоднородной сверхпроводимости. В ряде отношений эти флуктуации похожи на обычные критические флуктуации и становятся существенными в некоторой новой критической области вблизи T_c , которую мы будем называть критической областью статистических флуктуаций. Важность этих флуктуаций связана с тем, что их критическая область, так же как и обычная термодинамическая критическая область, существенно расширяются при приближении системы к переходу металл—изолятор, и их роль может оказаться определяющей при рассмотрении сверхпроводимости вблизи порога подвижности.

А. Критическая область статистических флуктуаций

Начнем с простых оценок, демонстрирующих появление статистических флуктуаций [63] и их связь с проблемой самоусредняемости параметра порядка (т.е. с возможностью расщепления, переводящего уравнение (3.12) в (3.13)). Эквивалентные результаты позднее были получены в работе [166]. Рассмотрим детальнее уравнение (3.7). Реализуем простейшую итерационную процедуру, предполагая, что флуктуация ядра $K(rr')$ из-за беспорядка малы. Аналогичный подход впервые использовался в работе [167]. В этом случае можно записать $K(rr')$ и $\Delta(r)$ в следующем виде:

$$K(rr') = K_0(r-r') + K_1(rr'); \quad K_0(r-r') = \langle K(rr') \rangle, \quad (4.1)$$

$$\Delta(r) = \langle \Delta \rangle + \Delta_1(r),$$

где $\langle \Delta \rangle$ — решение линеаризованного уравнения с усредненным ядром $K_0(r-r')$, а $\Delta_1(r)$ — поправка первого порядка теории возмущений по $K_1(rr')$. Мы видели, что линеаризованное уравнение на щель (3.13) с усредненным ядром $K_0(r-r')$ определяет стандартную температуру перехода теории БКШ (3.19), которую будем далее обозначать как T_{c0} . В первом порядке по K_1 поправки к T_{c0} не возникают: $\langle K_1 \rangle = 0$. Во втором порядке этой теории возмущений получаем следующее изменение температуры перехода, определяемой как температура появления однородного параметра порядка:

$$\frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = \frac{1}{\lambda_p} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{K_1(q0)K_1(0q)}{1 - K_0(q, T_c)}, \quad (4.2)$$

$$K_0(q, T_c) = \int dr e^{iqr} K(r, T_c),$$

где

$$K_1(0q) = K_1(-q0) = \int dr \int dr' e^{iqr} [K(rr') - K_0(r-r')] =$$

$$= \lambda_p \int_0^{\langle \omega \rangle} \frac{dE}{E} \text{th} \frac{E}{2T_c} \int dr e^{iqr} \left[\frac{1}{N(E)} \sum_{\mu} |\phi_{\mu}(r)|^2 \delta(E - \varepsilon_{\mu}) - 1 \right]. \quad (4.3)$$

Здесь $\lambda_p = gN(E_F)$ и мы воспользовались полнотой и ортонормированностью точных собственных функций $\phi_{\mu}(r)$. Очевидно, что поправка к T_{c0} , определяемая уравнением (4.2), всегда положительна. После усреднения (4.2) по беспорядку, мы получаем относительное изменение температуры перехода из-за флуктуаций в виде

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \left\langle \frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} \right\rangle = \lambda_p \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{\varphi(q)}{1 - K_0(q, T_c)}, \quad (4.4)$$

$$\varphi(q) = \int dr e^{iqr} \varphi(r).$$

где

$$\varphi(r) = \int_0^{\langle \omega \rangle} \frac{dE}{E} \text{th} \frac{E}{2T_c} \int_0^{\langle \omega \rangle} \frac{dE'}{E'} \text{th} \frac{E'}{2T_c} \left\{ \frac{1}{N(E)} \ll \rho_E(r) \rho_{E'}(0) \gg^H - 1 \right\} \quad (4.5)$$

и мы снова ввели спектральную плотность

$$\ll \rho_E(r) \rho_{E'}(r') \gg^H = \frac{1}{N(E)} \left\langle \sum_{\mu\nu} |\phi_{\mu}(r)|^2 |\phi_{\nu}(r')|^2 \delta(E - \varepsilon_{\mu}) \delta(E' - \varepsilon_{\nu}) \right\rangle, \quad (4.6)$$

представляющую собой просто корреляционную функцию локальных плотностей состояний.

Вспомним теперь, что в "грязной" системе [161]:

$$1 - K_0(q, T) = 1 - 2\pi T \lambda_p \sum_{\varepsilon_n} \frac{1}{2|\varepsilon_n| + D_E(2|\varepsilon_n|)q^2} \approx$$

$$\approx \lambda_p \left[\frac{T - T_{c0}}{T_{c0}} + \xi^2 q^2 \right] \quad \varepsilon_n = (2n+1)\pi T, \quad (4.7)$$

где ξ — длина когерентности, определенная в (3.48). Приближенное равенство здесь справедливо при $|T - T_{c0}|/T_{c0} \ll 1$, $\xi^2 q^2 \ll 1$. Из (4.4) и (4.7) получаем изменение температуры перехода в следующем виде:

$$\frac{\delta T_c}{T_{c0}} = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{\varphi(q)}{\xi^2 q^2}. \quad (4.8)$$

Интегрирование здесь обрывается при $q \sim \xi^{-1}$ в соответствии с пределами применимости последнего выражения в (4.7). Однако и вклад коротковолновых флуктуаций может оказаться здесь существенным.

Функционал Гинзбурга—Ландау, выраженный через неусредненный параметр порядка $\Delta(r)$, имеет следующий вид [9]:

$$F\{\Delta\} = \int dr \left\{ \frac{N(E_F)}{\lambda_p} |\Delta(r)|^2 - N(E_F) \int dr' K(rr') \Delta(r') \Delta(r) + \frac{1}{2} B |\Delta(r)|^4 \right\}, \quad (4.9)$$

где мы пренебрегли флуктуациями спаривательного взаимодействия λ_p и коэффициента B , который определяется стандартным выражением (3.47). Используя (4.1)—(4.3), получаем уравнения Гинзбурга—Ландау, описывающие изменение $\Delta(r)$:

$$\left\{ N(E_F) \frac{T_{c0} - T}{T_{c0}} + \delta A(r) - B |\Delta(r)|^2 + C \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right\} \Delta(r) = 0, \quad (4.10)$$

где

$$\delta A(\tau) = N(E_F) \int_0^{\omega} \frac{dE}{E} \text{th} \frac{E}{2T_{co}} \left\{ \frac{1}{N(E_F)} \sum_{\nu} |\phi_{\nu}(\tau)|^2 \delta(E - \epsilon_{\nu}) - 1 \right\} \quad (4.11)$$

описывает флуктуации коэффициента Гинзбурга—Ландау A , а флуктуациями коэффициента S мы пренебрегли.

Уравнения Гинзбурга—Ландау с флуктуирующими коэффициентами впервые анализировались Ларкиным и Овчинниковым [168]. Было показано, что флуктуации $\delta A(\tau)$ приводят к сдвигу температуры перехода, задаваемому уравнением (4.8), и решение уравнения (4.10) для параметра порядка в первом порядке по флуктуациям имеет вид (4.1) с

$$\begin{aligned} \Delta_1(\tau) &= \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \Delta_1(q) e^{iq\tau}, \\ \Delta_1(q) &= -\frac{\langle \Delta \rangle}{N(E_F)} \frac{\delta A(q)}{\xi^2 q^2 + 2\tau}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

где $\tau = (T_c - T)/T_c$ вычисляется относительно новой температуры перехода. Средне-квадратичная флуктуация самого параметра порядка определяется из (4.12) как

$$\frac{\langle \Delta^2 \rangle}{\langle \Delta \rangle^2} - 1 = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{\varphi(q)}{[\xi^2 q^2 + 2\tau]^2}, \quad (4.13)$$

где $\varphi(q)$ была введена в (4.4), (4.5). Важно отметить, что флуктуации $\Delta(\tau)$ в отличие от сдвига T_c определяются поведением $\varphi(q)$ при малых q .

Таким образом, видно, что все свойства статистических флуктуаций определяются корреляционной функцией локальных плотностей состояний (спектральной плотностью (4.6)). Она была определена выше в (2.76), (2.77) в рамках самосогласованной теории локализации.

Используя (2.77), для металлического состояния не очень близко к порогу подвижности из (4.5) получаем

$$\varphi(q=0) \sim \frac{\xi}{N^2(E_F) D_0^2}. \quad (4.14)$$

где $\xi = \sqrt{\xi_0 l}$ и D_0 — друдевский коэффициент диффузии. Оценивая сдвиг T_c с помощью (4.8), имеем

$$\frac{\delta T_c}{T_{co}} \sim \frac{1}{N^2(E_F) D_0^2 \xi^2} \sim \frac{T_c}{E_F} \frac{1}{(p_F l)^3} \sim \tau_G, \quad (4.15)$$

где τ_G — размер гинзбурговской критической области, определенный в (3.67). Мы видели, что в обычных “грязных” сверхпроводниках $\tau_G \ll 1$. Для флуктуаций параметра порядка из (4.13) получаем

$$\frac{\langle \Delta^2 \rangle}{\langle \Delta \rangle^2} - 1 \approx \frac{1}{8\pi} \frac{\varphi(q=0)}{\xi^3 \sqrt{2|\tau|}} \approx \left(\frac{\tau_D}{|\tau|} \right)^{1/2}. \quad (4.16)$$

Отсюда видно, что ширина температурного интервала, в котором существенны статистические флуктуации, равна

$$\tau_D \sim \frac{\varphi^2(0)}{\xi^6} \sim \frac{1}{N^4(E_F) D_0^4 \xi^4} \sim \left(\frac{T_c}{E_F} \right)^2 \frac{1}{(p_F l)^6} \sim \tau_G^2 \quad (4.17)$$

Очевидно, что в “грязном” сверхпроводнике $\tau_D \ll \tau_G \ll 1$ и статистические флуктуации совершенно несущественны.

Положение меняется для систем, близких к порогу подвижности. Используя (2.77) с заменой D_0 на $D_0(\omega/\gamma)^{1/3}$, получим

$$\varphi(q) \approx \frac{\gamma^{1/2}}{N^2(E_F) D_0^3 T_c} \int_0^{\tau_c} \frac{d\omega}{\omega^{1/2}} [\omega^2 + D_0 \omega^{2/3} q^4]^{-1/4} - \xi^2 \ln \frac{1}{\xi q}, \quad (4.18)$$

где $\xi = (\xi_0 p_F^{-2})^{1/3}$. Аналогичным образом:

$$\frac{\langle \Delta^2 \rangle}{\langle \Delta \rangle^2} - 1 \approx \int_0^{\xi^{-1}} \frac{\xi^3 q^2 dq}{(\xi^2 q^2 + 2\tau)^2} \ln \frac{1}{q\xi} - \frac{1}{\sqrt{|\tau|}} \ln \frac{1}{|\tau|}. \quad (4.19)$$

Из (4.19) следует, что вблизи порога подвижности статистические флуктуации становятся существенными и даже превосходят термодинамические флуктуации из-за логарифмического фактора в $\varphi(q)$. Таким образом, в рассматриваемой области имеем $\tau_D > \tau_G - 1$.

Переход от режима слабых статистических флуктуаций ($\tau_D \ll \tau_G$) к режиму сильных флуктуаций происходит на масштабе проводимости системы $\sigma - \sigma^* \approx \sigma_c (p_F \xi_0)^{-1/3}$, который уже возникал в нашем рассмотрении выше. Таким образом, вблизи порога подвижности сверхпроводящий параметр порядка перестает быть самоусредняющейся величиной и использованный выше подход типа среднего поля может оказаться недостаточно точным, как из-за обычных термодинамических, так и из-за статистических флуктуаций. Ниже мы проведем более детальный анализ возникающих здесь возможностей.

В заключение мы кратко обсудим область локализованных состояний. Появление здесь сингулярного $\delta(\omega)$ — вклада в коррелятор локальных плотностей состояний приводит к дополнительному вкладу в $\varphi(q)$:

$$\begin{aligned} \varphi(q) &= \int_0^{\omega} \frac{dE}{E^2} \left(\text{th} \frac{E}{2T_c} \right) \frac{A_E(q)}{N(E_F)} + \dots \sim \frac{A_{E_F}}{N(E_F) T_{co}} + \dots = \\ &= \frac{1}{N(E_F) T_c (1 + R_{loc}^2 q^2)} + \dots \end{aligned} \quad (4.20)$$

Соответственно возникает и дополнительный вклад в флуктуации $\Delta(\tau)$:

$$\frac{\langle \Delta^2 \rangle}{\langle \Delta \rangle^2} - 1 \approx \frac{1}{N(E_F) T_c} \int_0^{R_{loc}^{-1}} \frac{q^2 dq}{(\xi^2 q^2 + 2|\tau|)^2 (1 + R_{loc}^2 q^2)} \sim \frac{1}{N(E_F) T_c R_{loc}^3 \tau^2} \quad (4.21)$$

который быстро возрастает при уменьшении длины локализации R_{loc} . Используя наш основной критерий возможности сверхпроводимости в локализованной фазе (3.20), видим, что во всей области существования сверхпроводящего состояния статистические флуктуации $\Delta(\tau)$ оказываются порядка единицы и существенны в широком интервале температур вокруг T_c .

Б. Сверхпроводящий переход в условиях сильного беспорядка

Перейдем к рассмотрению сверхпроводимости в системах с сильными статистическими флуктуациями "локальной температуры перехода" $T_c(r)$, описываемыми уравнениями (4.10) и (4.11). Приводимое ниже рассмотрение основано на работах [169, 170]. Для простоты будем предполагать флуктуации гауссовыми. Заметим, однако, что вблизи порога подвижности флуктуации локальной плотности состояний становятся сильно негауссовыми [83], что может сильно усложнить строгий анализ. К сожалению, в применении к сверхпроводимости роль негауссовости этих флуктуаций еще никем не исследовалась. Как будет показано ниже, в зависимости от степени беспорядка, которую мы будем характеризовать величиной отношения τ_D/τ_G , возможно возникновение двух типов сверхпроводящего перехода. При τ_D меньше некоторого критического значения τ_D^* сверхпроводящий переход является обычным переходом второго рода и происходит при $T = T_c$. Сверхпроводящий параметр порядка при этом равен нулю при $T > T_c$ и является пространственно однородным на масштабах, превышающих корреляционную длину $\xi(T)$, ниже T_c . Статистические флуктуации приводят только к некоторому изменению критических индексов в точке перехода [171, 172].

При $\tau_D > \tau_D^*$ сверхпроводящая фаза возникает неоднородным образом, даже если корреляционная длина вызванных беспорядком флуктуаций $T_c(r)$ мала по сравнению с длиной когерентности ξ (беспорядок на микромасштабах). Такой случай впервые анализировался Ларкиным и Иоффе [176]. Исследуя случай очень сильного беспорядка, они показали, что по мере понижения температуры в нормальной фазе возникают локализованные области (капли) сверхпроводящей фазы с характерными размерами порядка $\xi(T)$. Вдали от T_c их плотность мала, однако при дальнейшем охлаждении их плотность и размеры растут, так что эти капли начинают перекрываться и сверхпроводящий переход приобретает перколяционный характер.

В соответствии с приведенными выше оценками, если учитывать только флуктуации локальной плотности состояний, параметр τ_D/τ_G возрастает от очень малых величин до значений порядка единицы, по мере того как система приближается к порогу подвижности. Поэтому можно ожидать, что вблизи перехода Андерсона может возникнуть неоднородный режим сверхпроводимости.

Наше рассмотрение сверхпроводников с большими статистическими флуктуациями будет основано на функционале Гинзбурга—Ландау со случайной по образцу температурой фазового перехода:

$$F\{A(r), \Delta(r)\} = \int dr \left\{ \frac{B^2(r)}{8\pi} + N(E_F) [(\tau + t(r))|\Delta(r)|^2 + \xi^2 \left| \left(\nabla - \frac{2ie}{\hbar c} A(r) \right) \Delta(r) \right|^2 + \frac{1}{2} \lambda |\Delta(r)|^4 \right\}, \quad (4.22)$$

где $B = \text{rot} A$ — внешнее магнитное поле и мы переопределили коэффициент при члене четвертой степени как $B = N(E_F)\lambda$. Здесь $t(r)$ определено с помощью (4.11) как $\delta A(r) = N(E_F)t(r)$ и играет роль флуктуации локальной "критической температуры", которая возникает из-за флуктуаций локальной плотности состояний. В общем случае в ней могут быть также вклады и от локальных флуктуаций спаривательного взаимодействия. Как указывалось выше, мы предполагаем гауссовский характер этих флуктуаций, хотя реальная ситуация для системы, находящейся вблизи перехода Андерсона, может оказаться сложнее [83]. Свободная энергия системы и коррелятор параметра порядка определяются как:

$$\mathcal{F}\{t(r)\} = -T \ln Z, \quad Z = \int D\{A, \Delta\} \exp[-F\{A(r), \Delta(r)\}/T], \quad (4.23)$$

$$\langle \Delta(r)\Delta(r') \rangle = Z^{-1} \int D\{A, \Delta\} \Delta(r)\Delta(r') \exp[-F\{A(r), \Delta(r)\}/T] \quad (4.24)$$

и должны быть усреднены по гауссовскому распределению $t(r)$. Используя определение $t(r)$ и результаты предыдущего раздела, а также предполагая короткодействующий характер коррелятора флуктуаций локальных плотностей состояний (на масштабах порядка ξ), легко оценить коррелятор величин $t(r)$ как

$$\langle t(r)t(r') \rangle = \gamma \delta(r - r'), \quad \gamma \approx \tau_D^{1/2} \xi^3 \quad (4.25)$$

Тогда вероятность конфигурации с заданной величиной $t(r)$ имеет вид:

$$\mathcal{P}\{t(r)\} = \exp \left[-\frac{1}{2\gamma} \int dr t^2(r) \right] \quad (4.26)$$

Проблема теперь сводится к расчету $\mathcal{F}\{t(r)\}$ и $\langle \Delta(r)\Delta(r') \rangle$ с последующим усреднением по $\mathcal{P}\{t(r)\}$.

Мы ограничимся рассмотрением не взаимодействующих капель в отсутствие вихрей. Тогда можно считать, что фаза параметра порядка $\Delta(r)$ несингулярна. После калибровочного преобразования

$$\begin{aligned} A(r) &\rightarrow A(r) + (c\hbar/2e)\nabla\phi(r) \\ \Delta(r) &\rightarrow \Delta(r)\exp[-i\phi(r)] \end{aligned} \quad (4.27)$$

где $\phi(r)$ — фаза параметра порядка. Можно считать $\Delta(r)$ вещественной и функционал Гинзбурга—Ландау (4.22) записывается как

$$F\{A(r), \Delta(r)\} = \int dr \left\{ \frac{B^2(r)}{8\pi} + N(E_F) \left[(\tau + t(r))\Delta^2(r) + \frac{4e^2\xi^2}{c^2\hbar^2} A^2(r)\Delta^2(r) + \xi^2(\nabla\Delta(r))^2 + \frac{1}{2}\lambda\Delta^4(r) \right] \right\} \quad (4.28)$$

Интегрирование по фазе в (4.23) дает несущественную константу в статистической сумме, которой мы пренебрегаем.

Для проведения усреднения логарифма статистической суммы (4.23) по $t(r)$ можно воспользоваться методом реплик [173], который позволяет провести это усреднение в явном виде. Усредненная свободная энергия системы (4.23) представляется в виде

$$\langle \mathcal{F} \rangle = -T \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} [\langle Z^n \rangle - 1] \quad (4.29)$$

Для вычисления $\langle Z^n \rangle$, в соответствии с основной идеей метода реплик, сначала предполагаем, что n — произвольное целое число. Выражая Z^n в виде n -кратного функционального интеграла по полям реплик $A_\alpha, \Delta_\alpha(r)$, $\alpha = 1, \dots, n$ и проводя точно гауссовское усреднение по $t(r)$, получаем:

$$\begin{aligned} \langle Z^n \rangle &= \int D\{A, \Delta\} \exp[-S_n\{A_\alpha, \Delta_\alpha\}] \\ S\{A_\alpha, \Delta_\alpha\} &= \int dr \left\{ \sum_{\alpha} \frac{B^2(r)}{8\pi T} + \frac{N(E_F)}{T} \sum_{\alpha} \left[(\tau + t(r))\Delta_\alpha(r)^2 + \frac{4e^2\xi^2}{c^2\hbar^2} A_\alpha^2(r)\Delta_\alpha^2(r) + \right. \right. \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$+\xi^2(\nabla\Delta_\alpha(r))^2 + \frac{1}{2}\lambda\Delta_\alpha^4(r) - \frac{1}{2}\frac{N(E_F)}{T}\tilde{\gamma}\left[\sum_{\alpha=1}^n\Delta_\alpha^2(r)\right]^2.$$

Последнее выражение здесь задает "эффективное действие", а $\tilde{\gamma} = \gamma N(E_F)/T_c \approx \tau_D^{1/2} N(E_F)/T_c$ растет с беспорядком. Заметим, что случайные величины $l(r)$ уже исчезли из всех выражений и действие $S\{A_\alpha, \Delta_\alpha\}$ является трансляционно инвариантным. Для коррелятора (4.24) имеем

$$\langle \Delta(r)\Delta(r') \rangle = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} \int D\{A, \Delta\} \exp[-S_n\{A_\alpha, \Delta_\alpha\}] \sum_{\alpha=1}^n \Delta_\alpha(r)\Delta_\alpha(r'), \quad (4.31)$$

где проведена симметризация по индексам реплик.

Вдали от области сильных флуктуаций параметра порядка $|\tau| \gg \tau_D, \tau_G$ функциональные интегралы в (4.30) и (4.24) могут быть вычислены методом перевала. Экстремумы действия определяются классическими уравнениями:

$$\left[\tau - \xi^2 \nabla^2 + \lambda \Delta_\alpha^2 - \tilde{\gamma} \sum_{\beta=1}^n \Delta_\beta^2(r) \right] \Delta_\alpha(r) = 0 \quad A_\alpha = 0. \quad (4.32)$$

Нетривиальным является то обстоятельство, что эти уравнения кроме тривиальных пространственно однородных решений для $\Delta_\alpha(r)$ (с бесконечным или нулевым действием) могут обладать пространственно локализованными решениями с конечным действием — так называемыми *инстантонами*. При $\tau > 0$ инстантоны описывают упомянутые выше сверхпроводящие капли. Как уже сказано, мы ограничимся рассмотрением не взаимодействующих капель и рассмотрим только инстантонные решения при температурах выше T_c (при $\tau > 0$). Нас будут интересовать только решения, допускающие аналитическое продолжение при $n \rightarrow 0$. Обозначим их $\Delta_\alpha^{(i)}(r)$, где верхний индекс i определяет тип решения. Для того чтобы найти соответствующие вклады в статсумму, нужно разложить действие (4.30) с точностью до квадратичных членов по отклонениям $\varphi_\alpha(r) = \Delta_\alpha(r) - \Delta_\alpha^{(i)}(r)$. Можно показать, что флуктуации полей $A_\alpha(r)$ несущественны и ими можно пренебречь при рассмотрении не взаимодействующих капель [169, 170].

При $\tilde{\gamma} > 0$ и $\tilde{\gamma} > \lambda$ уравнение (4.32) имеет (кроме тривиального $\Delta_\alpha = 0$) следующее нетривиальное решение с конечным действием (инстантон) (ср. работы [7, 174, 175]):

$$\begin{aligned} \Delta_\alpha^{(i)}(r) &= \Delta_0(r)\delta_{\alpha i}, \quad i = 1, \dots, n \\ \Delta_0(r) &= \sqrt{\frac{\tau}{\tilde{\gamma} - \lambda}} \chi\left[\frac{r}{\xi(T)}\right], \quad \xi(T) = \frac{\xi}{T} \end{aligned} \quad (4.33)$$

где безразмерная функция $\chi(x)$ удовлетворяет условию $d\chi(x)/dx|_{x=0} = 0$ и имеет асимптотику: $\chi(x) \sim x^{-1} \exp(-x)$ при $x \gg 1$ (для размерности пространства $d = 3$). Качественный вид этого решения показан на рис. 16.

Из (4.33) видно, что инстантоны ориентированы вдоль осей пространства реплик (имеется n типов инстантонных решений), что связано с членом "кубической анизотропии" $\lambda\Delta_\alpha^4$ в эффективном действии (4.30). Индекс i характеризует направление в репличном пространстве, вдоль которого происходит нарушение симметрии. При $\lambda \rightarrow 0$ действие становится $O(n)$ -симметричным и инстантоны принимают вид:

$$\Delta_\alpha(r) = \Delta_0(r)e_\alpha, \quad \sum_{\alpha=1}^n e_\alpha^2 = 1 \quad (4.34)$$

т.е. ориентируются вдоль произвольно направленного единичного вектора e в пространстве реплик. Такие инстантоны ранее рассматривались в теории локализации

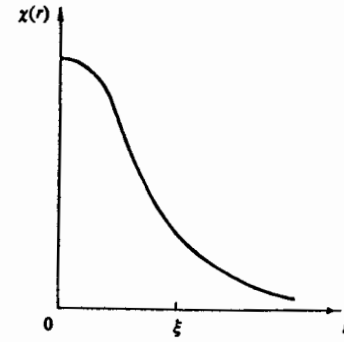


Рис. 16. Качественный вид инстантонного решения

[7, 174, 175].

Квадратичное вблизи инстантонного решения эффективное действие имеет вид (ср. аналогичное рассмотрение в работах [7, 174, 175]):

$$S\{\Delta_\alpha\} = S\{\Delta_\alpha^{(i)}\} + \frac{1}{2} \int dr \sum_{\alpha, \beta} (\varphi_\alpha \hat{M}_{\alpha\beta}^{(i)} \varphi_\beta). \quad (4.35)$$

Здесь оператор $\hat{M}_{\alpha\beta}^{(i)}$ на инстантонных решениях есть

$$\hat{M}_{\alpha\beta}^{(i)} = [\hat{M}_L \delta_{\alpha i} + \hat{M}_T (1 - \delta_{\alpha i})] \delta_{\alpha\beta}, \quad (4.36)$$

где

$$M_{L,T} = \frac{2N(E_F)}{T} [-\xi^2 \nabla^2 + \tau U_{L,T}(r)], \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} U_L(r) &= 1 - 3\chi^2[r/\xi(T)] \\ U_T(r) &= 1 - (1 - \lambda/\tilde{\gamma})^{-1} \chi^2[r/\xi(T)]. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Значение гауссовского функционального интеграла полностью определяется спектром операторов M_L и M_T . Детальный анализ можно найти в работах [169, 170]. Качественный вид этих спектров показан на рис. 17. Оператор M_L всегда обладает собственным значением $\epsilon_1^L = 0$ — так называемой трансляционной нулевой модой, связанной с трансляционной симметрией: центр инстантона может быть расположен в произвольной точке пространства, действие при этом не меняется. Однако это собственное значение не является наименьшим в спектре оператора M_L , всегда еще имеется отрицательное собственное значение $\epsilon_0^L < \epsilon_1^L = 0$. Можно строго доказать, что такое отрицательное собственное M_L единственно [177]. Оператор M_T также обладает единственным отрицательным собственным значением $\epsilon_0^T < 0$ [169, 170], однако это собственное значение стремится к нулю при $\lambda \rightarrow 0$, превращаясь в "ротационную" нулевую моду, отражающую произвольность "направления" инстантона в репличном пространстве в отсутствие кубической анизотропии действия [7, 174, 175]. При $\lambda = \lambda^* = 2/3\tilde{\gamma}$ имеем равенство $M_L = M_T$ и спектры обоих операторов совпадают.

Учитывая вклады инстантонов, ориентированных по всем осям репличного про-

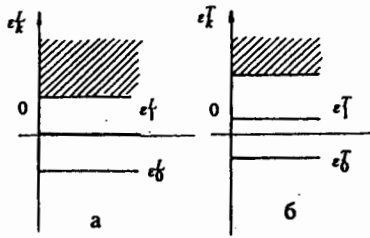


Рис. 17. Качественная структура спектра собственных значений операторов M_L (а) и M_T (б). $e_L^0 = 0$ — трансляционная нулевая мода $e_T^0 \rightarrow 0$ при $\lambda \rightarrow 0$ — переходит в “ротационную” нулевую моду. Заштрихована непрерывная часть спектра

странства, получаем следующий одноинстантонный вклад в статсумму, входящую в (4.29) [169, 170]:

$$\langle Z^n \rangle = n\Omega \left(\frac{J_L}{2\pi}\right)^{d/2} [Det' M_L]^{-1/2} [Det M_T]^{-1/2} \exp\{-S_0(\tau)\}, \quad (4.39)$$

где Ω — объем системы,

$$J_L = \frac{1}{d} \int dr \left(\frac{\partial \Delta_0}{\partial r}\right)^2 = \frac{T}{2N(E_F)} \frac{S_0(\tau)}{\xi^2}, \quad (4.40)$$

а действие на инстантоне равно

$$S_0(\tau) = A \frac{\xi^3 \tau^{1/2}}{\gamma - \lambda T / N(E_F)}, \quad (4.41)$$

где $A \approx 37,8$ — численная константа [178]. Штрих над $Det M_L$ обозначает необходимость исключения нулевого собственного значения $e_L^0 = 0$ из произведения собственных значений, определяющих этот детерминант. Условие применимости метода перевала имеет вид $S_0(\tau) \gg 1$, и фактически весь наш анализ справедлив вне критических областей как термодинамических, так и статистических флуктуаций.

В пределе $n \rightarrow 0$ происходит полное сокращение мнимых вкладов в (4.39), возникающих из-за отрицательных собственных значений, и, используя (4.29), получаем при $\tilde{\gamma} > 3/2\lambda$ следующий действительный вклад в свободную энергию:

$$\mathcal{F} = -\rho_s(\tau) T \Omega \quad (4.42)$$

где мы определили плотность сверхпроводящих капель как

$$\rho_s(\tau) = \left[\frac{T}{4\pi N(E_F)} S_0(\tau)\right]^{3/2} \xi^{-3} \left[\frac{Det M_T}{Det' M_L}\right]^{1/2} \exp\{-S_0(\tau)\} \quad (4.43)$$

Таким образом, при $\tilde{\gamma} > 3/2\lambda$ даже для $T > T_c$ в системе возникают сверхпроводящие островки (капли), которые дают вклад в равновесную свободную энергию системы. Этот вклад, определяемый (4.42), (4.43), существует наряду с обычными термодинамическими флуктуациями. Условие $\tilde{\gamma} > 3/2\lambda$ определяет критический беспорядок $\tau_D > \tau_D^* > \tau_G$, так что описанная картина неоднородного сверхпроводящего

перехода возникает только при достаточно развитых статистических флуктуациях. Знание качественной структуры спектра собственных значений операторов M_L и M_T позволяет проанализировать различные асимптотики (4.42) [169, 170]. При $\tilde{\gamma} S_0(\tau) \ll \lambda \ll \lambda^*$ получаем:

$$\rho_s(\tau) \approx \xi^{-3}(T) \left(\frac{\lambda}{\tilde{\gamma}}\right)^{1/2} S_0^{3/2}(\tau) \exp\{-S_0(\tau)\} \quad (4.44)$$

С другой стороны, при $\lambda \rightarrow \lambda^*$ имеем

$$\rho_s(\tau) \approx \xi^{-3}(T) \left(\frac{\lambda^*}{\lambda} - 1\right)^{3/2} S_0^{3/2}(\tau) \exp\{-S_0(\tau)\}. \quad (4.45)$$

Таким образом, плотность сверхпроводящих капель $\rho_s(\tau)$ стремится к нулю при $\lambda \rightarrow \lambda^*$, они разрушаются термодинамическими флуктуациями.

Для корреляционной функции параметра порядка (4.24) получаем

$$\langle \Delta(r) \Delta(r') \rangle \approx \rho_s(\tau) \int dR_0 \Delta_0(r + R_0) \Delta_0(r' + R_0). \quad (4.46)$$

Интегрирование по координате центра инстантона R_0 здесь означает, фактически, усреднение по положениям центров капель. Заметим, что на больших расстояниях коррелятор спадает как $\exp[-|r - r'| / \xi(T)]$ и не содержит обычного орнштейн-церниковского фактора $|r - r'|^{-1}$.

Мы вычислили свободную энергию неоднородного сверхпроводящего состояния в области температур $\tau \gg \tau_D$, где концентрация капель экспоненциально мала и справедлива картина невзаимодействующих капель. Соответственно, от них возникает экспоненциально малый вклад в теплоемкость и диамагнитную восприимчивость. Характерный размер капель определяется $\xi(T)$ и при $T \rightarrow T_c$ капли раздуваются и начинают перекрываться, приводя к картине перколяционного сверхпроводящего перехода. Таким образом, при $\tau_D > \tau_D^* > \tau_G$ сверхпроводящее состояние сначала возникает в виде отдельных островков (капель), что аналогично картине распада метастабильного состояния в случае перехода первого рода [179]. Однако в этом более традиционном случае инстантоны приводят к мнимым вкладам в свободную энергию, определяющим вероятность распада “неправильного” равновесного состояния (образование критических зародышей). В нашем случае возникает действительный инстантонный вклад в свободную энергию системы и капли возникают в истинном равновесном состоянии.

Более или менее очевидно, что между изолированными каплями возможно возникновение джозефсоновского взаимодействия, что может привести к довольно сложной фазовой диаграмме системы во внешнем магнитном поле, включая состояние “сверхпроводящего стекла” [180, 181]. Существование неоднородного режима сверхпроводимости очевидным образом приведет к сглаживанию БКШ-особенностей в плотности состояний и сверхпроводимость может стать бесщелевой. Заметим, что кулоновские эффекты в неупорядоченной системе также ведут к возникновению бесщелевого состояния неупорядоченных сверхпроводников из-за возникновения существенных процессов неупругого рассеяния [182]. Флуктуационная проводимость в неоднородном сверхпроводнике рассматривалась в работе [183]. Отметим также близкую задачу о сверхтекучести в условиях сильного беспорядка [184, 185].

Важной нерешенной проблемой здесь остается возможное влияние статистических флуктуаций коэффициента при градиентном члене в разложении Гинзбурга—Ландау, которыми выше пренебрегалось. С этим тесно связана проблема (ср. (3.55)) плотности сверхпроводящих электронов n_s . Соответствующее рассмотрение было проведено в

случае слабого беспорядка [186]. Было показано, что

$$\langle (\delta n_s/n_s)^2 \rangle \sim (\xi_0 p_F^2 l)^{-1} \sim \frac{e^4}{g(\xi)} \quad (4.47)$$

где $g(\xi) = \sigma \xi$ — кондуктанс металлического образца с размерами порядка длины когерентности $\xi = \sqrt{\xi_0 l}$. Экстраполируя эту оценку вплоть до области вблизи перехода Андерсона и используя здесь $\xi = (\xi_0/p_F^2)^{1/3}$, получим

$$\langle (\delta n_s/n_s)^2 \rangle \sim \frac{e^4}{\sigma^2 (\xi_0/p_F^2)^{2/3}} \quad (4.48)$$

Очевидным образом получаем $\langle (\delta n_s/n_s)^2 \rangle \geq 1$ при $\sigma \leq \sigma^*$, так что статистические флуктуации n_s становятся существенными именно в области вблизи перехода Андерсона, т.е. как раз в той области, которой выше уделялось основное внимание. Естественно, что это приводит к дальнейшим осложнениям картины сверхпроводящего перехода, в частности, может оказаться важным с точки зрения возникновения аномалий H_{c2} , что рассматривалось в недавней работе [187]. Некоторые качественные соображения для случая $\langle (\delta n_s/n_s)^2 \rangle \geq 1$ были высказаны в работе [188], где утверждалось, что в данном случае в системе будут возникать области с локально отрицательными значениями плотности сверхпроводящих электронов. Это эквивалентно возникновению отрицательного знака джозефсоновского взаимодействия между каплями (π -контакты). Если в сверхпроводящем кольце содержится сегмент с отрицательной n_s , в основном состоянии кольца нарушается инвариантность относительно обращения времени и в нем возникает отличный от нуля сверхпроводящий ток или магнитный поток (точнее, в нашей системе возникнут случайные токи и соответствующие захваченные потоки). В этом смысле, согласно [188], "грязный" металл может оказаться неотличимым от экзотического анионного сверхпроводника [189]. В недавней работе [190] было показано, что система случайных π -контактов может возникнуть в неоднородном сверхпроводящем состоянии и при рассмотрении обсуждавшейся выше модели с учетом внешнего магнитного поля, даже в пренебрежении флуктуациями коэффициента при градиентном члене. В этом случае в системе возможно возникновение парамагнитного отклика в сверхпроводящем состоянии (эффект Воллебена) [190], что может оказаться эффективным способом обнаружения обсуждавшегося выше необычного состояния сверхпроводника.

V. СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ В СИЛЬНО НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ МЕТАЛЛАХ: ЭКСПЕРИМЕНТ

A. Традиционные сверхпроводники

Существует целый ряд сильно разупорядоченных систем, которые остаются сверхпроводящими даже вблизи вызываемого разупорядочением перехода металл—диэлектрик.

Сильное уменьшение температуры сверхпроводящего перехода T_c с падением проводимости, начиная с ее значений порядка $10^4 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$ наблюдалось в аморфных сплавах GeAl [191], SiAu [192] и MoRe [193], в сверхпроводниках на основе фаз Шевреля, разупорядоченных облучением быстрыми нейтронами, таких как $\text{Pb}_{1-x}\text{U}_x\text{Mo}_6\text{S}_8$ [194], SnMo_6S_8 [195], Mo_6Se_8 [196], в аморфном InO_x [197], в $\text{BaPb}_{1-x}\text{Bi}_x\text{O}_3$ в интервале концентраций $0,25 < x < 0,30$ [198], а также в металлических стеклах $\text{Zr}_{0,7}\text{Ir}_{0,3}$ [200]. Тем не менее, во всех этих системах сверхпроводящий переход сохраняется достаточно близко к переходу металл—диэлектрик. В ряде систем, таких, например, как $\text{Pb}_{1-x}\text{U}_x\text{Mo}_6\text{S}_8$, SnMo_6S_8 , Mo_6Se_8 , $\text{Zr}_{0,7}\text{Ir}_{0,3}$ и $\text{BaPb}_{1-x}\text{Bi}_x\text{O}_3$ [198],

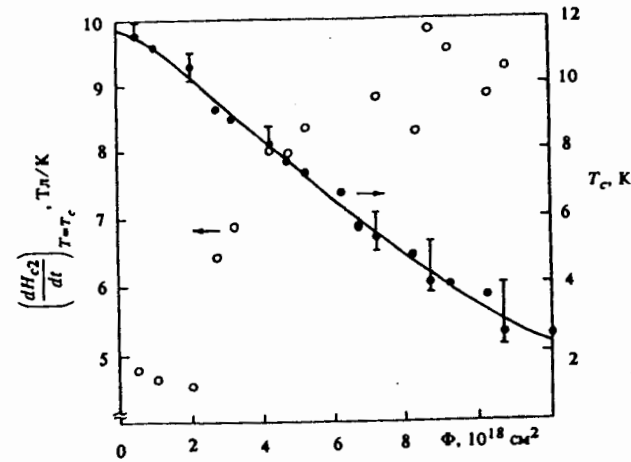


Рис. 18. Зависимость T_c и $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ от флюенса быстрых нейтронов в SnMo_5S_6 . Из работы [195]

наблюдается характерный отрицательный температурный коэффициент сопротивления. Заметим, однако, что этот факт сам по себе еще не указывает, на какой стороне перехода металл—диэлектрик находится изучаемый образец. Падение T_c вблизи порога подвижности, по-видимому, наблюдалось и в системе As_2Te_3 [201]. Во всех перечисленных случаях T_c , скорее всего, исчезала еще до перехода в диэлектрическое состояние, т.е. в металлической фазе.

На рис. 18 мы приводим зависимость T_c и $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ в SnMo_5S_6 (сверхпроводник со структурой фаз Шевреля) от флюенса быстрых нейтронов (т.е. числа нейтронов, прошедших через сечение образца в процессе облучения) [195]. В области больших флюенсов, когда система становится аморфной, характерные значения проводимости в нормальном состоянии опускаются до величин порядка $\sim 10^3 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$, что не так уж далеко от известных оценок "минимальной металлической проводимости" $\sigma_c \sim 5 \cdot 10^2 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$, определяющих масштаб проводимости при переходе металл—диэлектрик. В этой же области проводимости наблюдается отрицательный температурный коэффициент сопротивления. Экспериментальные данные по уменьшению T_c с ростом беспорядка в этой системе были довольно хорошо описаны [22] с помощью представлений о росте кулоновского псевдопотенциала μ^* с ростом сопротивления нормальной фазы. Наблюдается и явная тенденция к насыщению наклона $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ с ростом степени разупорядочения системы. Аналогичная зависимость T_c и $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ от сопротивления в нормальном состоянии в Mo_6Se_8 , также разупорядоченном облучением быстрыми нейтронами, показана на рис. 19 [196]. Здесь сверхпроводимость сохраняется до проводимостей $\sigma \sim 250 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$. Дальнейшее разупорядочение (облучение) приводит к разрушению сверхпроводящего состояния и переходу металл—диэлектрик (неограниченному росту сопротивления системы при уменьшении температуры T , с переходом на режим прыжковой проводимости с перемешанной длиной прыжка [2,3]). Наклон верхнего критического поля $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ также имеет тенденцию к насыщению с ростом сопротивления. Стандартная интерпретация такого поведения $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ основывалась на использовании соотношения Горькова (см. первое выражение в (3.74)) и приводила к выводу об уменьшении

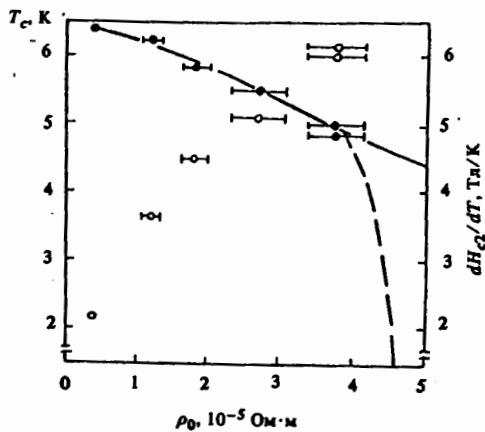


Рис. 19. Зависимость T_c и $|dH_{c2}/dT|_{T_c}$ от сопротивления в Mo_6Se_8 . Из работы [196]

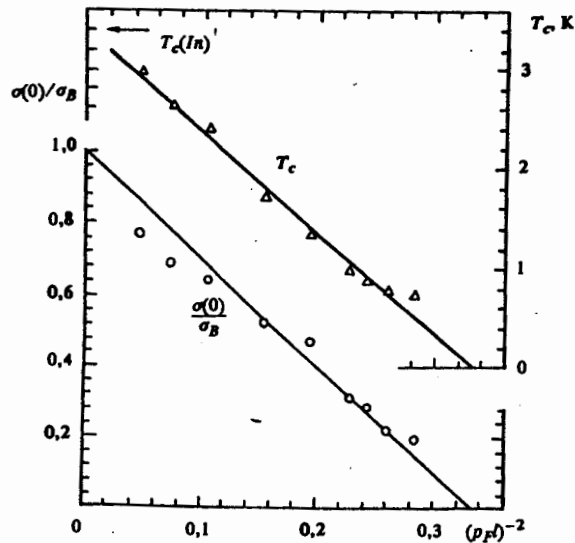


Рис. 20. Зависимость проводимости σ и T_c от параметра ρ_F/l в аморфном InO_x . σ_B — оценка друдевской проводимости. Из работы [197]

плотности состояний $N(E_F)$ на уровне Ферми с ростом степени разупорядочения. Фактически мы видели, что такой вывод нельзя считать обоснованным для систем с проводимостью нормальной фазы $\sigma < 10^3 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$, поскольку насыщение наклона $H_{c2}(T)$ вблизи T_c может быть естественным следствием приближения системы к переходу металл—диэлектрик. Аналогичные зависимости наблюдались в целом ряде сверхпроводников на основе фаз Шевреля [194, 202, 203].

На рис. 20 мы приводим данные о зависимости проводимости и T_c от параметра ρ_F/l в аморфном сплаве InO_x [197]. На рис. 21 из работы [204] показаны данные

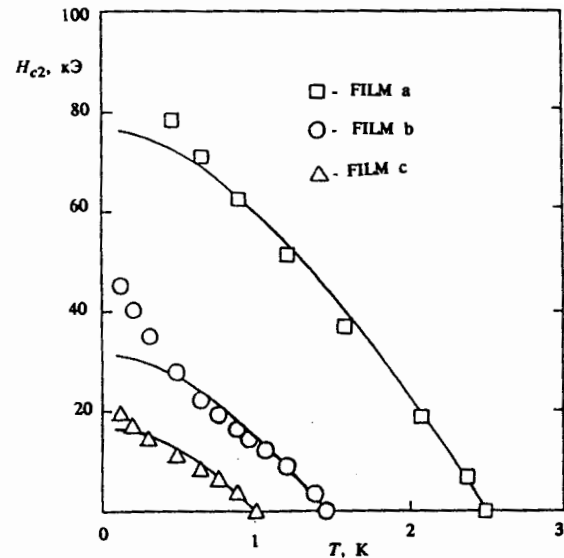


Рис. 21. $H_{c2}(T)$ в аморфных пленках In/InO_x . Линии показывают стандартные теоретические зависимости. Из работы [204]

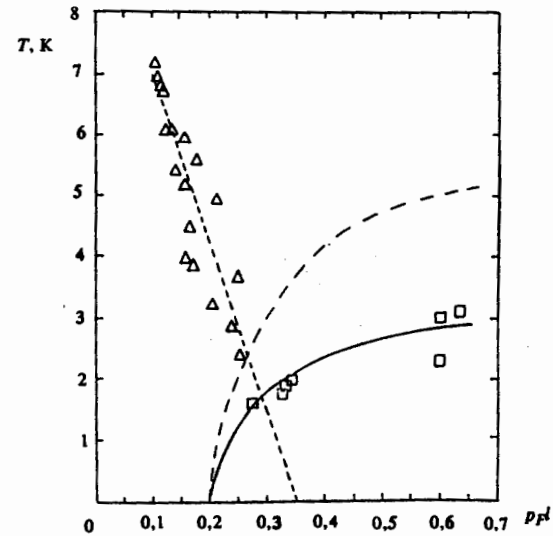


Рис. 22. Зависимость энергии активации прыжковой проводимости (треугольники) и температуры сверхпроводящего перехода T_c (квадраты) аморфных пленок In/InO_x от параметра беспорядка ρ_F/l , определенного из измерений проводимости при комнатной температуре и холловских измерений. Штриховая линия показывает значения $\Delta = 1,76T_c$ (теория БКШ). Пунктирная линия показывает наилучшую подгонку к данным в диэлектрике, $(\rho_F/l)_c = 0,35$ — критический беспорядок в точке перехода металл—диэлектрик. Из этих данных можно усмотреть существование сверхпроводимости в узкой области внутри диэлектрической фазы. Из работы [205]

по температурной зависимости H_{c2} в аморфных трехмерных пленках In/InO_x при различных степенях разупорядочения. Видно, что в области низких температур $H_{c2}(T)$ отклоняется от стандартной температурной зависимости теории "грязных" сверхпроводников, но качественно соответствует зависимости, найденной выше для систем, находящихся вблизи перехода Андерсона. Эта же система изучалась в работе [205]. На рис. 22 мы приводим зависимость двух характерных энергий системы от степени разупорядочения, которые, по мнению авторов [205], демонстрируют существование узкой области сосуществования сверхпроводимости и диэлектрической фазы. На рис. 23 показаны зависимости длины локализации и сверхпроводящей длины когерентности от беспорядка [205], которые свидетельствуют о качественном согласии с нашим общим критерием сосуществования сверхпроводимости и локализации — длина локализации должна быть больше или порядка размера куперовской пары.

Весьма впечатляющие данные имеются для аморфного сплава $\text{Si}_{1-x}\text{Au}_x$ [191, 192, 206]. На рис. 24 [192] показаны зависимости T_c и проводимости системы в нормальном состоянии от концентрации золота x . На рис. 25 показана зависимость $H_{c2}(T)$ для разных составов сплава [192]. Из этих данных ясно видно, что T_c исчезает до перехода металл—диэлектрик, хотя и очень близко к нему. Сам переход металл—диэлектрик имеет *непрерывный* характер и проводимость исчезает линейно с уменьшением концентрации золота. При этом наблюдаются значения проводимости существенно меньше оценок "минимальной металлической проводимости". Система остается сверхпроводящей даже при столь малых значениях проводимости. Наклон $H_{c2}(T)$ при $T = T_c$ остается практически неизменным, несмотря на изменение проводимости (беспорядка) в весьма широких пределах. Такое поведение, по-видимому, нельзя объяснить только появлением корреляционной псевдощели в плотности состояний, наблюдавшейся в работе [206], которая становится заметной лишь очень близко к переходу металл—диэлектрик. При низких температурах ясно видно отклонение от стандартной выпуклой

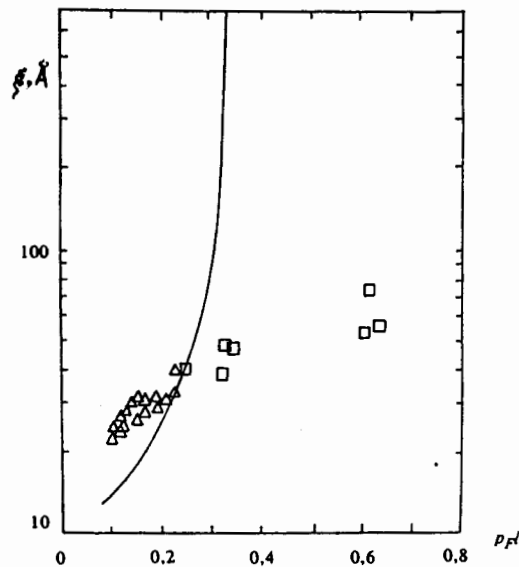


Рис. 23. Зависимость длины локализации (сплошная кривая) и сверхпроводящей длины когерентности в аморфных пленках In/InO_x . Квадраты показывают ξ для металлических пленок, а треугольники относятся к диэлектрическим образцам. Из работы [205]

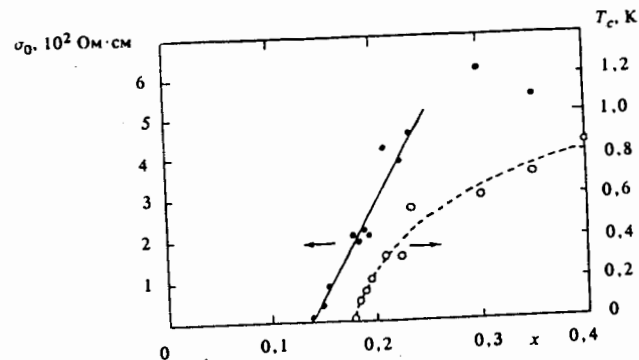


Рис. 24. Зависимость проводимости σ и T_c от концентрации золота в аморфном сплаве $\text{Si}_{1-x}\text{Au}_x$. Из работы [192]

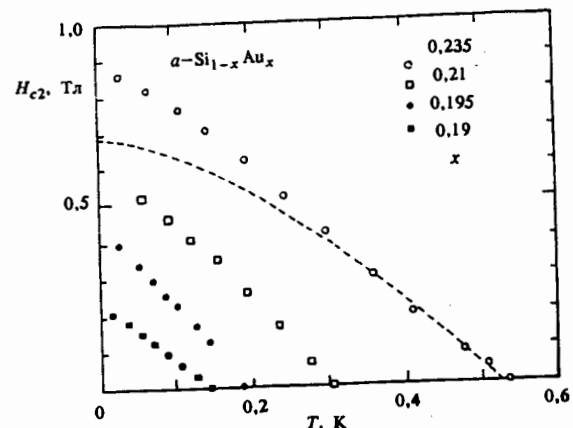


Рис. 25. $H_{c2}(T)$ в аморфном сплаве $\text{Si}_{1-x}\text{Au}_x$. Из работы [192]

зависимости H_{c2} от температуры. На рис. 26 из работы [206] приводится температурная зависимость сопротивления и сверхпроводящей щели (определенной из туннельных измерений) образца с $x = 0,21$. Эти данные хорошо показывают наличие сверхпроводящего перехода в непосредственной окрестности вызванного беспорядком перехода металл—диэлектрик. Заметим, что согласно данным [206] сверхпроводящая щель в таких образцах существенно размыта, что может указывать на рост статистических флуктуаций, связанных с флуктуациями локальной плотности состояний. В целом, имеющиеся данные по этой системе находятся в качественном соответствии с общей теоретической картиной, представленной выше.

Приведенные данные свидетельствуют, что в системах, которые остаются сверхпроводящими вблизи к вызываемому разупорядочением переходу металл—диэлектрик (переходу Андерсона) температура сверхпроводящего перехода T_c достаточно быстро уменьшается и, как правило, исчезает еще до перехода системы в диэлектрическое состояние. В то же время температурная зависимость H_{c2} не описывается стандартной теорией "грязных" сверхпроводников, как вблизи T_c , где возникают аномалии в поведении $(dH_{c2}/dT)_{T_c}$, так и при низких температурах, где возникают характерные вогнутые зависимости. Все эти особенности соответствуют предсказаниям теории.

Некоторые указания на возможность сверхпроводимости в диэлектрической фазе

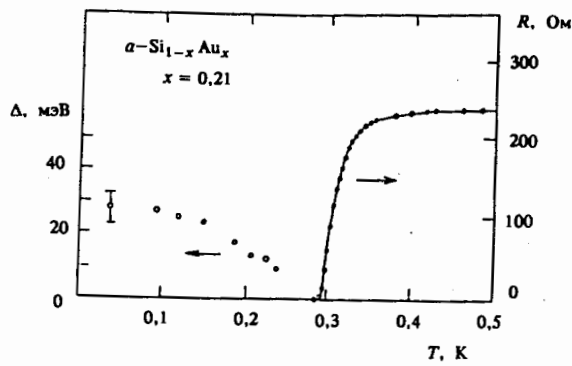


Рис. 26. Температурная зависимость сверхпроводящей щели Δ и сопротивления R аморфного сплава $\text{Si}_{0,79}\text{Au}_{0,21}$. Из работы [206]

гранулярных Al и Al—Ge наблюдались в работах [207, 208]. Очевидно, что гранулярные системы находятся более или менее за пределами проведенного выше анализа. Тем не менее, нужно упомянуть, что в них наблюдалось сильное размытие БКШ-особенностей в плотности состояний и бесщелевой режим сверхпроводимости (в туннельных измерениях) [209, 210], вблизи перехода металл—диэлектрик. Это соответствует обсуждавшейся картине неоднородной сверхпроводимости при сильно развитых статистических флуктуациях. Заметим, что более поздние данные по сверхпроводимости гранулярного Al [211], по-видимому, все же исключают ее сохранение в диэлектрической фазе этой системы. В этой работе изучалось также влияние малых добавок Bi, увеличивающих эффекты спин-орбитального рассеяния, приводящего к эффектам антилокализации [40]. Это приводит к сдвигу точки перехода металл—диэлектрик и, как оказалось, также и сверхпроводящего перехода с сохранением узкого интервала концентраций, соответствующего металлической фазе, где система уже не является сверхпроводящей. Тот факт, что сверхпроводящий переход сдвигается вместе с переходом металл—диэлектрик показывает, что именно этот последний переход является причиной разрушения сверхпроводимости в рассматриваемой системе. Аналогичные результаты по исчезновению сверхпроводимости в точке перехода металл—диэлектрик были получены для аморфного сплава $\text{Al}_x\text{Ge}_{1-x}$ и аморфных смесей Ga—Ag [213]. Последняя система особенно интересна, поскольку для нее критический индекс проводимости в точке перехода металл—диэлектрик, по-видимому, равен $\nu \approx 0,5$, что, как обычно считается, помещает ее в другой класс универсальности, по сравнению с большинством обсуждавшихся выше систем, делая ее аналогичной детально изученной (но несверхпроводящей) системе Si:P [214]. Распространенная точка зрения связывает существование такого нового класса универсальности с усилением роли кулоновских эффектов в этих системах [95]. С другой стороны, имеется точка зрения о недостаточной точности в определении в них критического индекса проводимости [24]. Начиная со значений, соответствующих аморфному Ga ($T_c = 7,6$ К), довольно медленно уменьшается с уменьшением объемной фракции Ga обозначаемой v , до достижения критической области вблизи $v_c \approx 0,145$. Дальнейшее приближение к v_c приводит к быстрому падению T_c . Используя стандартную формулу МакМиллана [118] для T_c и предполагая пренебрежимо малость кулоновского псевдопотенциала μ^* в чистом аморфном Ga, можно найти зависимость μ^* вблизи перехода металл—диэлектрик: $\mu^* \sim (v - v_c)^{-0,33}$. Отсюда следует, что $T_c \rightarrow 0$ при $v \rightarrow v_c$, так что сверхпроводимость не может сохраниться в диэлектрической фазе, в соответствии с отмеченными выше многочисленными механизмами ее разрушения вблизи перехода металл—диэлектрик.

В работах [215, 216] изучалась новая интересная фаза высокого давления аморфного сплава $\text{Cd}_{43}\text{Sb}_{57}$, остающаяся метастабильной при снятии давления и демонстрирующая постепенный переход из металлического в диэлектрическое состояние в процессе своего распада. Авторы этих работ утверждают, что в процессе распада система остается пространственно однородной на микроскопическом уровне. Металлическая фаза является сверхпроводящей с $T_c \approx 5$ К и сохраняет сверхпроводимость вплоть до перехода в диэлектрическое состояние. Вблизи него сверхпроводящий переход сильно уширяется, а неполный переход сохраняется и в диэлектрической фазе. Хотя эти данные напоминают аналогичные результаты по быстро закаленным пленкам Sn и Ga [217], которые интерпретировались в духе картины возвратной сверхпроводимости, связанной с неоднородностями образца, в работах [215, 216] подчеркивается, что здесь ситуация является иной и мы имеем дело с внутренне присущей неоднородностью сверхпроводящего состояния типа предсказывавшегося в работах [63, 169, 170]. С нашей точки зрения, здесь требуются дополнительные исследования с целью однозначной демонстрации отсутствия в системе обычных неоднородностей, возникающих при распаде метастабильного состояния. Довольно удивительной особенностью рассматриваемой системы является почти полная независимость температуры начала сверхпроводящего перехода от степени разупорядочения.

Общее заключение по традиционным сверхпроводникам сводится к выводу о том, что до сих пор ни на одной из изучавшихся систем не была однозначно продемонстрирована возможность сверхпроводимости в диэлектрической фазе, хотя перспективы для дальнейшей работы в этом направлении сохраняются. В то же время сверхпроводимость может выживать очень близко к переходу в диэлектрическое состояние, и в этом случае наблюдаются аномалии в поведении ряда характеристик сверхпроводника, находящиеся в разумном качественном соответствии с предсказаниями теории, учитывающей влияние близости к переходу Андерсона.

Б. Высокотемпературные сверхпроводники

Уже очень скоро после открытия высокотемпературных сверхпроводников на основе оксидов меди [14, 15] стало ясно, что эффекты локализации играют в этих системах важную роль. В них имеется, как правило, внутренне присущий структурный беспорядок, а низкий уровень проводимости указывает, с самого начала, на их близость к переходу Андерсона. Разумеется, в области, где уже опубликованы многие сотни работ, так или иначе имеющие отношение к рассматриваемой проблеме, нельзя претендовать на сколько-нибудь полный обзор литературы. Достаточно полное представление о состоянии исследований ВТСП систем можно получить из известной серии трудов конференций [218]. Ниже мы, в основном, сосредоточимся на обсуждении работ, в которых разупорядочение ВТСП производилось контролируемым образом путем облучения быстрыми нейтронами, представляющими уникальные возможности введения "чистого" беспорядка в систему. Кроме того, исторически, это был, по-видимому, первый метод, который использовался именно для контролируемого введения беспорядка в высокотемпературные сверхпроводники [219, 220].

Как ясно из проведенного выше теоретического обсуждения, существует несколько причин, по которым эффекты локализации могут оказаться важными в физике ВТСП систем.

Двумерность. Все известные ВТСП оксиды (с $T_c > 30$ К) являются сильно анизотропными или даже квазидвумерными проводниками. Выше мы видели, что для таких систем естественно ожидать значительного усиления эффектов локализации, что связано с выделенной ролью размерности $d = 2$: в чисто двумерном случае локализация возникает уже при сколь угодно слабом беспорядке [4, 6, 7, 32]. Масштаб проводимости в хорошо проводящей плоскости, соответствующий переходу Андерсона, в таких системах определяется оценками типа

(2.12) или (2.86) и эта проводимость может заметно превышать известные оценки “минимальной металлической проводимости” для изотропного случая. Разумные оценки показывают, что величина этой проводимости может превышать $10^3 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$. Отсюда ясно, что большинство реальных образцов ВТСП систем, с которыми имеют дело экспериментаторы, могут быть весьма близки к переходу Андерсона и даже небольшого дополнительного разупорядочения может оказаться достаточно для их перевода в состояние андерсоновского диэлектрика [158].

“Маргинальная” ферми-жидкость. В ходе обсуждения роли эффектов взаимодействия выяснилось, что могут быть и более фундаментальные причины усиления эффектов локализации в ВТСП системах, связанные с концепцией “маргинальной” ферми-жидкости [110], которая приводит к повышенной чувствительности таких систем к разупорядочению и появлению локализованных состояний вблизи уровня Ферми при достаточно слабом беспорядке [112, 113].

Высокотемпературные сверхпроводники вообще представляются весьма перспективными с точки зрения поисков сверхпроводимости в фазе андерсоновского диэлектрика, поскольку:

Высокая температура перехода T_c сама по себе может способствовать выживанию сверхпроводящего состояния при сильном разупорядочении.

Из-за малого размера куперовских пар в ВТСП системах и больших значений энергетической щели значительно облегчается возможность удовлетворить основной критерий сосуществования локализации и сверхпроводимости (3.20).

Аномальные кинетические свойства ВТСП оксидов хорошо известны [221]. Экспериментально наблюдается два типа поведения электросопротивления хороших монокристаллов этих систем. В хорошо проводящей плоскости ab $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ и других оксидов, в кристаллах высокого качества, всегда наблюдается знаменитый линейный по температуре рост сопротивления (говоря о “хороших”, мы имеем в виду монокристаллы с сопротивлением в плоскости $\rho_{ab} < 10^3 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$). В то же время в ортогональном c -направлении ситуация довольно любопытна: большинство образцов демонстрирует поведение полупроводникового типа — $\rho_c \sim 1/T$, хотя некоторые, достаточно редкие образцы (вероятно, наиболее упорядоченные) показывают металлический ход сопротивления $\rho_c \sim T$ (при сохранении сильной анизотропии $\rho_c/\rho_{ab} \approx 10^2$) [221, 222]. Металлическое поведение в направлении оси c наблюдалось только на лучших образцах системы $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ и, насколько известно автору, ни в одном из других ВТСП оксидов. На рис. 27 из работы [223] показана температурная зависимость ρ_c в целом ряде ВТСП систем. Видно, что поведение $\rho_c(T)$ изменяется от металлического к полупроводниковому в зависимости от соотношения, определяемого простым кри-

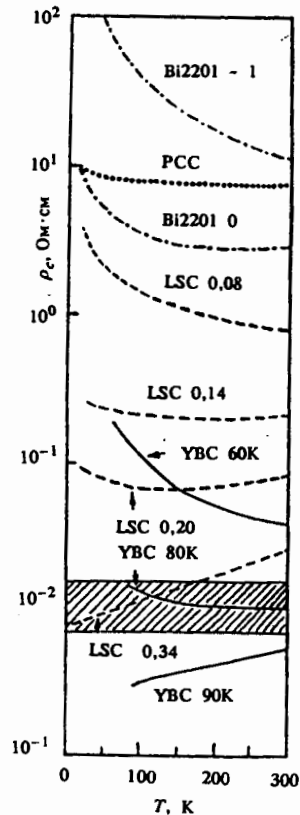


Рис. 27. Температурная зависимость ρ_c для различных ВТСП купратов. Заштрихована область проводимости, соответствующая пределу Иоффе—Регеля. Из работы [223]

терием Иоффе—Регеля для квазидвумерного случая (2.12). Довольно странным при этом является отсутствие очевидной корреляции между температурным поведением ρ_c и T_c .

Такое необычное поведение наводит на достаточно радикальный вывод о том, что большинство образцов ВТСП систем, изучавшихся экспериментально, в действительности находилось уже в фазе андерсоновского диэлектрика, обусловленной всегда присутствовавшим в них внутренним беспорядком. Разумеется, такой вывод противоречит обычным взглядам и может рассматриваться лишь в качестве альтернативной точки зрения, заслуживающей, тем не менее, серьезного обсуждения. Температурное поведение сопротивления монокристаллов можно при этом понять на качественном уровне исходя из следующих простых соображений [224, 225]. В случае когда состояния вблизи уровня Ферми локализованы, все зависит от соотношения между радиусом локализации R_{loc} и длиной его диффузии за характерное время процессов неупругого рассеяния $L_\varphi \approx \sqrt{D\tau_\varphi}$, где D — коэффициент диффузии, связанный с упругими процессами рассеяния на беспорядке, а τ_φ — время потери когерентности фаз волновых функций, определяемое процессами неупругого рассеяния. При $T > 0$ эта длина L_φ эффективно заменяет размер образца L во всех выражениях скейлинговой теории локализации, если реальный размер $L \gg L_\varphi$, поскольку на расстояниях, превышающих L_φ теряется любая информация о характере волновых функций системы (например, являются ли они локализованными или распространенными). Принимая во внимание, что при низких температурах обычно имеется степенное поведение $\tau_\varphi \sim T^{-p}$ (где p — некоторое целое число, зависящее от механизма неупругого рассеяния), видим, что в результате может возникнуть нетривиальная температурная зависимость сопротивления, в частности, возникает возможность появления отрицательного температурного коэффициента сопротивления в металлической фазе [34]. Аналогичные соображения определяют и температурную зависимость проводимости в локализованной фазе, пока выполняется неравенство $L_\varphi < R_{loc}$. Фактически электроны при этом “не знают”, что они локализованы, и проводимость при достаточно высоких температурах будет демонстрировать металлическое поведение. Чтобы эффекты локализации стали заметными, необходимо перейти к достаточно низким температурам, когда L_φ превысит R_{loc} . Если ВТСП системы представляют собой андерсоновские диэлектрики с весьма анизотропной длиной локализации $R_{loc}^{ab} \gg R_{loc}^c$ и эти длины уменьшаются с ростом беспорядка, учитывая, что и длина L_φ также анизотропна, можно выделить три возможных типа температурного поведения сопротивления [224]:

1. Низкие температуры или сильный беспорядок, когда

$$L_\varphi^{ab} \approx \sqrt{D_{ab}\tau_\varphi} \gg R_{loc}^{ab} \quad L_\varphi^c \approx \sqrt{D_c\tau_\varphi} \gg R_{loc}^c. \quad (5.1)$$

Это приводит к полупроводниковому поведению по всем направлениям кристалла.

2. Средние температуры или беспорядок, когда

$$L_\varphi^{ab} < R_{loc}^{ab} \quad L_\varphi^c > R_{loc}^c. \quad (5.2)$$

При этом должно наблюдаться металлическое поведение в плоскости ab , но вдоль оси c будет наблюдаться полупроводниковое поведение.

3. Высокие температуры или слабый беспорядок, когда

$$L_\varphi^{ab} < R_{loc}^{ab} \quad L_\varphi^c < R_{loc}^c. \quad (5.3)$$

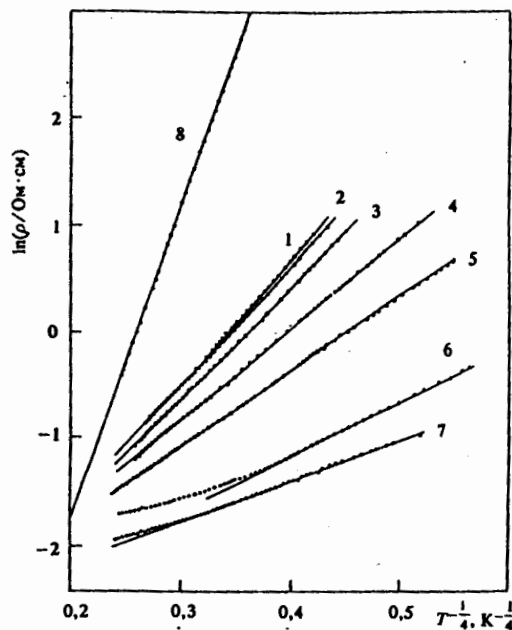


Рис. 30. Зависимость $\ln \rho_0$ от $T^{-1/4}$ для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,95}$, облученного флюенсом $\Phi = 1,2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-2}$ при $T = 80 \text{ К}$ (кривая 1) и после 20-минутного отжига при $T = 150 \text{ К}$ (2); 200 К(3); 250 К(4); 300 К(5) и двухнедельного отжига при $T = 300 \text{ К}$ (7). Аналогичные зависимости для $\text{La}_{1,83}\text{Sr}_{0,17}\text{CuO}_4$ после облучения $\Phi = 2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-2}$, отожженного в течение 2 ч при 300 К(6) и для La_2CuO_4 после облучения $\Phi = 2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-2}$, отожженного в течение 2 ч при 300 К. Из работы [158]

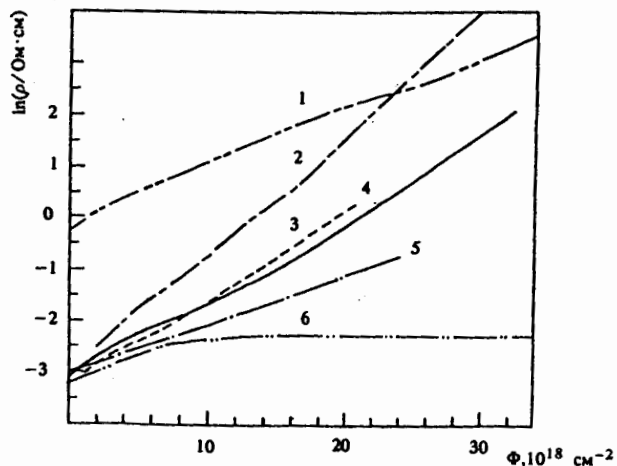


Рис. 31. Зависимость $\ln \rho_0$ от флюенса Φ в ходе облучения при $T = 80 \text{ К}$: 1 — La_2CuO_4 ; 2 — $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,95}$; 3 — ρ_{ab} в монокристалле $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,95}$; 4 — $\text{La}_{1,83}\text{Sr}_{0,17}\text{CuO}_4$; 5 — Bi-Sr-Ca-Cu-O ; 6 — SnMo_6Se_8 . Из работы [158]

Отождествляя экспоненциальные факторы в (5.4) и (5.5), можно найти зависимость длины локализации R_{loc} от флюенса (степени разупорядочения) [158].

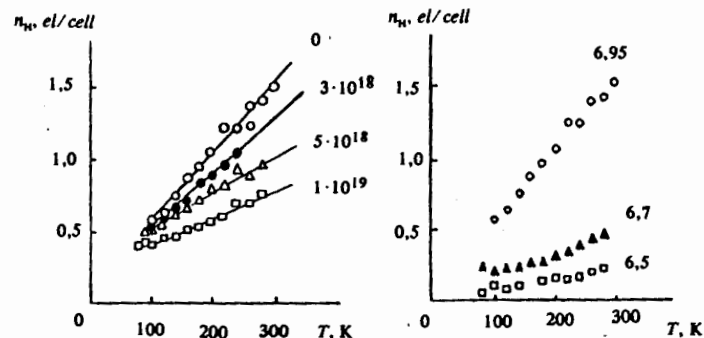


Рис. 32. Температурная зависимость холловской концентрации для облученного (слева) и лишнего части кислорода (справа) керамических образцов $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$. Из работ [232, 233]

Были выполнены также детальные нейтронно-дифракционные исследования структуры облученных образцов [158, 226, 236]. Их результаты показали, что при низкотемпературном облучении в системе $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,95}$ не происходит потери кислорода. Возникает только частичное перераспределение атомов кислорода между “правильными” и “неправильными” позициями в элементарной ячейке. Кроме того, во всех изучавшихся ВТСП соединениях наблюдался некоторый рост параметров решетки a , b , c и факторов Дебая—Уоллера для всех атомов [158, 236]. Рост факторов Дебая—Уоллера отражает возникновение незначительных атомных смещений из “правильных” позиций в элементарной ячейке, как динамической, так и статической природы, приводящих к возникновению в системе случайного потенциала, действующего на носители тока. Со структурной точки зрения, возникающий беспорядок весьма незначителен, однако его достаточно для перевода системы из металлического в диэлектрическое состояние и полного разрушения сверхпроводимости. Отсутствие потери кислорода означает, что не происходит и заметного изменения концентрации носителей, так что наблюдаемый переход металл—диэлектрик действительно связан с введением “чистого” беспорядка. Эти выводы подтверждаются и другими экспериментами [232, 237]. На рис. 32 показаны данные [232, 233] по температурной зависимости холловской концентрации керамических образцов как для облученных образцов, так и для образцов с искусственно пониженным содержанием кислорода в системе $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$. Видно, что разупорядочение ослабляет аномальную температурную зависимость эффекта Холла, причем формально определенная холловская концентрация n_H при низких температурах вообще не меняется, что резко отличается от ситуации в образцах с пониженным содержанием кислорода, где происходит существенное уменьшение n_H . Аналогичные холловские данные были получены на эпитаксиальных пленках [234] и монокристаллах [235].

Данные, аналогичные приведенным выше, были получены и в экспериментах по радиационному разупорядочению монокристаллов [231, 233] и эпитаксиальных пленок [234]. Электросопротивление монокристаллов $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ измерялось при $T = 80 \text{ К}$ непосредственно в процессе облучения быстрыми нейтронами. Результаты показаны на рис. 33. Можно видеть, что ρ_{ab} экспоненциально возрастает с флюенсом Φ (концентрацией дефектов) начиная с самых малых доз, тогда как ρ_c растет медленнее и выходит на тот же закон лишь при $\Phi > 10^{19} \text{ см}^{-2}$. В области больших флюенсов как

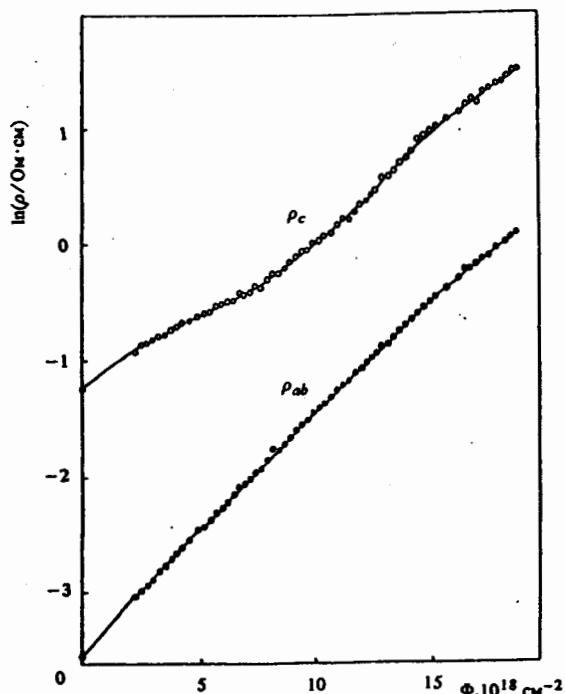


Рис. 33. Зависимость ρ_{ab} и ρ_c при $T = 80$ К от флюенса в процессе облучения быстрыми нейтронами. Из работ [231, 233]

ρ_{ab} , так и ρ_c подчиняются [238] моттовскому закону $\ln \rho_{ab,c} \sim T^{-1/4}$. Аналогичные данные работы [234] лучше обрабатывались под зависимость $\ln \rho \sim T^{-1/2}$, характерную для систем с кулоновской щелью. Анизотропия сопротивления ρ_c/ρ_{ab} при $T = 80$ К быстро уменьшается (до величин ~ 30 при $\Phi = 10^{19} \text{ см}^{-2}$), а при дальнейшем разупорядочении не меняется, оставаясь примерно равной анизотропии исходных образцов при комнатной температуре. К сожалению, во всех цитированных работах изучались монокристаллы с "полупроводниковым" типом температурной зависимости сопротивления вдоль оси c .

Поведение верхнего критического поля монокристаллов $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (найденное из обычных измерений сопротивления) для разных степеней разупорядочения показано на рис. 34 [233]. Температурная зависимость H_{c2} существенно нелинейна, особенно для образцов с низкими значениями T_c . Оцененная по данным из области больших полей производная H_{c2}^{\perp} (поле вдоль оси c) растет с беспорядком. Однако производная H_{c2}^{\parallel} (поле вдоль плоскости ab) сначала уменьшается, а затем не меняется. Анизотропия H_{c2} с ростом беспорядка уменьшается и в образцах с $T_c \sim 10$ К отношение $(H_{c2}^{\parallel})'/(H_{c2}^{\perp})'$ становится близким к единице. Согласно соотношению (3.77) это означает полную изотропизацию куперовских пар, что иллюстрируется рис. 35 [239].

В недавней работе [240] были получены уникальные данные о температурной зависимости верхнего критического поля сверхпроводника $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CuO}_y$ в широком ин-

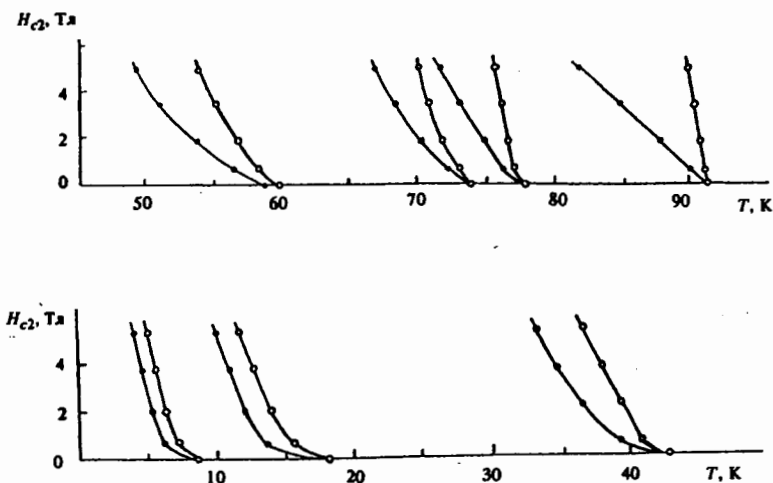


Рис. 34. Температурная зависимость H_{c2}^{\parallel} (верхние кривые) и H_{c2}^{\perp} (нижние кривые) для монокристаллов $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ при различных степенях беспорядка. Из работы [233]

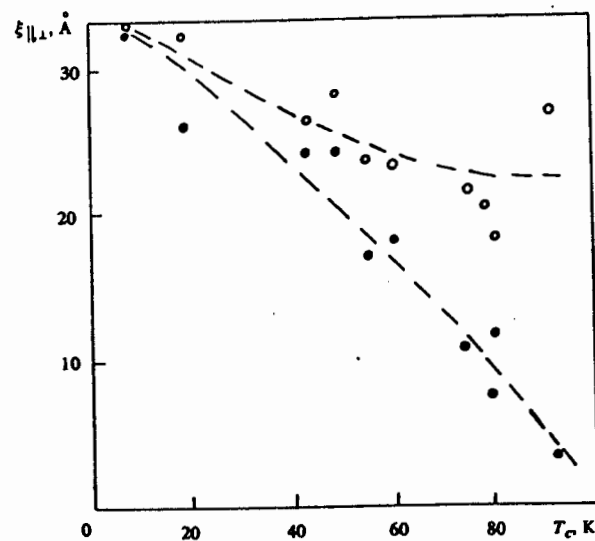


Рис. 35. Зависимость длины когерентности, определенных из измерений H_{c2} на разупорядоченных образцах, от критической температуры T_c : ξ_{\parallel} — светлые кружки; ξ_{\perp} — черные кружки. Из работы [239]

тервале температур от $T_c \approx 19$ К до $T \approx 0,005T_c$. Эта зависимость оказалась аномальной при всех температурах, с характерной положительной кривизной (вогнутостью) кривой $H_{c2}(T)$. Как было показано в работах [241, 242], такая зависимость может быть удовлетворительно объяснена влиянием эффектов локализации в двумерной (квазидвумерной) модели в пределе достаточно сильного беспорядка. Измерения в работе [240] были выполнены на эпитаксиальных пленках $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CuO}_y$, однако эти пленки,

по-видимому, были достаточно неупорядоченными, что видно из весьма большой ширины наблюдавшегося сверхпроводящего перехода (~ 7 К). К сожалению, отсутствуют данные о величине проводимости в них, которые помогли бы более определенно судить о степени их разупорядочения.

Общее обсуждение температурной зависимости верхнего критического поля в двумерном и квазидвумерном случаях было проведено выше в разд. III.Б.2. Там анализировался случай магнитного поля, ориентированного перпендикулярно высокопроводящим плоскостям, что как раз соответствует измерениям работы [240]. Мы видели [82], что аномалии верхнего критического поля, возникающие из-за частотной зависимости коэффициента диффузии, проявляются только при температурах $T \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$. Для более высоких температур характерны зависимости обычной теории "грязных" сверхпроводников. Кроме того, сверхпроводимость в системе с конечной длиной локализации возможна [82] лишь при $T_c \gg \lambda \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, что соответствует нашему основному критерию малости размера куперовских пар по сравнению с длиной локализации. Эта длина в двумерных системах экспоненциально велика, если беспорядок не очень велик ($\lambda \ll 1$). Наиболее интересный (для наших целей) предел относительно сильного беспорядка соответствует случаю $T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, так что фактически мы имеем дело с достаточно узким интервалом значений λ , когда выполняются неравенства $\lambda \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \ll T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$. В этом случае верхнее критическое поле практически определяется уравнением (3.100):

$$\ln \left(\frac{\gamma}{2\pi} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T} \right) = \left(1 + 4\pi \frac{D_0}{\phi_0} \frac{\tau H_{c2}}{e^{-1/\lambda}} \right) \ln \left(\frac{\gamma}{2\pi} \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau T_c} \left(1 + 4\pi \frac{D_0}{\phi_0} \frac{\tau H_{c2}}{e^{-1/\lambda}} \right) \right) \quad (5.6)$$

($\gamma = 1,781$), из которого можно непосредственно получить зависимость $T(H_{c2})$. Соответствующее поведение верхнего критического поля для двух наборов параметров показано на рис. 36. Кривая $H_{c2}(T)$ демонстрирует положительную кривизну, а значение H_{c2} расходится при $T \rightarrow 0$. Мы видели, что эта слабая (логарифмическая) расходимость фактически обрывается при учете обратного влияния магнитного поля на диффузию, что существенно только при очень низких температурах [82]. Важно также, что для квазидвумерного случая с диэлектрической стороны перехода Андерсона, но не слишком близко к нему частотное поведение коэффициента диффузии очень близко к чисто двумерному, так что в анализе верхнего критического поля можно пользоваться приведенными выше двумерными зависимостями. Вблизи перехода (например, по величине межплоскостного интеграла переноса), как для металлической, так и для диэлектрической стороны перехода и параметров, удовлетворяющих неравенствам $\lambda \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau} \ll T_c \ll \frac{e^{-1/\lambda}}{\tau}$, температурная зависимость H_{c2} снова очень близка к чисто двумерному [82], а некоторые отклонения возникают лишь при очень низких температурах.

На рис. 36 также приведены экспериментальные данные по H_{c2} из работы [240]. Теоретическая кривая (1) соответствует параметрам, которые дают достаточно хорошее согласие с экспериментом в области низких температур. Кривая (2) соответствует параметрам, дающим удовлетворительное согласие в широком температурном интервале, кроме области самых низких температур. Циклотронная масса m принята равной массе свободного электрона. К сожалению, значение отношения $\frac{e^{-1/\lambda}}{T_c \tau}$ для кривой

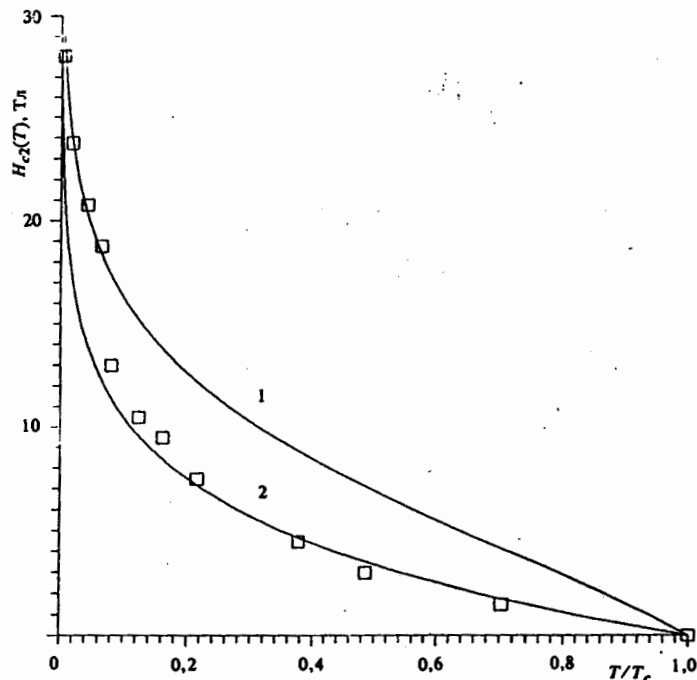


Рис. 36. Температурная зависимость верхнего критического поля: теоретическая кривая 1 приведена для случая $\frac{e^{-1/\lambda}}{T_c \tau} = 2$, $\lambda = 0,18$, а кривая 2 — для $\frac{e^{-1/\lambda}}{T_c \tau} = 20$, $\lambda = 0,032$. Квадраты обозначают экспериментальные данные для $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CuO}_y$. Из работы [241]

(2), хотя и соответствует вполне разумным значениям λ , приводит к нереалистически малым значениям $T_c \tau$, которые сомнительны для системы с относительно высокой T_c . Для кривой (1) ситуация гораздо лучше, хотя частота рассеяния электронов на масштабе T_c все еще очень велика, что соответствует сильному беспорядку. Заметим, что детальное обсуждение параметров фактически невозможно без дополнительных сведений о пленках, изучавшихся в [240]. В частности, очень полезна была бы независимая оценка λ . Кроме того, более последовательно было бы проводить сравнение с выражениями, полученными [82] для квазидвумерного случая, для чего нужна информация об анизотропии электронных свойств.

Достаточно хорошее согласие экспериментальных данных [240] с теоретическими зависимостями, полученными для двумерного (квазидвумерного) случая, по нашему мнению, иллюстрирует важность эффектов локализации в физике ВТСП систем. Однако следует заметить, что аналогичная температурная зависимость верхнего критического поля наблюдалась в работе [243] в монокристаллах передопирированного кислородом $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CuO}_{6+\delta}$, которые, по оценке авторов, были чрезвычайно "чистыми", так что объяснение на основе эффектов локализации представляется нереалистичным. Аналогичные данные недавно получены для недопирированных пленок $\text{YBa}_2(\text{Cu}_{0,97}\text{Zn}_{0,03})_3\text{O}_{7-\delta}$ с достаточно низкой критической температурой [244]. Эти пленки, по-видимому, опять можно считать достаточно разупорядоченными, что по-

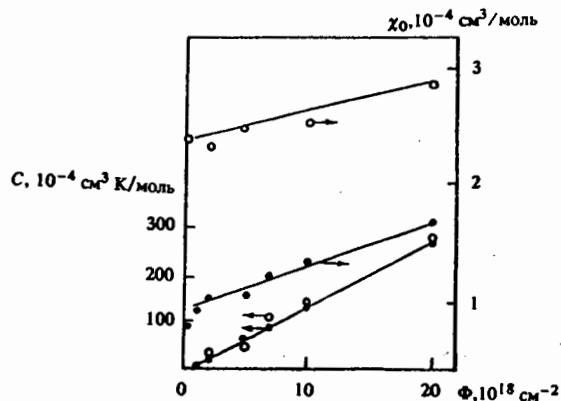


Рис. 37. Зависимость постоянной Кюри C и температурнезависимой части χ_0 магнитной восприимчивости от флюенса быстрых нейтронов Φ для $\text{La}_{1.83}\text{Sr}_{0.17}\text{CuO}_4$ (черные кружки) и $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.95}$ (светлые кружки). Из работы [158]

звolyет использовать соображения о локализации как причине необычной температурной зависимости $H_c(T)$ при всех температурах.

В экспериментах по радиационно-разупорядоченным ВТСП системам наблюдалось появление вклада локализованных магнитных моментов в магнитной восприимчивости [158, 226]. В температурном интервале от T_c до 300 К восприимчивость $\chi(T)$ хорошо описывается законом Кюри—Вейсса: $\chi(T) = \chi_0 + C/(T - \Theta)$. Значения χ_0 и постоянной Кюри C в зависимости от флюенса Φ приведены на рис. 37. Величина C пропорциональна флюенсу. Заметим, что в три раза больший наклон $C(\Phi)$ в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.95}$ по сравнению с $\text{La}_{1.83}\text{Sr}_{0.17}\text{CuO}_4$, свидетельствует о том, что вклад Кюри-типа связан с локализованными моментами, появляющимися на Cu (в элементарной ячейке иттриевого соединения в три раза больше атомов меди, чем в соединениях с лантаном).

Приведенные выше данные показывают, что электронные свойства ВТСП систем при разупорядочении заметно отличаются от случая традиционных сверхпроводников [202, 203] или даже некоторых близких по сути металлоксидов [235, 245]. Мы связываем эти аномалии с близостью андерсоновского перехода металл—диэлектрик. По-видимому, во многих случаях реальные образцы ВТСП систем содержат достаточно большой беспорядок и могут находиться в состоянии андерсоновского диэлектрика. В то же время из приведенных выше данных крайне трудно определить истинное положение перехода Андерсона на шкале беспорядка. Дополнительная информация может быть получена из экспериментов по ЯМР релаксации в неупорядоченной системе с использованием соображений, довольно давно высказанных Уорреном [246] и позднее детально обсуждавшихся теоретически в работах [247, 248]. Изучение частоты ЯМР релаксации на ядрах ^{89}Y в радиационно-разупорядоченном $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.95}$ (которая в отличие от релаксации на ядрах Cu, демонстрирует корринтовское поведение) показала [249, 250] возникновение аномалии (максимума) в так называемом факторе усиления Уоррена, которая согласно [248] может соответствовать переходу Андерсона (локализации) в интервале флюенсов $\Phi = (1 - 2) \cdot 10^{19} \text{ см}^{-2}$. К сожалению, набор образцов в этих экспериментах был недостаточен для более точного определения положения перехода, тогда как сверхпроводимость исчезает именно в этом интервале флюенсов. В этом смысле, прямое доказательство сосуществования локализации и сверхпрово-

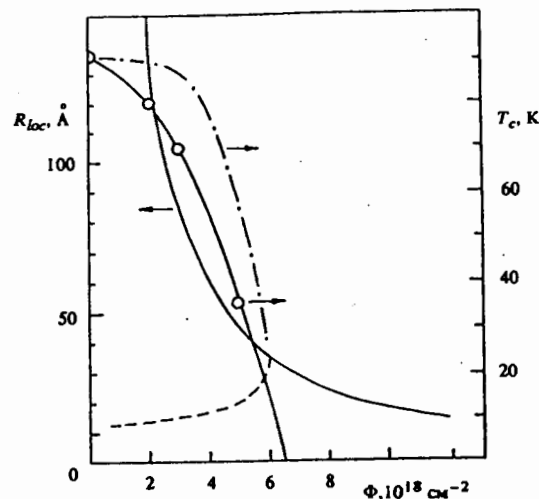


Рис. 38. Зависимость T_c от флюенса для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.95}$ (кружки). Сплошная кривая — длина локализации, рассчитанная из прыжковой проводимости. Пунктирная кривая определяет минимальную длину локализации, при которой сверхпроводимость еще может существовать при заданном значении T_c . Штрихпунктирная кривая представляет попытку теоретического описания, упомянутую в тексте. Из работы [158]

димости в разупорядоченных ВТСП оксидах отсутствует. Тем не менее, метод, использовавшийся в работах [249, 250], представляется весьма многообещающим. Заметим, что данные по сдвигу Найта, полученные в [249, 250], указывают на возникновение при разупорядочении кулоновской псевдощели на уровне Ферми изучаемой системы. Независимо аналогичный вывод был сделан на основании экспериментов по туннелированию с использованием ряда металлоксидов, разупорядоченных легированием [251].

Используя экспериментальные данные по электросопротивлению разупорядоченных образцов $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.95}$ и соотношений (5.4) и (5.5) (предполагая совпадение экспоненциальных факторов в них), можно рассчитать изменение длины локализации R_{loc} в зависимости от флюенса [158, 227—230]. Эта зависимость показана на рис. 38 вместе с зависимостью T_c от флюенса. Ясно видно, что сверхпроводимость разрушается, когда длина локализации R_{loc} становится меньше $\sim 30 \text{ \AA}$, т.е. становится порядка или меньше типичного размера куперовской пары в рассматриваемой системе (ср. рис. 35) в полном соответствии с основным нашим критерием (3.20). Можно оценить минимальное значение R_{loc} , при котором сверхпроводимость может еще существовать в системе локализованных электронов [158]. Мы используем для этого (3.20) и значение $N(E_F) \approx 5 \cdot 10^{33} (\text{эрг} \cdot \text{см}^3)^{-1}$ из модели свободных электронов (для концентрации носителей $\sim 6 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$) вместе с оценкой $\Delta \sim 5T_c$. Получаем результат, приведенный на рис. 38. Видим, что критерий (3.20) перестает выполняться при флюенсах $\Phi = (5 - 7) \cdot 10^{18} \text{ см}^{-2}$ в хорошем согласии с экспериментом.

В отсутствие общепринятой модели спаривания в ВТСП оксидах довольно трудно обсуждать причины подавления T_c при разупорядочении. Некоторая попытка дать интерпретацию эксперимента на основе идей о возрастающей роли кулоновских эффектов [22] в локализованной фазе была предпринята в работе [158] с использованием

зависимости R_{loc} от флюенса, следующей из эмпирического соотношения (5.5). Результаты показаны на рис. 38, причем особенно ясно видно соответствие с основным критерием (3.20). Следует отметить связь этих соображений с формированием локализованных магнитных моментов при разупорядочении, которые должны приводить к обычному механизму разрушения пар по Абрикосову—Горькову из-за процессов рассеяния с переворотом спина. Согласно Мотту [127] (ср. также [7, 128]) появление локализованных магнитных моментов может быть связано с образованием локализованных состояний (появление однократно занятых состояний под уровнем Ферми, обсуждавшееся выше в разделе о роли электронных корреляций). В этом случае можно оценить эффективный магнитный момент (в боровских магнетонах) в расчете на элементарную ячейку как [158]

$$\mu R_{loc}^{-3} \Omega_0 = p_{theor}^2, \quad (5.7)$$

где Ω_0 — объем элементарной ячейки. Для больших степеней разупорядочения ($\Phi = 2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-2}$) и $R_{loc} \approx 8 \text{ \AA}$ с $\mu \approx 1$ получим $p_{theor}^2 = 0,66$ для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,95}$ в полном согласии с экспериментом. Однако для меньших флюенсов величина p_{theor} существенно меньше экспериментальных значений. Заметим, впрочем, что оценки, основанные на (5.7), справедливы лишь для достаточно малых значений R_{loc} , т.е. для уровня Ферми, находящегося достаточно глубоко в области локализации. С другой стороны, точность определения постоянной Кюри в области малых флюенсов существенно ниже, чем в сильно разупорядоченных образцах.

Разумеется, существует множество работ, посвященных эффектам локализации в ВТСП системах, в которых беспорядок вызывается различными видами химического легирования. Из них мы, довольно произвольно, упомянем работы [252—256], в которых получены результаты сходные, хотя и не всегда полностью совпадающие, с обсуждавшимися выше. Достаточно исчерпывающий обзор таких работ можно найти в [257].

Особенно интересны недавние работы с использованием метода фотоэмиссии с угловым разрешением на монокристаллах $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+y}$, легированных кобальтом [258]. Легирование $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+y}$ кобальтом приводит к уменьшению T_c и росту остаточного сопротивления. Переход от металлической температурной зависимости сопротивления к полупроводниковой сопровождается исчезновением состояний свободных носителей зонного типа в экспериментах по фотоэмиссии. Авторы считают, что единственной последовательной интерпретацией их данных является идея об андерсоновской локализации носителей в случайном потенциале, создаваемом атомами Со, а подавление T_c не связано с эффектами рассеяния на локализованном моменте Со, а с эффектами локализации. Аналогичные данные получены и на некоторых редких (по-видимому, сильно разупорядоченных) образцах $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+y}$ без примесей [259]. Очевидно, что было бы очень интересно провести аналогичные эксперименты на радиационно-разупорядоченных образцах ВТСП.

В заключение подчеркнем, что, по нашему мнению, все данные по сильно разупорядоченным образцам ВТСП более или менее исключают возможность d -спаривания в этих системах. Как мы видели выше, d -спаривание весьма чувствительно к разупорядочению и полностью подавляется на масштабе беспорядка, который в энергетических единицах соответствует $1/\tau - T_{c0}$, что, по крайней мере, на порядок меньше беспорядка, необходимого для реализации перехода металл—диэлектрик, который, как мы знаем, определяется $1/\tau - E_F$. Это, по-видимому, исключает возможность наблюдения эффектов локализации в сверхпроводниках с d -спариванием, тогда как они несомненно наблюдаются в ВТСП системах. Разумеется, этот качественный вывод

заслуживает дальнейшего исследования в рамках конкретных микроскопических моделей спаривания в высокотемпературных сверхпроводниках.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение обзора постараемся сформулировать основные нерешенные проблемы. С теоретической точки зрения, возможно, главным остается вопрос о микроскопическом механизме спаривания в сильно неупорядоченных системах. Естественно пытаться решать этот вопрос в рамках общей теории взаимодействующих электронов вблизи перехода металл—диэлектрик, которая еще далека от своего завершения. В рамках этого подхода мы можем отметить ряд попыток проанализировать и сверхпроводящий переход [24, 260—263]. В работе [260] анализировался только двумерный случай, тогда как в работах [24, 261—263] рассматривались и трехмерные системы. Было продемонстрировано довольно большое разнообразие возможных типов поведения сверхпроводимости при разупорядочении, от индуцированного беспорядком триплетного спаривания [262] до полного разрушения сверхпроводимости вблизи [260, 261] или даже задолго до перехода металл—диэлектрик [263]. Наша точка зрения состоит в том, что в настоящее время еще рано делать какие-либо общие выводы из результатов цитированных работ. В частности, представляется, что нынешнее состояние этих исследований не позволяет доказать или опровергнуть саму возможность реализации сверхпроводящего состояния в андерсоновском диэлектрике. Конечно, проблема еще более усложняется, когда речь идет о высокотемпературных сверхпроводниках, где мы до сих пор не до конца понимаем саму природу (механизм) спаривания.

Что касается использованного нами полуфеноменологического подхода к теории сверхпроводящего состояния вблизи перехода Андерсона, то здесь нужно подчеркнуть необходимость дальнейших исследований области сильных статистических флуктуаций с целью более детального изучения их влияния на различные физические свойства, такие, например, как верхнее критическое поле, плотность состояний, ЯМР релаксация и т.д. Очевидно, что все эти свойства могут довольно существенно измениться по сравнению с результатами подхода, основанного на статистической теории среднего поля.

Несмотря на то что мы почти везде ограничивались обсуждением сверхпроводимости в трехмерных или квазидвумерных системах, нужно упомянуть чрезвычайно интересную область, связанную с проблемой универсальной проводимости при переходе сверхпроводник—изолятор при $T = 0$ в двумерном случае, которая вызывает повышенный интерес в самое последнее время [19, 264—266]. Имеется аргументация, согласно которой переход от диэлектрической к сверхпроводящей фазе в двумерной неупорядоченной системе устроен таким образом, что система ведет себя как нормальный металл непосредственно в точке перехода, т.е. ее проводимость имеет конечное ненулевое значение, равное универсальной величине порядка $(2e)^2/h$ (где $2e$ — заряд куперовской пары). Имеются сильные экспериментальные указания [19, 204, 267—270], что в целом ряде систем (тонкие металлические пленки, тонкие пленки ВТСП) сверхпроводимость возникает, когда их сопротивление на квадрат становится меньшим значения $h/4e^2 \approx 6,45 \text{ кОм}$. Теоретическое рассмотрение здесь обычно основывается на картине локализации бозонов (куперовских пар), которая, в отличие от случая локализации фермионов, в двумерии приводит к картине перехода сверхпроводник—изолятор (с ростом беспорядка), характеризуемой упомянутым универсальным значением проводимости в точке перехода. Здесь возникает проблема описания постепенного перехода к такой картине в квазидвумерном случае, когда вероятность перехода (интеграл переноса) между плоскостями стремится к нулю.

Таким образом, количество теоретических проблем, подлежащих решению в обсуждавшейся нами области, все еще остается большим. Что же касается эксперимента,

остается еще много сделать, прежде чем удастся достаточно однозначно решить вопрос о реальности столь необычной возможности, как сверхпроводимость в состоянии андерсоновского диэлектрика.

Автор благодарен всем, с кем он вел исследования по проблеме локализации и сверхпроводимости, в особенности Л.Н. Булаевскому, с которым эти работы были начаты, а также Э.З. Кучинскому, сотрудничеству с которым являлось определяющим в последние годы. Весьма полезным были многочисленные обсуждения экспериментальной ситуации с Б.Н. Гощицким и А.В. Мирмельштейном.

Данная работа частично поддерживалась в рамках Государственной программы исследований в области ВТСП по проекту № 93—001, а также грантами Российского фонда фундаментальных исследований № 93—02—2066 и Международного научного фонда Сороса № RGL000 и № RGL300.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Anderson P.W. —Phys. Rev., 109, 1492 (1958).
2. Mott N.F. Metal—Insulator Transitions. Taylor and Francis, London 1974 (см. перевод: Мотт Н.Ф. Переходы металл—изолятор: —М.:Наука, 1979).
3. Mott N.F., Davis E.A. Electron Processes in Non-Crystalline Materials. Clarendon Press, Oxford, 1979, (см. перевод: Мотт Н., Дэвис Э. Электронные процессы в некристаллических веществах. —М.: Мир, 1982).
4. Садовский М.В. —УФН, 133, 223 (1981).
5. Anderson Localization /Ed. by Y. Nagaoka and H. Fykyama. Springer Verlag, Berlin—NY, 1982.
6. Lee P.A., Ramakrishnan T.V. —Rev. Mod. Phys., 57, 287 (1985).
7. Sadovskii M.V. Soviet Scientific Reviews—Phys. Rev. /Ed. by I.M. Khalatnikov. Vol. 7, p. 1, Harwood Academic Publ., NY, 1986.
8. Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer J.R.—Phys. Rev., 106, 162 (1957).
9. De Gennes P.G. Superconductivity of Metals and Alloys. W.A. Benjamin. NY, 1966 (см. перевод: Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. —М.: 1968).
10. Абрикосов А.А., Горьков Л.П. —ЖЭТФ, 35, 1158 (1958).
11. Абрикосов А.А., Горьков Л.П. —ЖЭТФ, 36, 319 (1959).
12. Горьков Л.П. —ЖЭТФ, 37, 1407 (1959).
13. Anderson P.W. —J. Phys. Chem. Solids, 11, 26 (1959).
14. Bednorz J.G., Muller K.A. —Zs. Phys., 64, 189 (1986).
15. Bednorz J.G., Muller K.A. —Rev. Mod. Phys., 60, 585 (1988).
16. Sadovskii M.V. —In: Frontiers in Condensed Matter Theory /Ed. by M. Lax, L.P. Gorkov, Birman J.L. —Ann. NY Acad. Sci. Vol. 581, AIP Conference Proceedings, 1990, v. 213, p. 207.
17. Ramakrishnan T.V. —Physica Scripta, T27, 24 (1989).
18. Белевцев Б.И. —УФН, 160, 65 (1970).
19. Liu Y., Goldman A.M. —Mod. Phys. Lett., 7, 17 (1994).
20. Anderson P.W., Muttalib K.A., Ramakrishnan T.V. —Phys. Rev., B28, 117 (1983).
21. Булаевский Л.Н., Садовский М.В. —Письма ЖЭТФ, 39, 524 (1984).
22. Булаевский Л.Н., Садовский М.В. —J. Low-Temp. Phys., 59, 89 (1985).
23. Sadovskii M.V. —In: Studies of High Temperature Superconductors /Ed. by A.V. Narlikar, v. 11, p. 131, Nova Science Publishers Ins. NY, 1993; Preprint cond-mat/9308018.
24. Belitz D., Kirkpatrick T.R. —Rev. Mod. Phys., 66, 261 (1994).
25. Kapitulnik A., Kotliar G. —Phys. Rev. Lett., 54, 473 (1985).
26. Kotliar G., Kapitulnik A. —Phys. Rev., B33, 3146 (1986).
27. Ma M., Lee P.A. —Phys. Rev., B32, 5658 (1985).
28. Thouless D.J. —Phys. Reports, 13, 93 (1974).
29. Эфрос А.Л. —УФН, 126, 41, (1978).
30. Vollhardt D., Wolfe P. —In: Electronic Phase Transitions /Ed. by W. Hanke and Yu.V. Kopayev. North-Holland, Amsterdam, 1990.
31. Ioffe A.F., Regel A.R. —Progr. Semiconductors, 4, 237 (1960).
32. Abrahams E., Anderson P.W., Licciardello D.C., Ramakrishnan T.V. —Phys. Rev. Lett., 42, 673 (1979).
33. Wolfe P., Vollhardt D. —In Ref. 5, p. 68.
34. Imry Y. —Phys. Rev. Lett., 44, 469 (1980).
35. Shapiro B., Abrahams E. —Phys. Rev., B24, 4889 (1981).
36. Gotzw W. —Phyl. Mag., B43, 219 (1981).
37. Belitz D., Gold A., Gotze W. —Zs. Phys., B44, 273 (1981).
38. Mooij J.H. —Phys. Stat. Sol. (a), 17, 521 (1973).
39. Альтшулер Б.Л., Аронов А.Г. —ЖЭТФ, 77, 2028 (1978).
40. Altshuler B.L., Aronov A.G., Khmel'nitskii D.E., Larkin A.I. —In: Quantum Theory of Solids /Ed. by I.M. Lifshits. —Mir Publishers, Moscow 1982, p. 130.
41. Altshuler B.L., Aronov A.G. —In: Electron-Electron Interactions in Disordered Systems /Ed. by A.L. Efros and M. Polak. Elsevier Science Publishers B.V., p. 1, 1985.
42. Efros A.L., Shklovskii B.I. —J. Phys., C8, L49 (1975).
43. Efros A.L. —J. Phys., C9, 2021 (1976).
44. Шкловский Б.И., Эфрос А.Л. Электронные свойства легированных полупроводников. —М.: Наука, 1979.
45. Efros A.L., Shklovskii B.I. —In: Electron Interactions in Disordered Systems /Ed. by A.L. Efros and M. Polak. Elsevier Science Publishers B.V., 1985, p. 409.
46. Kadanoff L.P. et al. —Rev. Mod. Phys., 39, 395 (1967).
47. Wilson K.G., Kogut J. —Phys. Reports, 12, 75 (1974).
48. Пагашинский А.З., Покровский В.Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. —М.: Наука, 1982.
49. Shang-keng Ma. Modern Theory of Critical Phenomena. W.A. Benjamin. London, 1976 (см. перевод: Ш. Ма. Современная теория критических явлений. —М.: Мир, 1980).
50. Wegner F.J. —Zs. Phys., B25, 327 (1976).
51. Горьков Л.П., Ларкин А.И., Хмельницкий Д.Е. —Письма ЖЭТФ, 30, 248 (1979).
52. Gotze W. —J. Phys. C12, 219 (1979).
53. Vollhardt D., Wolfe P. —Phys. Rev., B22, 4666 (1980).
54. Vollhardt D., Wolfe P. —Phys. Rev., Lett., 48, 699 (1982).
55. Мясников А.В., Садовский М.В. —ФТТ, 24, 3569 (1982).
56. Kotov E.A., Sadovskii M.V. —Zs. Phys., B51, 17 (1983).
57. Edwards S.F. —Phil. Mag. 3, 1020 (1958).
58. Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. —М.: Физматгиз, 1962.
59. Березинский В.Л., Горьков Л.П. —ЖЭТФ, 77, 2498 (1979).
60. Abrahams E., Ramakrishnan T.V. —J. Non-Cryst. Sol., 35, 15 (1980).
61. Кацнельсон М.И., Садовский М.В. —ЖЭТФ, 87, 523 (1984).
62. Shapiro B. —Phys. Rev., B25, 4266 (1982).
63. Булаевский Л.Н., Садовский М.В. —Письма ЖЭТФ, 43, 76 (1986).
64. Oppermann R., Wegner F.J. —Zs. Phys., B34, 327 (1979).
65. Lee P.A. —Phys. Rev., B26, 5882 (1982).
66. Abrahams E., Lee P.A. —Phys. Rev., 33, 683 (1986).
67. Суслов И.М. —ЖЭТФ, 108 (1995) (в печати).
68. Ohkawa F.J. —In Ref. 5, p. 113.
69. Prigodin V.N., Firsov Yu.A. —J. Phys., C17, L979 (1984).

70. Wolfe P., Bhatt R.N. — *Phys. Rev.*, 30, 3542 (1984).
71. Qiming Li, Soukoulis C.M., Economov E.N. — *Phys. Rev.*, B40, 2825 (1989).
72. Yoshioka D., Ono Y., Fukuyama H. — *J. Phys. Soc. Jap.*, 50, 3419 (1981).
73. Ono Y., Yoshioka D., Fukuyama H. — *J. Phys. Soc. Jap.*, 50, 2465 (1981).
74. Котов Е.А. — *ФММ*, 66, 436 (1988).
75. Котов Е.А. — *ФММ*, 67, 859 (1989).
76. Кучинский Э.З., Садовский М.В. — *СФХТ*, 4, 2278 (1991).
77. Ting C.S. — *Phys. Rev.*, B 26, 678 (1982).
78. Cai W., Ting C.S. — *J. Phys.*, C18, 1827 (1985).
79. Cai W., Ting C.S. — *J. Phys.*, C18, 1843 (1985).
80. Belitz D. — *Sol. State Comm.*, 52, 989 (1984).
81. Theumann A., Pires M.A. Idiart — *J. Phys. — Cond. Matter.* 3, 3765 (1991).
82. Кучинский Э.З., Садовский М.В. — *СФХТ*, 1119 (1993) (1980).
83. Lerner I.V. — *Phys. Lett.*, A 133, 253 (1988).
84. Altshuler B.L., Aronov A.G., Lee P.A. — *Phys. Rev. Lett.*, 44, 1288 (1980).
85. Fleishman L., Anderson P.W. — *Phys. Rev.*, B21, 2366 (1980).
86. Кацнельсон М.И., Садовский М.В. — *ФТТ*, 25, 3372 (1983).
87. McMillan W.L. — *Phys. Rev.*, B24, 2739 (1985).
88. Kubo R. — *J. Phys. Soc. Jap.*, 12, 570 (1957).
89. Lee P.A. — *Phys. Rev.*, 26, 5882 (1982).
90. Финкельштейн А.М. — *Zh. Eksp. Teor. Fiz. (JETP)*, 84, 168 (1983).
91. Финкельштейн А.М. — *Zh. Eksp. Teor. Fiz. (JETP)*, 86, 367 (1984).
92. Finkelstein A.M. — *Zs. Phys.*, B56, 189 (1984).
93. Finkelstein A.M. *Soviet Scientific Reviews — Phys. Rev. /Ed. by I.M. Khalatnikov.* 14, p. 1, Harwood Academic Publishers, NY, 1990.
94. Castellani C., DiCastro C., Lee P.A. Ma. — *Phys. Rev.*, B30, 527 (1984).
95. Castellani C., Kotliar G., Lee P.A. — *Phys. Rev. Lett.*, 59, 323 (1987).
96. Kotliar G. — In: *Anderson Localization / Ed. by T. Ando and H. Fukuyama.* Springer Verlag, Berlin — NY, 1987, p. 107.
97. Kirkpatrick T.R., Belitz D. — *Phys. Rev.*, 40, 5227 (1989).
98. Belitz D., Kirkpatrick T.R. — *Nucl. Phys.*, B316, 509 (1989).
99. Kirkpatrick T.R., Belitz D. — *Phys. Rev.*, B41, 11082 (1990).
100. Belitz D., Kirkpatrick T.R. — *Physica*, A167, 259 (1990).
101. Belitz D., Kirkpatrick T.R. — *Phys. Rev.*, B44, 955 (1991).
102. Dobrosavljevic V., Kirkpatrick T.R., Kotliar G. — *Phys. Rev. Lett.*, 69, 1113 (1992).
103. Альшулер Б.Л., Аронов А.Г. — *Письма ЖЭТФ*, 37, 349 (1983).
104. Altshuler B.L., Aronov A.G. — *Sol. State Comm.*, 46, 429 (1983).
105. Betbeder O., Matibet, Nozieres P. — *Ann. Phys.*, 37, 17 (1966).
106. Мигдал А.Б. *Теория конечных ферми-систем.* — М.: Наука 1983.
107. Lee P.A. — *J. Non-Cryst. Solids*, 35, 21 (1980).
108. Кучинский Э.З., Садовский М.В., Суворов В.Г., Эрхабаев М.А. — *ЖЭТФ*, 107, № 6 (1995).
109. Altshuler B.L., Khmel'nitskii D., Larkin A.I., Lee P.A. — *Phys. Rev.*, B22, 5142 (1980).
110. Varma C.M., Littlewood P.V., Schmitt S. Rink, Abrahams E., Ruckenstein A.E. — *Phys. Rev. Lett.*, 63, 1996 (1989).
111. Kuroda Y., Varma C.M. — *Phys. Rev.*, B42, 8619 (1990).
112. Kotliar G., Varma C.M. — *Physica*, A167, 288 (1990).
113. Varma C.M. — *Int. Conf. on Superconductivity — ICSC. (Bangalore, India, 1990) Eds. Joshi S.K. Joshi, C.N.R. Rao, S.V. Subramayam.* World Scientific, Singapore 1990, p. 396.
114. Горьков Л.П. — *ЖЭТФ*, 34, 735 (1958).
115. Takagi H., Kuroda Y. — *Solid State Comm.*, 41, 643 (1982).
116. Imry Y., Strongin M. — *Phys. Rev.*, B24, 6353 (1981).
117. Muhlischlegel B., Scalapino D.J., Renton R. — *Phys. Rev.*, B6, 1767 (1972).
118. Вонсовский С.В., Изюмов Ю.А., Курмаев Э.З. *Сверхпроводимость переходных металлов, их сплавов и соединений.* — М.: Наука, 1977.
119. Pippard A.B. — *Phil. Mag.*, 46, 1104 (1955).
120. Keck B., Schmid A. — *J. Low Temp. Phys.* 24, 611 (1976).
121. Fleurov V.N., Kondratenko P.S., Kozlov A.N. — *J. Phys.*, F10, 1953 (1980).
122. Belitz D. — *Phys. Rev.*, B35, 1636 (1987).
123. Belitz D. — *Phys. Rev.*, B35, 1651 (1987).
124. Belitz D. — *Phys. Rev.*, B40, 111 (1989).
125. Belitz D. — *J. Phys.*, F15, 2315 (1985).
126. Maekawa S., Ebisawa H., Fukuyama H. — *Prog. Theor. Phys., Suppl.* № 84, 154 (1985).
127. Mott N.F. — *Phil. Mag.*, 24, 935 (1971).
128. Kamimura H. — *Phil. Mag.*, 24, 935 (1980).
129. Fukuyama H. — *J. Phys. Soc. Jap.* 54, 2092 (1985).
130. Fukuyama H. — *J. Phys. Soc. Jap.* 54, 2393 (1985).
131. Ebisawa H., Fukuyama H., Maekawa S. — *J. Phys. Soc. Jap.*, 54, 4735 (1985).
132. Friedel J. — *J. Phys.*, C1, 7757 (1989).
133. Newns D.M., Pattnaik P.C., Tsuei C.C. — *Phys. Rev.*, B43, 3075 (1991).
134. Abrikosov A.A., Campuzano J.C., Gofron K. — *Physica*, C214, 73 (1993).
135. Dagotto E., Nazarenko A., Moreo A. — *Phys. Rev. Lett.*, 74, 310 (1995).
136. Bickers N., Scalapino D., White S.R. — *Phys. Rev. Lett.*, 62, 961 (1989).
137. Monthoux P., Balatsky A.V., Pines D. — *Phys. Rev.*, B46, 14803 (1992).
138. Monthoux P., Pines D. — *Phys. Rev.*, B47, 6069 (1993).
139. Monthoux P., Pines D. — *Phys. Rev.*, B49, 4261 (1994).
140. Wollman D.A. et al. — *Phys. Rev. Lett.*, 72, 2134 (1993).
141. Tsuei C.C. et al. — *Phys. Rev. Lett.*, 73, 593 (1994).
142. Горьков Л.П., Калугин П.А. — *Письма ЖЭТФ*, 41, 208 (1985).
143. Radtke R.J., Levin K., Schüttler H.-B., Norman M.R. — *Phys. Rev.*, B48, 653 (1993).
144. Fehrenbacher J., Norman M.R. — *Phys. Rev.*, B50, 3495 (1994).
145. Markowitz D., Kadanoff L.P. — *Phys. Rev.*, 131, 563 (1963).
146. Rojo A.G., Balseiro C.A. — *Preprint cond-mat/9501017* (1995).
147. Lee P.A. — *Phys. Rev. Lett.*, 71, 1887 (1993).
148. Balatsky A.V., Rosengren A., Altshuler B.L. — *Preprint LA-UR-93-3621*.
149. Nersesyan A.A., Tselik A.M., Wenger F. — *Phys. Rev. Lett.*, 72, 2628 (1994).
150. Nersesyan A.A., Tselik A.M., Wenger F. — *Preprint CTH/GU-ITP-94-2*.
151. Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д. — *ЖЭТФ*, 20, 1064 (1950).
152. Takagi H., Souda R., Kuroda Y. — *Prog. Theor. Phys.*, 68, 426 (1982).
153. Kravtsov V.E. — *Zs. Phys.*, B82, 205 (1991).
154. Oppermann R. — *Nucl. Phys.*, B280, 753 (1987).
155. Oppermann R. — *Physica*, C153, 711 (1988).
156. Oppermann R. — *Physica*, A167, 301 (1990).
157. Kravtsov V.E., Oppermann R. — *Phys. Rev.*, B43, 10865 (1991).
158. Алексакин Б.А., Воронин В.П., Верховский С.В., Гошицкий Б.Н., Давыдов С.А., Жданов Ю.И., Карькин А.Е., Кожевников В.Л., Мирмельштейн А.В., Михалев К.Н., Садовский М.В., Сериков В.В., Чешницкий С.М. — *ЖЭТФ*, 95, 678 (1989).
159. Кучинский Э.З. Садовский М.В. — *Physica*, C 185—189, 1477 (1991).
160. Werthamer N.R., Helfand E., Hohenberg P.C. — *Phys. Rev.*, 147, 295 (1966).
161. Saint-James D., Sarma G., Thomas E.J. *Type II Superconductivity.* — Pergamon Press, Oxford, 1969.
162. Coffey L., Levin K., Muttalib K.A. — *Phys. Rev.*, B32, 4383 (1985).
164. Keller J., Korenman V. — *Phys. Rev.*, B5, 4367 (1972).
165. Булаевский Л.Н., Варламов А.А., Садовский М.В. — *ФТТ*, 28, 1799 (1986).
166. Ng T.K. — *Phys. Rev.*, B 43, 10204 (1991).
167. Caroli C., De Gennes P.G., Martignol J. — *J. Phys. Rad.*, 23, 707 (1962).

168. Ларкин А.И., Овчинников Ю.Н. — ЖЭТФ, 61, 1221 (1971).
169. Булаевский Л.Н., Панюков С.В., Садовский М.В. — ЖЭТФ, 92, 380 (1987).
170. Булаевский Л.Н., Панюков С.В., Садовский М.В. — В сб.: Проблемы теоретической физики и астрофизики (К 70-летию В.Л. Гинзбурга). — М.: Наука, 1989, с. 120.
171. Хмельницкий Д.Е. — ЖЭТФ, 68, 1960 (1975).
172. Lubenskii T.C. — Phys. Rev., B11, 3573 (1975).
173. Grinstein G., Luther A. — Phys. Rev., B 13, 1329 (1976).
174. Cardy J.L. — J. Phys., C11, L321 (1978).
175. Садовский М.В. — ФТТ, 21, 743 (1979).
176. Иоффе Л.Б., Ларкин А.И. — ЖЭТФ, 81, 707 (1981).
177. Zinn-Justin J. — Phys. Reports, 70, 10 (1981).
178. Лифшиц И.М., Гредескул С.А., Пастур Л.А. — Введение в теорию неупорядоченных систем. — М.: Наука, 1982.
179. Langer J.S. — Ann. Phys., 41, 108 (1967).
180. John S., Lubensky T.C. — Phys. Rev. Lett., 55, 1014 (1985).
181. John S., Lubensky T.C. — Phys. Rev., B34, 4815 (1986).
182. Browne D.A., Levin K., Muttalib K.A. — Phys. Rev. Lett., 58, 156 (1987).
183. Char K., Kapitulin A. — Zs. Phys., 72, 253 (1988).
184. Ma M., Halperin B.I., Lee P.A. — Phys. Rev., B34, 3136 (1986).
185. Fisher D.S., Fisher M.P.A. — Phys. Rev. Lett., 61, 1847 (1988).
186. Спивак Б., Зюзин А. — Письма ЖЭТФ, 47, 221 (1988).
187. Spivak B., Zhou Fei — Phys. Rev. Lett., 74, 2800 (1995).
188. Spivak B., Kivelson S.A. — Phys. Rev., B43, 3740 (1991).
189. Laughlin R.V. — Science, 242, 525 (1988).
190. Панюков С.В., Заикин А.Д. — Письма ЖЭТФ, 59, 765 (1994).
191. Nichida N. et al. — Solid State Comm., 44, 305 (1982).
192. Furubayashi T. et al. — Solid State Comm., 55, 513 (1985).
193. Tenhover M., Johnson W.L., Tsuei C.C. — Solid State Comm., 38, 53 (1981).
194. Алексеевский Н.Е., Мятин А.В., Самосюк В.Н., Фирсов В.И. — ЖЭТФ, 85, 1092 (1983).
195. Давыдов С.А., Архипов В.Е., Воронин В.И., Гощицкий Б.Н. — ФММ, 55, 931 (1983).
196. Давыдов С.А., Архипов В.Е., Гощицкий Б.Н. — ФММ, 62, 1130 (1986).
197. Fiory A.T., Hebard A.F. — Phys. Rev. Lett., 52, 2057 (1984).
198. Batlogg B. — Physica, B126, 275 (1984).
199. Toyota N. et al. — J. Phys. Soc. Jap., 53, 924 (1984).
200. Poon S.J., Drehma A.J., Wang K.M., Clegg A.W. — Phys. Rev., B31, 3100 (1985).
201. Берман И.В. и др. — Письма ЖЭТФ, 43, 48 (1986).
202. Goshchitskii B.N., Arkhipov V.E., Chukalkin Yu.G. — Soviet Scientific Reviews — Phys. Rev./Ed. by I.M. Khalatnikov, V8, p. 519, Harwood Academic Publ NY, 1987.
203. Александров А.С., Архипов В.Е., Гощицкий Б.Н., Елесин В.Ф. Влияние облучения на физические свойства перспективных упорядоченных сверхпроводников. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
204. Hebard A.F., Paalanen M. — Phys. Rev., 30, 4063 (1984).
205. Shahar D., Ovadyahu Z. — Phys. Rev., B46, 1017 (1992).
206. Furubayashi T. et al. — Solid State Comm., 58, 587 (1986).
207. Chui T., Deutscher G., Lindenfeld P., McLean W.L. — Phys. Rev., B23, 6172 (1981).
208. Shapira Y., Deutscher G. — Phys. Rev., B27, 4463 (1983).
209. Dynes R.C., Garno J.P., Hertel G.B., Orlando T.P. — Phys. Rev. Lett., 53, 2437 (1984).
210. White A.E., Dynes R.C., Garno J.P. — Phys. Rev., B3, 3549 (1986).
211. Miller T.A. et al. — Phys. Rev. Lett., 61, 2717 (1988).
212. Lesueur J., Dumoulin L., Nedellec P. — Solid State Comm., 66, 723 (1988).
213. Zint Th., Rohde M., Micklitz H. — Phys. Rev., B41, 4831 (1990).
214. Milligan R.F., Rosenbaum T.F., Bhatt R.N., Thomas G.A. — In: Electron-Electron Internations in Disordered Systems/ Ed. by A.L. Efros and M. Pollak. Elsevier Science Publishers B.V., p. 231, 1985.
215. Теплинский В.М., Гантмахер В.Ф., Баркалов О.И. — ЖЭТФ, 101, 1698 (1992).
216. Гантмахер В.Ф., Зверев В.Н., Теплинский В.М., Баркалов О.И. — Письма ЖЭТФ, 56, 311 (1992).
217. Markiewicz R.S. — Phys. Rev., B37, 644 (1988).
218. Proc. Int. Conf. High Temperature Superconductivity — Materials and Mechanisms of Superconductivity, [M2S-HTSC (I), (II), (III), (IV)]. Physica, 153—155 (1988); Physica, C162—164 (1990); Physica, C185—189 (1991); Physica, C235—240 (1994).
219. Voronin V.I., Goshchitskii B.N., Davydov S.A., Karkin A.E., Mirmelstein A.V., Parkhomenko V.D., Kozhevnikov V.L., Cheshnitskii S.M. — In: Novel Superconductivity/ Ed. by S.A. Wolf and V.Z. Kresin. Plenum Press, N.Y. 1987, p. 875.
220. Goshchitskii B.N., Kozhevnikov V.L., Sadovskii M.V. — Int. J. Mod. Phys., B2, 1331 (1988).
221. Iye Y. — In: Physical Properties of High Temperature Superconductors/ Ed. by D.M. Ginsberg. World Scientific, Singapore 1992.
222. Forro L. et al. — Phys. Rev., B46, 6626 (1992).
223. Ito T. et al. — Nature, 350, 596 (1991).
224. Sadovskii M.V. — Proc. Int. Workshop on "Effects of Strong Disorder in HNSC" (June 25—29, 1990, Zarechny, USSR), Moscow, 1990, p. 32.
225. Kotliar G. et al. — Europhys. Lett., 15, 655 (1991).
226. Алексашин Б.А., Бергер И.Ф., Верховский С.В., Воронин В.И., Гощицкий Б.Н., Давыдов С.А., Карькин А.Е., Кожевников В.Л., Мирмельштейн А.В., Михалев К.Н., Пархоменко В.Д., Чешницкий С.М. — Письма ЖЭТФ, 47, 193 (1988); Physica, C153—155, 339 (1988); Series of Preprints "Problems of High-Temperature Superconductivity", No. 1, USSR Ac. Sci. Ural Branch, Syktyvkar 1988.
227. Davydov S.A., Goshchitskii B.N., Karkin A.E., Mirmelstein A.V., Voronin V.I., Sadovskii M.V., Kozhevnikov V.L., Verkhovskii S.V., Cheshnitskii S.M. — In: Advances in Superconductivity/Ed. by Kitazawa and Ischiuro. Springer Verlag, Tokyo 1989, p. 463.
228. Davydov S.A., Goshchitskii B.N., Karkin A.E., Mirmelstein A.V., Sadovskii M.V., Voronin V.I., Kozhevnikov V.L., Cheshnitskii S.M., Aleksashin B.A., Mikhalyov K.N., Serikov V.V., Verkhovskii S.V., Zhdanov Yu.I. — Int. J. Mod. Phys., 3, 87 (1989).
229. Goshchitskii B.N., Davydov S.A., Karkin A.E., Mirmelstein A.V., Sadovskii M.V., Voronin V.I. — In: High Temperature Superconductivity from Russia/Ed. by A.I. Larkin, N.V. Zavaritskii. World Scientific, Singapore 1989, p. 270.
230. Goshchitskii B.N., Davydov S.A., Karkin A.E., Mirmelstein A.V., Sadovskii M.V., Voronin V.I. — Physica, C162—164, 1019 (1989).
231. Goshchitskii B.N., Davydov S.A., Karkin A.E., Mirmelstein A.V., Voronin V.I., Chebotaev N.M., Samokhvalov A.A. — Physica, C162—164, 1023 (1989).
232. Goshchitskii B.N., Davydov S.A., Karkin A.E., Mirmelstein A.V. — Physica, C162—163, 997 (1989).
233. Goshchitskii B.N., Davydov S.A., Karkin A.E., Mirmelstein A.V., Sadovskii M.V., Voronin V.I., Aleksashin B.A., Verkhovskii S.V., Serikov V.V., Zhdanov Yu.I. — In: High Temperature Superconductivity/Ed. by V.L. Aksenov, N.N. Bogolubov, N.M. Plakida. — World Scientific, Singapore 1990, p. 104.
234. Valles J.M. et al. — Phys. Rev., 39, 11599 (1989).
235. Karkin A., Davydov S., Mirmelstein A., Goshchitskii B., Chebotaev N., Samokhvalov A., Sadowski W., Walker E. — Physica, C185—189, 1269 (1991).
236. Voronin V., Mirmelstein A., Karkin A., Davydov S., Berger I., Goshchitskii B. — Physica, C185—189, 877 (1991).
237. Podlesnyak A., Kozhevnikov V., Mirmelstein A., Allenspach P., Mesot J., Staub U., Furrer A. — Physica, C185—189, 817 (1991).
238. Davydov S.A., Karkin A.E., Mirmelstein A.V., Goshchitskii B.N., Sadowski W., Walker

- E. — Proc. Int. Workshop on "Effects of Strong Disorder in HTSC" (June 25—29, 1990, Zarechny, USSR), Moscow, 1990, p. 118.
239. Давыдов С.А. — Кандидатская диссертация. ИФМ УрО АН СССР, Свердловск, 1990.
240. Osofsky M.S. et al. — *Phys. Rev. Lett.*, 71, 2315 (1993).
241. Кучинский Э.З., Садовский М.В. — *Письма ЖЭТФ*, 58, 878 (1993).
242. Kuchinskii E.Z., Sadovskii M.V. — *Physica*, C 235—240, 2621 (1994).
243. Mackenzie A.P. et al. — *Phys. Rev. Lett.*, 71, 1238 (1993).
244. Walker D.J. C. et al. — Preprint (1995).
245. Davydov S.A., Goshchitskii B.N., Karkin A.E., Mirmelstein A.V., Voronin V. Parkhomenko V.D. — *Int. J. Mod. Phys.*, 4, 1531 (1990).
246. Warren W.W. — *Phys. Rev.*, B3, 3708 (1971).
247. Gotze W., Ketterlee W. — *Zs. Phys.*, B54, 49 (1983).
248. Садовский М.В. — Докторская диссертация. ФИАН СССР, М., 1985.
249. Verkhovkii S.V., Zhdanov Yu.I., Bogdanovich A.M., Aleksashin B.A., Lavrentiev V. Mikhalyev K.N., Sadovskii M.V., Serikov V.V. — *Appl. Magn. Resonance*, 3, 649 (1990).
250. Жданов Ю.И., Богданович А.М., Алексахин Б.А., Михалев К.Н., Лаврентьев В. Верховский С.В., Сериков В.В., Садовский М.В. — *ЖЭТФ*, 103, 1762 (1993).
251. Srikanth H., Rajeev K.P., Shivashankar G.V., Raychaudhuri A.K. — *Physica*, C192 (1992).
252. Ellman D. et al. — *Phys. Rev.*, B39, 9012 (1989).
253. Infante C. et al. — *Physica*, A167, 640 (1990).
254. Jayaram B., Lanchester P.C., Weller M.T. — *Phys. Rev.*, B43, 5444 (1991).
255. Mandrus D., Forro L., Kendziora C., Mihaly L. — *Phys. Rev.*, B44, 2418 (1991).
256. Cieplak M. et al. — *Phys. Rev.*, B46, 5536 (1992).
257. Agarwal S.K., Narlikar A.V. — *Prog. Crystal Growth and Charact.*, 28, 219 (1994).
258. Quittmann C. et al. — *Univ. Wisconsin Preprint* (1994); *Zs. Phys. B* (1994).
259. Jian Ma et al. — *Univ. Wisconsin Preprint* (1994).
260. Финкельштейн А.М. — *Письма ЖЭТФ*, 45, 37 (1987).
261. Ma M., Fradkin E. — *Phys. Rev. Lett.*, 56, 1416 (1986).
262. Kirkpatrick T.R., Belitz D. — *Phys. Rev. Lett.*, 66, 1533 (1991).
263. Kirkpatrick T.R., Belitz D. — *Phys. Rev. Lett.*, 68, 3232 (1992).
264. Fisher M.P.A., Grinstein G., Girvin S.M. — *Phys. Rev. Lett.*, 64, 587 (1990).
265. Min-Chul Cha et al. — *Phys. Rev.*, 44, 6883 (1991).
266. Girvin S.M. et al. — *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, No. 107, 135 (1992).
267. Hebard A.F., Paalanen M.A. — *Phys. Rev. Lett.*, 54, 2155 (1985).
268. Haviland D.B., Liu Y., Goldman A.M. — *Phys. Rev. Lett.*, 62, 2180 (1989).
269. Lee S.J., Ketterson J.B. — *Phys. Rev. Lett.*, 64, 3078 (1990).
270. Wang T. et al. — *Phys. Rev.*, B43, 8623 (1991).