

PROBLEMS
of THEORETICAL
PHYSICS
and
ASTROPHYSICS

*THE VOLUME DEVOTED
TO THE 70-TH ANNIVERSARY OF V.L. GINZBURG*

Editors:

L.V. KELDYSH, V.Ya. FAINBERG

MOSCOW
"NAUKA"
1989

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ В МЕТАЛЛАХ С СИЛЬНЫМ БЕСПОРЯДКОМ

Л.Н. Булаевский, С.В. Панюков, М.В. Садовский

Физический институт АН СССР, г. Москва, СССР

I. ВВЕДЕНИЕ

Теория БКШ, созданная в своей первоначальной форме для чистых металлов, была затем распространена Абрикосовым и Горьковым [1, 2] и Андерсоном [3] на металлы с примесями и сплавы. В работах [1–3] были установлены следующие результаты, составляющие основу обычной теории "грязных" сверхпроводников.

1) С ростом концентрации примесей (беспорядка) происходит переход от режима чистого сверхпроводника (длина свободного пробега l много больше сверхпроводящей длины когерентности ξ_0 : $l \gg \xi_0 = \hbar v_F / \pi \Delta_0$) к "грязному" сверхпроводнику (где $\xi_0 \gg l \gg k_F^{-1}$). При этом температура сверхпроводящего перехода T_c меняется незначительно, лишь в той степени, в какой изменяется дебаевская частота фононов ω_D и эффективный параметр спаривательного взаимодействия $\lambda = \lambda_{e-ph} - \mu^*$ (где λ_{e-ph} — безразмерный параметр электрон-фононного взаимодействия, а μ^* — кулоновский псевдопотенциал, описывающий эффективное отталкивание электронов в куперовской паре). Само изменение характера движения электронов от когерентного к диффузионному не влияет на T_c (теорема Андерсона [3]).

2) Сверхпроводящая длина когерентности ξ (при $T = 0$), определяющая характерный пространственный масштаб изменений параметра порядка, падает с уменьшением l , и $\xi \approx (\xi_0 l)^{1/2}$ в пределе $k^{-1} \ll l \ll \xi_0$.

3) С уменьшением ξ расширяется область термодинамических флуктуаций вблизи T_c . Ширина этой области определяется как $\tau_G T_c$, где характерный параметр Гинзбурга $\tau_G \approx [\pi^2 T_c N(E_F) \xi^3]^{-2}$. Для чистых сверхпроводников $\tau_G \approx (T_c / E_F)^4 \ll 1$, с уменьшением l величина τ_G растет из-за падения ξ , но в пределе $l \gg k_F^{-1}$ величина τ_G остается еще очень малой.

Теория "грязных" сверхпроводников представляет собой основу количественного описания сверхпроводящих свойств большого числа неупорядоченных сплавов. Однако с развитием теории сильно неупорядоченных систем стало ясно, что основные результаты работ [1–3] должны быть модифицированы для значений длины пробега l порядка обратного фермиевского волнового числа k_F^{-1} (порядка межатомного расстояния). В трехмерных системах рост беспорядка приводит к тому, что для длин пробега l , меньших некоторого критического значения $l_c \approx k_F^{-1}$, диффузия электронов прекращается, электронные состояния вблизи уровня Ферми становятся локализованными и система переходит в состояние андерсоновского диэлектрика [4, 5]. Такой переход металл-диэлектрик проявляется в непрерывном обращении в нуль металлической проводимости (при $T = 0$) при $l \rightarrow l_c$. Для $l \gg l_c$ проводимость определяется стандартной формулой Друде и $\sigma \sim l$, тогда как при $l \rightarrow l_c$ она уменьшается согласно $\sigma \sim (l - l_c)^\nu$, где ν некоторый критический индекс. Переход от диффузии к локализации происходит при значениях проводимости σ порядка так называемой минимальной металлической проводимости $\sigma_c \approx (e^2 k_F / \pi^3 \hbar) \approx (2-5) \cdot 10^2 \text{ см}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$. Теория "грязных" сверхпроводников не учитывает эффектов локализации и справедлива для значений проводимости в интервале $(E_F / T_c) \sigma_c \gg \sigma \gg \sigma_c$.

К настоящему времени установлены следующие результаты для поведения сверхпроводников вблизи порога локализации (т.е. при $\sigma \lesssim \sigma_c$).

1) Предполагая независимость плотности состояний на уровне Ферми $N(E_F)$ и

$\lambda e^{-\rho h}$ от величины l , можно показать, что величина T_c уменьшается с падением l из-за соответствующего роста кулоновского псевдопотенциала. Этот эффект связан с ростом эффектов запаздывания кулоновского отталкивания в куперовской паре по мере падения коэффициента диффузии при подходе к переходу Андерсона. Деградация T_c начинается в области $\sigma \gg \sigma_c$ и становится быстрой при $\sigma < \sigma_c$ [6–8]. Белитц [9] считал уменьшение T_c из-за уменьшения эффективной плотности электронных состояний на уровне Ферми под влиянием кулоновского отталкивания в присутствии примесей (эффект Альтшулера–Аронова). Усиление спиновых флуктуаций с ростом беспорядка и появление локализованных магнитных моментов вблизи порога локализации из-за отталкивания электронов [10] также может быть причиной падения T_c в ультрагрязных сверхпроводниках [10, 11], но пока последовательная количественная теория этого эффекта отсутствует. Отметим, что падение T_c из-за взаимного влияния беспорядка и кулоновских эффектов было впервые рассмотрено в рамках модели БКШ с учетом низших локализационных поправок в работах Маекавы и Фукуямы (см. в [4] и [13]).

2) Булаевский и Садовский [7] и Капитульник и Котляр [14] нашли величину ξ в области $\sigma \lesssim \sigma_c$, а также и в области локализации ($l < l_c$) [7]. На самом пороге подвижности, где $l = l_c \approx k_F^{-1}$ и $\sigma = 0$, длина когерентности $\xi \approx (\xi_0 k_F^{-2})^{1/3}$. В отличие от стандартной теории "грязных" сверхпроводников [1, 2], в которой ξ^2 пропорциональна σ , при $l \rightarrow l_c$ имеем $\sigma \rightarrow 0$, тогда как ξ^2 остается отличной от нуля как на пороге подвижности ($l = l_c$), так и в области локализации ($l < l_c$), т.е. в андерсоновском диэлектрике. Этот же результат был получен несколько иным методом в недавней работе Ма и Ли [15]. Очевидно, что эти результаты имеют смысл лишь в том случае, когда T_c не обращается в нуль вплоть до перехода Андерсона, что возможно лишь при выполнении достаточно жестких условий из-за эффектов, отмеченных в п. 1.

3) Капитульник и Котляр [14] заметили, что вблизи порога подвижности, где $\xi = (\xi_0 k_F^{-2})^{1/3}$, параметр Гинзбурга τ_G не содержит малого буквенного параметра типа T_c/E_F (не исключено, конечно, что величина τ_G остается малой из-за численного фактора). Поэтому сверхпроводящий переход в окрестности порога локализации в принципе мог бы стать аналогичным λ – переходу в He^4 . Фактически это привело бы к изменению критических индексов в температурной зависимости термодинамических величин вблизи T_c .

Все упомянутые выше теоретические работы, анализирующие влияние беспорядка на сверхпроводимость, выполнены в предположении о самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка. Это замечание относится как к классическим работам по грязным сверхпроводникам [1–3], так и ко всем недавним работам по сверхпроводимости вблизи и в состоянии андерсоновской локализации [6–15]. При этом предполагается, что пространственные флуктуации сверхпроводящего параметра порядка $\Delta(\mathbf{r})$ малы и использование усредненного по беспорядку параметра $\langle \Delta(\mathbf{r}) \rangle$ оправдано. Кажется естественным, что такая процедура справедлива при $\sigma \gg \sigma_c$, однако нет оснований верить в ее корректность вблизи порога локализации¹. В такой системе электронные характеристики флуктуируют сильно, и ниже, в части II, мы покажем, что эти флуктуации действительно приводят к существенным пространственным флуктуациям параметра $\Delta(\mathbf{r})$ (краткое изложение этой части дано в [17]).

В части III рассмотрены сверхпроводники с флуктуирующей в пространстве локальной температурой сверхпроводящего перехода. Мы покажем, что если амплитуда таких статистических флуктуаций превышает критическое значение, сверхпроводимость при понижении температуры появляется пространственно-неоднородным образом в виде сверхпроводящих капель.

В части IV проанализированы современные экспериментальные данные по ультрагрязным сверхпроводникам.

¹ Вопрос о величине статистических флуктуаций в грязных сверхпроводниках был поставлен впервые в работе [16].

В качестве отправной точки рассмотрим обычный гамильтониан БКШ:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{int},$$

$$\mathcal{H}_0 = \int d\mathbf{r} \psi^*(\mathbf{r}) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}), \quad (1)$$

$$\mathcal{H}_{int} = \frac{\lambda e^{-\rho h}}{N(E_F)} \int d\mathbf{r} \psi^*(\mathbf{r}) \psi^*(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}),$$

где $U(\mathbf{r})$ — случайный потенциал в неупорядоченной системе. Предположим, что: а) спаривательное взаимодействие является слабым, $\lambda e^{-\rho h} \ll 1$, и мы можем пренебречь его влиянием на переход Андерсона, б) спаривательное взаимодействие не флуктуирует в пространстве, весь беспорядок определяется только случайным потенциалом примесей $U(\mathbf{r})$.

Запишем функционал Гинзбурга—Ландау для неусредненного параметра порядка $\Delta(\mathbf{r})$. Для этого введем точные собственные значения энергии ϵ_μ и точные собственные функции $\varphi_\mu(\mathbf{r})$ электронов, соответствующие гамильтониану \mathcal{H}_0 . С их помощью получаем сверхпроводящий функционал в виде [18]:

$$F_S \{ \Delta(\mathbf{r}) \} = \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \left\{ \frac{1}{\lambda e^{-\rho h}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - K(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} \Delta(\mathbf{r}) \Delta^*(\mathbf{r}') + \frac{1}{2} \lambda N(E_F) |\Delta(\mathbf{r})|^4, \quad \lambda = 7\xi(3)/8\pi^2 T^2, \quad (2)$$

$$K(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = T \sum_{n, \mu, \nu} \frac{\varphi_\mu^*(\mathbf{r}) \varphi_\mu(\mathbf{r}') \varphi_\nu^*(\mathbf{r}) \varphi_\nu(\mathbf{r}')}{(i\epsilon_n - \epsilon_\mu)(-i\epsilon_n - \epsilon_\nu)}, \quad \epsilon_n = \pi T(2n + 1).$$

Ядро $K(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ флуктуирует из-за случайного характера величин $\varphi_\nu(\mathbf{r})$ и ϵ_ν , вызывая пространственные флуктуации сверхпроводящего параметра порядка $\Delta(\mathbf{r})$. В (2) мы пренебрегли флуктуациями параметра λ , как видно из дальнейшего анализа, они менее существенны, чем флуктуации ядра $K(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Считая флуктуации ядра $K(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и параметра $\Delta(\mathbf{r})$ малыми, мы оценим область температур, где это предположение оказывается неверным, и где описание с помощью усредненного параметра порядка неадекватно. Ниже мы увидим, что дисперсия $\Delta(\mathbf{r})$ определяется в основном длинноволновыми изменениями $\Delta(\mathbf{r})$. Поэтому можно перейти от (2) к функционалу ГЛ для параметра порядка

$$F_{ГЛ} \{ \Delta(\mathbf{r}) \} = N(E_F) \int d\mathbf{r} \left[\xi^2 |\nabla \Delta(\mathbf{r})|^2 + (\tau + t(\mathbf{r})) |\Delta(\mathbf{r})|^2 + \frac{\lambda}{2} |\Delta(\mathbf{r})|^4 \right], \quad (3a)$$

$$\xi^2 = \frac{1}{6} \int K_0(r) r^2 dr, \quad K_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \langle K(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rangle, \quad \tau = \frac{T}{T_{c_0}} - 1, \quad (3b)$$

где T_{c_0} — есть температура перехода, определяемая усредненным ядром $K_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ с учетом вклада коротковолновых флуктуаций ядра $K(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. При выводе (3) мы пренебрегли флуктуациями коэффициента ξ^2 , заменив в (2) $\int [K(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - K_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] \Delta(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'$ на $\Delta(\mathbf{r}) \int [K(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - K_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] d\mathbf{r}$. Функция $t(\mathbf{r})$ в (3a) играет роль флуктуирующей локальной критической "температуры". Она учитывает

флуктуации локальной плотности электронных состояний $N(\mathbf{r}, E)$:

$$t(\mathbf{r}) = \int_0^{\omega_D} \frac{dE}{E} \operatorname{th} \frac{E}{2T_{c_0}} \left[\frac{N(\mathbf{r}, E)}{N(E_F)} - 1 \right],$$

$$N(\mathbf{r}, E) = \sum_{\nu} |\varphi_{\nu}(\mathbf{r})|^2 \delta(E - \epsilon_{\nu}), \quad N(E_F) = \langle N(\mathbf{r}, E_F) \rangle. \quad (4)$$

Для дальнейшего анализа необходимо знать $S(\mathbf{r}, \omega)$ – корреляционную функцию величины $N(\mathbf{r}, E)$:

$$S(\mathbf{r}, \omega) = [N(E_F)]^{-2} \langle N(\mathbf{r}, E_F + \omega) N(0, E_F) \rangle - 1. \quad (5)$$

Функция $S(\mathbf{r}, \omega)$ определяет $\gamma(\mathbf{r})$ – корреляционную функцию "локальной температуры" $t(\mathbf{r})$ – с помощью соотношения

$$\gamma(\mathbf{r}) = \langle t(\mathbf{r}) t(0) \rangle = \int_0^{\omega_D} \int_0^{\omega_D} \frac{dE dE'}{EE'} \operatorname{th} \frac{E}{2T_{c_0}} \operatorname{th} \frac{E'}{2T_{c_0}} S(\mathbf{r}, E - E'). \quad (6)$$

Уравнение (3) при произвольном виде $\gamma(\mathbf{r})$ рассматривалось Ларкиным и Овчиниковым [19] в связи с изучением влияния структурных неоднородностей образцов на их сверхпроводящие свойства, и дальнейший анализ проводится аналогично. В рамках теории возмущений по флуктуациям $\Delta(\mathbf{r})$ находим из (3) перенормированную температуру T_c и дисперсию $\Delta(\mathbf{r})$:

$$\frac{T_c - T_{c_0}}{T_{c_0}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{\gamma(\mathbf{q}) d\mathbf{q}}{\xi^2 q^2}, \quad (7)$$

$$\frac{\langle \Delta^2 \rangle - \langle \Delta \rangle^2}{\langle \Delta \rangle^2} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{\gamma(\mathbf{q}) d\mathbf{q}}{(\xi^2 q^2 + 2|\tau|^2)}. \quad (8)$$

Из (7) следует, что флуктуационный сдвиг T_c положителен и вклад в него коротковолновых флуктуаций, вообще говоря, не мал. Согласно (8) флуктуации $\Delta(\mathbf{r})$ определяются в основном поведением $\gamma(\mathbf{q})$ при малых q , которое, в свою очередь, зависит от поведения функции $S(\mathbf{q}, \omega)$ (фурье-компоненты $S(\mathbf{r}, \omega)$) на малых q, ω .

Корреляционная функция $S(\mathbf{r}, \omega)$ выражается через средние значения произведения одночастичных функций Грина:

$$S(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{2\pi^2 N(E_F)} \operatorname{Re} [\langle G^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}, E + \omega) G^A(0, 0, E) \rangle - \langle G^{R,A}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, E + \omega) G^{R,A}(0, 0, E) \rangle], \quad (9)$$

$$G^{R,A}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', E) = \sum_{\nu} \frac{\varphi_{\nu}(\mathbf{r}) \varphi_{\nu}^*(\mathbf{r}')}{E - \epsilon_{\nu} \pm i\delta}.$$

Рассмотрим сначала грязные сверхпроводники с $\sigma \gg \sigma_c$, т.е. $l \gg k_F^{-1}$. Пренебрегая несингулярным при малых ω и q вкладом второго слагаемого в (9), можно найти наиболее существенный вклад в $S(\mathbf{q}, \omega)$ с помощью графика, показанного на рис. 1, где волнистые линии обозначают диффузон или куперон. Прямой расчет дает для трехмерного пространства

$$S(\mathbf{q}, \omega) \sim N^{-2}(E_F) \operatorname{Re} \int dQ \frac{1}{(-i\omega + D_0 Q^2)[-i\omega + D_0(Q + q)^2]} \approx \frac{1}{N^2(E_F) D_0^3/2} \operatorname{Re} \frac{1}{(-i\omega + D_0 q^2)^{1/2}}, \quad (10)$$

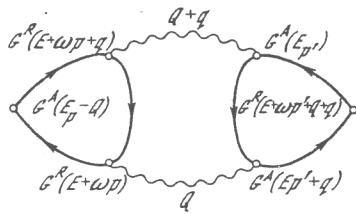


Рис. 1

где $D_0 = v_F l/3$ есть классический коэффициент диффузии. В трехмерном пространстве сингулярный при малых ω и q вклад дают только два диффузона (и куперона), т.е. графики, показанные на рис. 1. Графики с большим числом диффузонов (или куперонов) дают лишь регулярные вклады.

Впервые результаты (10) для коррелятора $S(q, \omega)$ были получены для модели с большим числом орбиталей на узле Опперманом и Вегнером [20]. Данный вывод для модели рассеяния электрона на точечных примесях был предложен в [17].

Используя (6) и (10), получаем $\gamma(q=0) \approx \xi N^{-2} (E_F) D_0^{-2}$, где $\xi \approx (\xi_0 l)^{1/2}$. Из (8) получаем окончательно

$$\frac{\langle \Delta^2 \rangle}{\langle \Delta \rangle^2} - 1 \approx \frac{\gamma(q=0)}{8\pi \xi^3 \sqrt{2|\tau|}} \approx \left(\frac{\tau_D}{|\tau|} \right)^{1/2}, \quad \tau_D = \gamma^2(0) \xi^{-6}, \quad (11a)$$

$$\tau_D^{1/2} \approx (\pi^2 T_c N (E_F) \xi^3)^{-2} \approx \tau_G, \quad l \ll \xi_0. \quad (11b)$$

Параметр τ_D , введенный нами, определяет область, где существенны статистические (пространственные) флуктуации параметра порядка². Из (11б) видно, что в грязных сверхпроводниках $\tau_D \ll \tau_G \ll 1$, т.е. статистические флуктуации несущественны даже в области, где достаточно заметны термодинамические флуктуации.

Ситуация совершенно меняется в окрестности порога подвижности. Здесь скейлинговая зависимость коррелятора $S(q, \omega)$ найдена Вегнером (см. в [4]):

$$S(q, \omega) = L_\omega^3 F(qL_\omega), \quad L_\omega = [\omega N(E_F)]^{-1/3}, \quad (12)$$

где $F(x)$ есть некоторая неизвестная функция. Такая же скейлинговая зависимость $S(q, \omega)$ может быть получена из (10) простой заменой D_0 на эффективный коэффициент диффузии со скейлинговой зависимостью

$$D(q, \omega) = L_\omega^{-3} f(qL_\omega), \quad (13)$$

причем $f(x) \rightarrow 1$ при $x \rightarrow 0$ и $f(x) \rightarrow x$ при $x \rightarrow \infty$. Конечный результат для дисперсии $\Delta(r)$ получается после интегрирования $S(q, \omega)$ по q и ω согласно соотношениям (6), (8). Анализ показывает, что основной вклад дает область интегрирования по q и ω , где $qL_\omega < 1$. В пределе $qL_\omega \rightarrow 0$ имеем $f(x) \approx 1$ и $F(x) = (1+x^4)^{-1/4}$. Другими словами, в (10) D_0 можно заменить на эффективный коэффициент диффузии, даваемый самосогласованной теорией локализации, $D_0 \rightarrow D_0 (\omega/v)^{1/3}$, где $v = l/v_F$ есть частота соударений (см. статью Фольхарда-Вольфле в [4]). Поэтому для $\gamma(q)$ и дисперсии $\Delta(r)$ с учетом $\xi \approx (\xi_0 k_F^{-2})^{1/3}$ получаем

² Параметр $\tau_G^{-1/2} \approx T_c N(E_F) \xi^3 = \langle N \rangle$, где N есть число уровней в системе на энергетическом интервале T_c в объеме ξ^3 . Условие узости флуктуационной области есть $\langle N \rangle \gg 1$. Параметр $\tau_D^{1/2} \approx \langle (N - \langle N \rangle)^2 / \langle N \rangle \rangle^{1/2}$, и он определяет флуктуации относительного числа уровней N .

$$\gamma(q) \approx \frac{\nu^{1/2}}{N^2(E_F)D_0^{3/2}T_c} \int_0^{T_c} \frac{d\omega}{\omega^{1/2}} [\omega^2 + D_0\nu^{-2/3}\omega^{2/3}q^4]^{-1/4} \sim \xi^3 \ln \frac{1}{\xi q}, \quad (14a)$$

$$\frac{\langle \Delta^2 \rangle}{\langle \Delta \rangle^2} - 1 \approx \int_0^{\xi^{-1}} \frac{\xi^3 q^2 dq}{(\xi^2 q^2 + 2|\tau|)^2} \ln \frac{1}{q\xi} \sim \frac{1}{\sqrt{|\tau|}} \ln \frac{1}{|\tau|}. \quad (14b)$$

Согласно (14b), вблизи порога подвижности статистические флуктуации оказываются крайне существенными, здесь они сильнее, чем термодинамические флуктуации из-за логарифмического фактора в $\gamma(q)$. Таким образом, вблизи порога локализации $\tau_D \gg \tau_G \approx 1$.

Переход от режима слабых статистических флуктуаций ($\tau_D \ll \tau_G$) к режиму сильных флуктуаций ($\tau_D \gg \tau_G \approx 1$) происходит при значениях проводимости $\sigma \approx \sigma^* \approx \approx \sigma_c (k_F \xi_0)^{-1/3}$, физический смысл которой обсуждался в [7]. При этой проводимости происходит переход от обычной теории грязных сверхпроводников к зависимостям, характерным для окрестности порога локализации.

Ниже порога локализации область сильных флуктуаций $\Delta(r)$ расширяется еще больше. Это связано с появлением в корреляторе локальной плотности состояний дополнительной $\delta(\omega)$ — особенности, обсуждавшейся в работе Горькова и Березинского [21] в связи с общим критерием локализации:

$$S(r, \omega) = \langle \sum_{\nu} |\varphi_{\nu}(r)|^2 |\varphi_{\nu}(0)|^2 \delta(E_F - \epsilon_{\nu}) \rangle \delta(\omega) + \dots \quad (15)$$

Соответственно получаем в $\gamma(q)$ дополнительное слагаемое $- [N(E_F)T_c(1 + R_l^2 q^2)]^{-1}$, где R_l — радиус локализации электронных состояний на уровне Ферми. В дисперсии $\Delta(r)$, согласно (8), при $R_l > \xi(T)$ появляется дополнительный к (14b) член

$$\frac{\langle \Delta^2 \rangle}{\langle \Delta \rangle^2} - 1 \approx \frac{1}{N(E_F)T_c} \int_0^{R_l^{-1}} \frac{q^2 dq}{(\xi^2 q^2 + 2|\tau|)^2 (1 + R_l^2 q^2)} \approx \frac{1}{N(E_F)T_c R_l^3 \tau^2}, \quad (16)$$

который быстро растет с падением радиуса локализации R_l (на пороге локализации $R_l = \infty$). В [7] показано, что если на пороге локализации значение T_c остается отличным от нуля, то при дальнейшем росте беспорядка и падении R_l куперовское спаривание выживает только до значений $R_l \gg [N(E_F)T_c]^{-1/3}$. Это неравенство означает, что на энергетическом интервале T_c располагается много дискретных уровней, центры которых находятся внутри области с радиусом R_l (см. также [12]). Кроме того, оно гарантирует, что радиус локализации существенно превышает характерный размер куперовских пар. Теперь видно, что при этом же условии относительная дисперсия $\Delta(r)$ остается на уровне порядка единицы во всем температурном интервале существования сверхпроводимости в диэлектрической фазе.

Выше мы учитывали лишь флуктуации локальной плотности состояний $N(r, E_F)$. Несомненно, флуктуации спаривательного взаимодействия и эффективного кулоновского отталкивания электронов также вносят вклад в статистические флуктуации сверхпроводящего параметра порядка, однако пока соответствующие оценки отсутствуют.

III. СВЕРХПРОВОДЯЩИЙ ПЕРИОД В СИСТЕМАХ С СИЛЬНЫМ БЕСПОРЯДКОМ

1. Постановка задачи

Мы рассмотрим теперь сверхпроводимость в системах с сильными пространственными статистическими флуктуациями локальной "температуры" перехода $T_c(r)$. Мы покажем, что в зависимости от степени беспорядка, т.е. отношения τ_D/τ_G , возможны два типа сверхпроводящих переходов. При $\tau_D < \tau_D^* = 2,46 \tau_G$ сверхпроводимость

появляется переходом второго рода в точке T_c . Сверхпроводящий параметр порядка при этом равен нулю при $T > T_c$ и пространственно однороден в масштабах, превышающих корреляционную длину $\xi(T)$ ниже T_c . Статистические флуктуации приводят только к изменению критических индексов в температурной зависимости основных характеристик системы $\xi(T)$, $\lambda_L(T)$ и т.п. [22, 23].

При $\tau_D > \tau_D^*$ сверхпроводящее состояние появляется неоднородным образом даже в том случае, если корреляционный радиус a флуктуаций температуры $T_c(\mathbf{r})$ из-за беспорядка мал по сравнению со сверхпроводящей корреляционной длиной ξ (беспорядок такого типа с $a \ll \xi$ мы будем называть микроскопическим)³. Впервые вывод о возможности неоднородного сверхпроводящего перехода для микроскопического беспорядка был сделан Иоффе и Ларкиным [24]. Исследуя случай экстремально сильного беспорядка (фактически $\tau_D \gg (\tau_G T)^{1/2}$), они показали, что по мере понижения температуры в нормальной фазе появляются локализованные сверхпроводящие области (капли) с характерным размером $\xi(T)$. Далеко от T_c их концентрация мала, но по мере охлаждения концентрация и размеры капель растут, и они начинают перекрываться друг с другом. Сверхпроводящий переход принимает при этом перколяционный характер.

Подход Иоффе—Ларкина, применимый в пределе очень сильного беспорядка, не учитывал термодинамические флуктуации, и он не дал критерия для перехода от однородного режима сверхпроводимости к неоднородному. Соответствующий критерий $\tau_D > \tau_D^* = 2,46\tau_G$ будет получен ниже для модели с гауссовским характером флуктуаций величины $T_c(r)$.

В части II мы нашли параметр $\gamma \equiv \gamma(0)$ для системы с примесями. Согласно полученным оценкам по мере роста беспорядка и перехода от режима $l \gg k_F^{-1}$ к режиму локализации электронов ($l \approx k_F^{-1}$) параметр τ_D/τ_G растет от очень малой величины τ_G до значений, больших единицы. Поэтому при приближении к порогу локализации можно ожидать появления неоднородного режима сверхпроводимости.

Если причиной статистических флуктуаций являются случайно расположенные области с размерами $k^{-1} \ll a \ll \xi$ и повышенным значением сверхпроводящей температуры $T_c + \delta T_c$ (из-за дислокаций, плоскостей двойникования и т.п.), то для такой модели $(\tau_D/\tau_G)^{1/2} = c(1-c)a^2 T_c N(E_F) (\delta T_c/T_c)^2$, где c — относительно полный объем областей с измененной "температурой" перехода. В этом случае τ_D может превышать критическое значение τ_D^* даже при $a \ll \xi$ из-за большой величины сверхпроводящей координатной длины ξ .

Наше рассмотрение сверхпроводников с сильным беспорядком будет основано на функционале ГЛ (3а) с гауссовским распределением температуры $t(\mathbf{r})$. Статистические флуктуации $t(\mathbf{r})$ приводят к изменению в пространстве модуля параметра порядка, но не его фазы. В дальнейшем мы будем пренебрегать также и термодинамическими флуктуациями фазы параметра порядка (обоснование дано в Приложении). В рамках этого приближения свободная энергия системы для заданного распределения $t(\mathbf{r})$ равна:

$$F\{t(\mathbf{r})\} = -T \ln Z, \quad Z = \int D\{\Delta(\mathbf{r})\} \exp[-F_{\text{ГЛ}}\{\Delta(\mathbf{r}), t(\mathbf{r})\}/T], \quad (17)$$

и $F\{t(\mathbf{r})\}$ надо усреднить, считая известным коррелятор

$$\langle t(\mathbf{r}) t(\mathbf{r}') \rangle = \gamma \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad \gamma = \tau_D^{1/2} \xi^3. \quad (18)$$

Для гауссовских флуктуаций с коррелятором (18) вероятность конфигурации с данным распределением $t(\mathbf{r})$ равна

$$\mathcal{P}\{t(\mathbf{v})\} = \exp\left[-\frac{1}{2\gamma} \int d\mathbf{r} t^2(\mathbf{r})\right]. \quad (19)$$

³ Появление локализованной сверхпроводимости в областях с повышенным значением T_c тривиально, но, если характерный размер таких областей превышает ξ .

Таким образом, задача сводится к вычислению функции $F\{t(\mathbf{r})\}$ (17) и дальнейшему ее усреднению с помощью (19). Эта программа будет реализована в дальнейшем. Качественное описание возможно с помощью простой флуктуационной теории сверхпроводящих капель, к изложению которой мы переходим.

2. Флуктуационная теория капель

В рамках флуктуационной теории свободная энергия капель с экспоненциальной точностью определяется минимальной работой F_{\min} , которую необходимо затратить для образования одной из них:

$$F_S \sim \exp(-F_{\min}/T). \quad (20)$$

Для вычисления F_{\min} найдем сначала величину свободной энергии для заданной конфигурации $t(\mathbf{r})$:

$$F_d\{t(\mathbf{r})\} = E\{t(\mathbf{r})\} - T \ln \mathcal{P}\{t(\mathbf{r})\}. \quad (21)$$

Здесь энергия капли равна $E\{t(\mathbf{r})\} = F_{\text{ГЛ}}\{\Delta(\mathbf{r})\}$, где $\Delta(\mathbf{r})$ находится из условия минимума функционала ГЛ (3а) при заданной функции $t(\mathbf{r})$. Энтропия капли определяется логарифмом вероятности (19) конфигурации $t(\mathbf{r})$. Наиболее вероятная конфигурация $t_0(\mathbf{r})$ находится из условия минимума функционала $F_d\{t(\mathbf{r})\}$ (21) по $t(\mathbf{r})$:

$$t_0(\mathbf{r}) = -\tilde{\gamma} \Delta^2(\mathbf{r}), \quad \tilde{\gamma} = \gamma N(E_F)/T_c. \quad (22)$$

Отметим, что $t_0(\mathbf{r})$ отрицательно в соответствии с тем, что капли появляются в областях с повышенным значением температуры сверхпроводящего перехода. Подстановка (22) в уравнение ГЛ, соответствующее функционалу (3а), дает нелинейное уравнение для нахождения параметра порядка $\Delta(\mathbf{r})$ в сверхпроводящей капле. В безразмерных переменных это уравнение имеет вид

$$\Delta_d(r) = \left(\frac{\tau}{\tilde{\gamma} - \lambda} \right)^{1/2} \chi \left[\frac{r}{\xi(T)} \right], \quad \xi(T) = \xi_0 \sqrt{\tau}, \quad (23)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d^2}{dx^2} (x \chi(x)) - \chi(x) + \chi^3(x) = 0, \quad \chi(x \rightarrow \infty) = 0. \quad (24)$$

Асимптотика функции $\chi(x)$ при $x \gg 1$ определяется из линеаризованной формы уравнения (24) и $\chi(x) = x^{-1} \exp(-x)$. Таким образом, сверхпроводящие зародыши локализованы на масштабе порядка радиуса корреляции $\xi(T)$. Величина F_{\min} находится подстановкой (22) и (23) в (21):

$$S_0(\tau) \equiv \frac{F_{\min}}{T} = \frac{A \xi^3 \tau^{1/2}}{[\gamma - \lambda T N^{-1}(E_F)]} = \frac{A (\tau/\tau_D)^{1/2}}{1 - (\tau_G/\tau_D)^{1/2}}. \quad (25)$$

Она определяет с экспоненциальной точностью свободную энергию капель (20). Постоянная A в (25) равна [42]:

$$A = 4\pi \int_0^\infty dx \cdot x^2 \left[\chi^2(x) + \left(\frac{d\chi}{dx} \right)^2 - \frac{1}{2} \chi^4(x) \right] = 37,8. \quad (26)$$

Отметим, что энергия $E\{t_0(x)\}$ сверхпроводящих капель отрицательна и их появление энергетически выгодно по сравнению со случаем пространственно-однородного решения $\Delta(\mathbf{r}) = 0$. Согласно (25) сверхпроводящие капли могут существовать только при нали-

чи достаточно сильных статистических флуктуаций $\tau_D > \tau_G$, более строгое ограничение будет найдено ниже.

Для определения предэкспоненциального фактора в (20) следует вернуться к решению полной задачи (17)–(19). Поскольку методы вычисления различаются в случаях сильных и слабых термодинамических флуктуаций, мы рассмотрим их раздельно.

3. Предэкспоненциальный фактор в случае слабых термодинамических флуктуаций

Пренебрегая термодинамическими флуктуациями параметра порядка, мы можем ограничиться рассмотрением перевального решения для функционала (17), т.е. положить $F\{t(\mathbf{r})\} = F_{\text{ГЛ}}\{\Delta(\mathbf{r})\}$, где $\Delta(\mathbf{r})$ находится из условия минимума функционала (3а) при заданной функции $t(\mathbf{r})$. Для применимости такого подхода необходимо, по крайней мере, выполнение неравенства $\tau_D \gg \tau_G$, достаточное условие будет получено ниже. После минимизации (3а) по $\Delta(\mathbf{r})$ мы получим уравнение для параметра порядка $\Delta(\mathbf{r})$ в сверхпроводящей капле. Температуру τ_0 появления такой капли и ее форму при малых $\tau - \tau_0 \ll \tau$ можно найти из решения линеаризованного уравнения [24]

$$[-\xi^2 \nabla^2 + t(\mathbf{r}) + \epsilon] \Delta(\mathbf{r}) = 0. \quad (27)$$

Они определяются наибольшим собственным значением $\epsilon = \tau_0$ этого уравнения и соответствующей ему собственной функцией $\Delta_0(\mathbf{r})$, которую далее мы будем считать нормированной на единицу. Амплитуду C_0 параметра порядка $\Delta(\mathbf{r}) = C_0 \Delta_0(\mathbf{r})$ найдем подстановкой функции $\Delta(\mathbf{r})$ в функционал (3а) и его минимизацией по C_0 :

$$F\{t(\mathbf{r})\} = -N(E_F)(\tau_0 - \tau)^2 / 2\lambda \int d\mathbf{r} \Delta_0^4(\mathbf{r}). \quad (28)$$

Найдем теперь наиболее вероятную конфигурацию $t_0(\mathbf{r})$, для которой при данной температуре τ_0 появляется сверхпроводящая капля. Эта конфигурация определяется из условия экстремума (19) при заданном $\tau_0 = \epsilon[t(\mathbf{r})]$. С помощью метода множителя Лагранжа получим

$$t_0(\mathbf{r})/\gamma = \mu \delta \epsilon\{t_0(\mathbf{r})\} / \delta t_0(\mathbf{r}) = -\mu \Delta_0^2(\mathbf{r}), \quad (29)$$

где второе равенство следует из стандартной теории возмущений для уравнения Шредингера (27). Подставляя (29) в (27), получаем нелинейное уравнение для $\Delta_0(\mathbf{r})$, причем μ определяется из принятого нами ранее условия нормировки $\Delta_0(\mathbf{r})$. Это уравнение имеет вид (24) и решение (23), где τ надо заменить на τ_0 и положить $\tilde{\gamma} = \mu$ и $\lambda = 0$. Свободная энергия системы находится умножением свободной энергии одной капли с данным $\epsilon = \tau_0$ (28) на их концентрацию, пропорциональную (19), и интегрированием по всем $\tau_0 > \tau$:

$$F_S/V = \int_{\tau}^{\infty} d\tau_0 N(\tau_0) F[t_0], \quad N(\tau_0) \approx \frac{\xi^3 \tau_0^{3/2}}{\gamma^2} \exp[-S_0(\tau_0)], \quad (30)$$

где V — объем системы.

Определяя экспоненту $S_0(\tau_0)$ с помощью (19), (23), (29), получаем результат (25) с $\lambda = 0$, а предэкспоненциальный фактор в плотности $N(\epsilon)$ распределения собственных значений ϵ уравнения (27) найден в [25]. Вычисляя интеграл по τ_0 в (30), находим свободную энергию системы и концентрацию капель

$$F_S/V = -T\xi^{-3}(T)(\tau_D/\tau_G)^{1/2} \exp[-S_0(\tau)], \quad (31)$$

$$\rho_S(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} d\tau_0 N(\tau_0) \approx [\xi(T)]^{-3} S_0(\tau) \exp[-S_0(\tau)]. \quad (32)$$

Отметим, что предэкспоненциальный фактор в (31) отличается от найденного в [24],

что связано с неточным выражением для энергии одной капли $F\{t\}$, использованной в [24]. Из (25) видно, что при $\lambda \ll \tilde{\gamma} S_0^{-1}(\tau)$ мы получаем для $S_0(\tau)$ результат теории слабых термодинамических флуктуаций Иоффе-Ларкина. Это означает, что их подход справедлив при выполнении неравенства $\tau_D \ll \tau \ll \tau_D^2/\tau_G$, что возможно только при $\tau_D \gg \tau_G$. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением области $\lambda \gg \tilde{\gamma} S_0^{-1}(\tau)$, т.е. $\tau \gg \tau_D^2/\tau_G$. Ниже будет показано, что именно при этом ограничении флуктуации параметра порядка относительно наиболее вероятной конфигурации (23) малы. Это позволяет воспользоваться для нахождения свободной энергии системы в области сильных термодинамических флуктуаций стандартными методами теории поля.

4. Метод реплик и инстантоны

Для выполнения усреднения логарифма статсуммы (17) по $t(\mathbf{r})$ с весом (19) воспользуемся методом реплик, который позволяет выполнить усреднение в явном виде [26].

Запишем среднюю величину свободной энергии системы (17) в виде

$$F_S = -T \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} [\langle Z^n \rangle - 1]. \quad (33)$$

Для вычисления $\langle Z^n \rangle$ в соответствии с идеей метода реплик положим сначала величину n произвольным целым числом. Расписывая Z^n через n -кратный функциональный интеграл по полю реплик $\Delta_\alpha(\mathbf{r})$, $\alpha = 1, 2, \dots, n$, и выполняя точно гауссовское усреднение по $t(\mathbf{r})$, находим

$$\langle Z^n \rangle = \int D\{\Delta_\alpha\} \exp[-S_n\{\Delta_\alpha\}], \quad (34)$$

$$S_n\{\Delta_\alpha\} = \frac{N(E_F)}{T} \int d\mathbf{r} \left[\xi^2 \sum_{\alpha=1}^n (\nabla \Delta_\alpha)^2 + \tau \sum_{\alpha=1}^n \Delta_\alpha^2(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \lambda \sum_{\alpha=1}^n \Delta_\alpha^4(\mathbf{r}) - \frac{1}{2} \tilde{\gamma} \left[\sum_{\alpha=1}^n \Delta_\alpha^2(\mathbf{r}) \right]^2 \right]. \quad (35)$$

Отметим, что в этих выражениях уже отсутствуют случайные величины $t(\mathbf{r})$ и действие $S_n\{\Delta_\alpha\}$ трансляционно-инвариантно.

Вдали от области сильных флуктуаций параметра порядка $|\tau| \gg \tau_D, \tau_G$ при вычислении функционального интеграла (34) можно использовать метод перевала. Экстремальные траектории являются классическими решениями для действия (35), и при вычислении функционального интеграла надо учесть гауссовские флуктуации около них. Экстремальные траектории определяются уравнением

$$\left[-\xi^2 \nabla^2 + \tau + \lambda \Delta_\alpha^2(\mathbf{r}) - \tilde{\gamma} \sum_{\beta=1}^n \Delta_\beta^2(\mathbf{r}) \right] \Delta_\alpha(\mathbf{r}) = 0. \quad (36)$$

Это уравнение имеет пространственно-однородное решение и локализованные (инстантонные) решения. Последние при $\tau > 0$ соответствуют сверхпроводящим каплям. В этой статье мы ограничимся рассмотрением невзаимодействующих капель и учтем только однородные и одноинстантонные решения. В дальнейшем нас будут интересовать только те из них, которые допускают аналитическое продолжение при $n \rightarrow 0$. Мы будем обозначать их через $\Delta_\alpha^{(i)}(\mathbf{r})$, где индекс i характеризует тип таких решений. Для нахождения их вкладов следует разложить действие (35) с точностью до квадратичных по отклонениям $\varphi_\alpha(\mathbf{r}) = \Delta_\alpha(\mathbf{r}) - \Delta_\alpha^{(i)}(\mathbf{r})$ членов:

$$S_n\{\Delta_\alpha\} = S_n\{\Delta_\alpha^{(i)}\} + \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \sum_{\alpha, \beta} (\varphi_\alpha \hat{M}_{\alpha\beta}^{(i)} \varphi_\beta). \quad (37)$$

Для вычисления функционального интеграла по полям $\varphi_\alpha(\mathbf{r})$ разложим их по норми-

рованными собственным функциям оператора $\hat{M}^{(i)}$:

$$\varphi_{\alpha}(\mathbf{r}) = \sum_k C_k \varphi_{k\alpha}(\mathbf{r}), \quad \sum_{\beta} \hat{M}_{\alpha\beta}^{(i)} \varphi_{k\beta} = \epsilon_k \varphi_{k\alpha}. \quad (38)$$

Подстановка (38) в (37) для величины действия дает выражение

$$S_n \{ \Delta_{\alpha} \} = S_n \{ \Delta_{\alpha}^{(i)} \} + \frac{1}{2} \sum_k \epsilon_k (C_k)^2. \quad (39)$$

Гауссов функциональный интеграл в (34) вычисляется заменой переменных интегрирования:

$$\int D \{ \varphi_{\alpha} \} \dots = \prod \int \frac{dC_k}{\sqrt{2\pi}}, \quad (40)$$

и его величина определяется спектром собственных значений ϵ_k оператора $M^{(i)}$.

При температурах ниже T_c минимум действия S_n достигается на однородном решении $\Delta_{\alpha}^{(0)}(r) = \Delta$, и при $n \rightarrow 0$ получаем $\langle \Delta \rangle = \bar{\Delta} = (|\tau|/\lambda)^{1/2}$. Учет беспорядка приводит к перенормировке температуры перехода (7), и в дальнейшем мы будем полагать такую перенормировку τ выполненной. Флуктуационный вклад в свободную энергию дают траектории, близкие к однородному решению. Для них ядро оператора $\hat{M}_{\alpha\beta}^{(0)}$ в представлении плоских волн имеет вид

$$M_{\alpha\beta}^{(0)}(q) = (2|\tau| + \xi^2 q^2) \delta_{\alpha\beta} - \tilde{\gamma} \bar{\Delta}^2. \quad (41)$$

Вычисляя детерминант матрицы $M_{\alpha\beta}^{(0)}$, получаем

$$\det [M_{\alpha\beta}^{(0)}(q)] = (2|\tau| + \xi^2 q^2)^n \left[1 - \frac{n \tilde{\gamma} \bar{\Delta}^2}{2|\tau| + \xi^2 q^2} \right]. \quad (42)$$

Флуктуационный вклад в свободную энергию системы равен

$$F_S/V = T \int \frac{dq}{(2\pi)^3} \left[\frac{1}{2} \ln (2|\tau| + \xi^2 q^2) - \frac{\tilde{\gamma} \bar{\Delta}^2}{2|\tau| + \xi^2 q^2} \right]. \quad (43)$$

Первый член в квадратных скобках соответствует вкладу термодинамических флуктуаций, а второй член описывает уменьшение свободной энергии системы под действием беспорядка. Для дисперсии параметра порядка получаем выражение (8). Вопрос о неоднородных решениях при $\tau < 0$ требует дополнительного исследования.

Выше температуры перехода (при $\tau > 0$) однородное решение (36) имеет вид $\Delta_{\alpha}^{(0)}(r) = 0$, и учет гауссовских флуктуаций около этого решения дает вклад термодинамических флуктуаций в свободную энергию системы, не зависящей от беспорядка. Рассмотрим теперь инстантонные решения. В случае $\lambda = 0$ уравнение (36) симметрично относительно поворотов в пространстве реплик и допускает решения вида [5, 26]

$$\Delta_{\alpha}^e(r) = \Delta_d(r) e_{\alpha}, \quad \Delta_d(r) = (\tau/\tilde{\gamma})^{1/2} \chi(r/\xi(T)), \quad \sum_{\alpha=1}^n e_{\alpha}^2 = 1, \quad (44)$$

где e_{α} — произвольный единичный вектор в пространстве реплик, а функция $\chi(x)$ определена ранее. Такие инстантоны соответствуют предельному случаю слабых термодинамических флуктуаций, рассмотренному выше, и величина действия на них равна $S_0(\tau)$ из (25) при $\lambda = 0$.

При $\lambda \neq 0$ эта симметрия действия (35) нарушается членом $\lambda \Delta_{\alpha}^4$ (он играет роль кубической анизотропии в пространстве реплик), и имеется n -типов инстантонных решений уравнения (36):

$$\Delta_{\alpha}^{(i)}(\mathbf{r}) = \Delta_d(r) \delta_{\alpha i}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (45)$$

Здесь функция $\Delta_d(r)$ определена в (23), а индекс i характеризует направление в пространстве реплик, вдоль которого происходит спонтанное нарушение симметрии⁴. Ряд важных соотношений между интегралами от функции χ может быть найден, если заметить, что уравнение (24) может быть получено из условия экстремума функционала $A\{\chi\}$ (26) по $\chi(x)$. Для этого заменим в нем $\chi(x)$ на $\alpha\chi(\beta x)$. Минимум функции $A(\alpha, \beta)$ по α и β должен достигаться при $\alpha = \beta = 1$, что дает

$$\int_0^\infty dx x^2 \chi^2(x) = \frac{1}{3} \int_0^\infty dx \cdot x^2 \left(\frac{d\chi}{dx} \right)^2 = \frac{1}{4} \int_0^\infty dx \cdot x^2 \chi^4(x) = \frac{A}{8\pi}. \quad (46)$$

Действие (35) на инстантонном решении (45) равно величине $S_0(\tau)$, определенной в (25). Как следует из (34), инстантонный вклад в $\langle Z^n \rangle$ пропорционален $n \exp(-S_0(\tau))$, где множитель n появился в результате суммирования вкладов всех n -типов решений (45). Подставляя это выражения в (31), для свободной энергии зародышей находим результат (20), (25) флуктуационной теории. Учет флуктуаций полей реплик в окрестности классического решения позволяет найти предэкспоненциальный фактор в (20).

5. Предэкспоненциальный фактор в случае сильных термодинамических флуктуаций

Предэкспоненциальный фактор в F_S определяется конфигурациями полей реплик (38) вблизи экстремального решения (45). Оператор $\hat{M}^{(i)}$ на решениях (45) равен

$$\hat{M}_{\alpha\beta}^{(i)} = [\hat{M}_L \delta_{\alpha i} + \hat{M}_T (1 - \delta_{\alpha i})] \delta_{\alpha\beta},$$

$$M_{L,T}^{(i)} = \frac{2N(E_F)}{T} [-\xi^2 \nabla^2 + \tau U_{L,T}(r)],$$

$$U_L(r) = 1 - 3\chi^2(r/\xi(T)),$$

$$U_T(r) = 1 - (1 - \lambda/\tilde{\gamma})^{-1} \chi^2(r/\xi(T)). \quad (47)$$

Его собственные функции имеют вид

$$\varphi_{k,\alpha}^L(r) = \varphi_k^L(r) \delta_{\alpha i}, \quad \varphi_{k,\alpha}^T(r) = \varphi_k^T(r) (1 - \delta_{\alpha i}), \quad (48)$$

где функции $\varphi_k^{L,T}(r)$ являются решением уравнений на собственные значения для операторов $\hat{M}_{L,T}$:

$$\hat{M}_{L,T} \varphi_k^{L,T} = \epsilon_k^{L,T} \varphi_k^{L,T}. \quad (49)$$

Эти уравнения имеют вид уравнений Шредингера с потенциалами $U_{L,T}(r)$, показанными схематически на рис. 2. Исследуем спектр этих уравнений. В потенциале $U_L(r)$ всегда имеется дискретный уровень с нулевым собственным значением $\epsilon_1^L = 0$. Его присутствие связано с трансляционной симметрией уравнения (36). Наряду с (45) решением уравнения (36) с той же величиной действия функция $\Delta_\alpha^{(i)}(r + r_0)$ со сдвигом центра локализации на произвольный вектор r_0 . Соответствующее отклонение

⁴ При целых $n \geq 2$ наряду с решением (45) уравнение (36) имеет решения со спонтанно нарушенной симметрией вдоль двух и более координатных осей в пространстве реплик. Однако такие решения не допускают аналитического продолжения $n \rightarrow 0$, и в дальнейшем мы их не будем рассматривать.

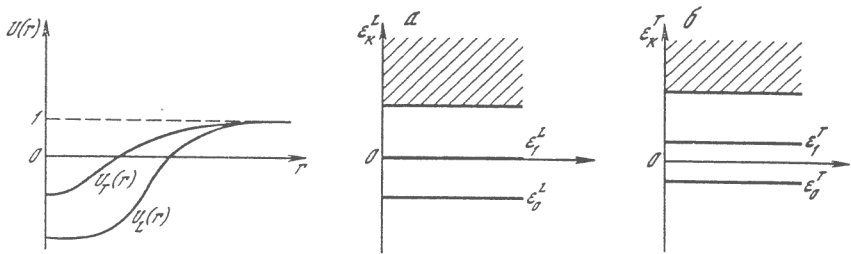


Рис. 2

$\varphi_\alpha(\mathbf{r})$ при трансляции на бесконечно малый вектор $\delta\mathbf{r}_0$ имеет вид

$$\varphi_\alpha(\mathbf{r}) = \Delta_d(\mathbf{r} + \delta\mathbf{r}_0)\delta_{\alpha i} - \Delta_d(\mathbf{r})\delta_{\alpha i} = (J_L^{1/2}\delta\mathbf{r}_0)\varphi_1^L(\mathbf{r})\delta_{\alpha i}; \quad (50)$$

$$\varphi_1^L(\mathbf{r}) = \mathcal{J}_L^{-1/2} \frac{\partial \Delta_d(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad \mathcal{J}_L \equiv \frac{1}{3} \int d\mathbf{r} \left(\frac{\partial \Delta_d}{\partial \mathbf{r}} \right)^2 = \frac{S_0(\tau)T}{2\xi^2 N(E_F)}. \quad (51)$$

Непосредственно подстановкой (51) в (48) можно убедиться, что функции $\varphi_{1,x,y,z}^L(\mathbf{r})$ являются собственными функциями оператора M_L с нулевым собственным значением. В (51) мы выразили с помощью (23) и (46) интеграл, определяющий \mathcal{J}_L через величину действия (25). Сравнение (50) с общим выражением (38) позволяет найти дифференциал коэффициента C_1^L разложения (38) $dC_1^L = \mathcal{J}_L^{1/2} d\mathbf{r}_0$. Поскольку собственное значение ϵ_1^L трехкратно вырождено, величина $\mathcal{J}_L^{3/2}$ является якобианом перехода от коэффициентов C_1^L к коллективным переменным \mathbf{r}_0 , определяющим положение сверхпроводящей капли. Интеграл по \mathbf{r}_0 дает объем системы V . Вычисляя остальные гауссовы интегралы по C_k в (39), (40), находим вклад инстантонных конфигураций (45) в величину $\langle Z^n \rangle$ (33):

$$nV(\mathcal{J}_L/2\pi)^{3/2} [\det' \hat{M}_L]^{-1/2} [\det \hat{M}_T]^{(j-n)/2} \exp[-S_0(\tau)]. \quad (52)$$

Детерминант оператора равен произведению всех его собственных значений, а штрих означает исключение из этого произведения нулевых собственных значений. Подставляя (52) в (33), находим вклад сверхпроводящих капель в свободную энергию системы:

$$F_S/V = -T \left[\frac{TS_0(\tau)}{4\pi N(E_F)} \right]^{3/2} \left[\frac{\det \hat{M}_T}{\det' \hat{M}_L} \right]^{1/2} \xi^{-3} \exp[-S_0(\tau)]. \quad (53)$$

Теперь необходимо найти остальные собственные значения операторов \hat{M}_L и \hat{M}_T (47).

Рассмотрим сначала оператор \hat{M}_L . Угловая зависимость найденной выше собственной функции (51) соответствует состоянию p -типа с орбитальным моментом $l = 1$. Минимальное собственное значение ϵ_0^L должно соответствовать невырожденному s -состоянию с $l = 0$. Таким образом, оператор \hat{M}_L должен иметь хотя бы одно отрицательное собственное значение $\epsilon_0^L < \epsilon_1^L = 0$. Более строгий анализ [27] показывает, что такое собственное значение единственно. Остальные собственные значения ϵ_k^L с $k > 1$ положительны. Описанный спектр собственных значений оператора M_L показан на рис. 3, а (заштрихован непрерывный участок спектра).

Рассмотрим теперь спектр собственных значений оператора \hat{M}_T . Величина F_S в (53) отрицательна только в случае, когда оператор \hat{M}_T имеет единственное отрицательное собственное значение. Далее мы покажем, что такая ситуация реализуется при выполнении условия $0 < \lambda < \lambda^* \equiv 2\tilde{\gamma}/3$, которое и определяет область существования сверхпроводящих капель. Спектр собственных значений оператора \hat{M}_T показан на рис. 3, б.

В случае малых $\lambda \ll \lambda^*$ это минимальное собственное значение $\epsilon_0^T < 0$ может быть найдено с помощью теории возмущений по малому параметру λ/λ^* . При $\lambda = 0$ оператор \hat{M}_T (47) имеет единственное нулевое собственное значение $\epsilon_0^T = 0$. Соответствующая ему голдстоуновская мода связана с изотропией уравнения (36) в пространстве реплик, она отвечает вращению единичного вектора e_α (44) в пространстве реплик:

$$\varphi_\alpha(r) = \Delta_d(r) \delta e_\alpha = (J_T^{1/2} \delta e_\alpha) \varphi_0^T(r), \quad (54)$$

где нормировочная константа \mathcal{J}_T и функция φ_0^T равны:

$$\varphi_0^T(r) = \mathcal{J}_T^{-1/2} \Delta_d(r), \quad \mathcal{J}_T \equiv \int dr \Delta_d^2(r) = S_0(\tau) T / 2\tau N(E_F). \quad (55)$$

Нетрудно убедиться, что функция (55) при $\lambda = 0$ действительно является решением уравнения (49) с нулевым собственным значением $\epsilon_0^T = 0$. Сравнивая (54) с выражением (38), находим соотношение

$$C_{0\alpha}^T = \mathcal{J}_T^{1/2} \delta e_\alpha. \quad (56)$$

При малых $\lambda \ll \lambda^*$ можно пренебречь изменением собственной функции (55) оператора \hat{M}_T . Его минимальное собственное значение ϵ_0^T находится умножением обеих частей уравнения (49) для ϵ_0^T и интегрированием по координате r :

$$\epsilon_0^T = -\frac{2\lambda N(E_F)}{T} \int dr \Delta_d^4(r) / \int dr \Delta_d^2(r) = -\frac{8\lambda\tau}{\gamma}, \quad (57)$$

где мы воспользовались соотношениями (23) и (46). Условие применимости подхода, основанного на инстантонных решениях (45), можно сформулировать в виде $\langle (\delta e_\alpha)^2 \rangle \ll 1$. Поскольку, как следует из (39), характерные значения $(C_0^T)^2 \sim |\epsilon_0^T|^{-1}$, это условие принимает вид $\lambda \gg \tilde{\gamma} S_0^{-1}(\tau)$. Противоположный случай малых λ был рассмотрен выше в рамках подхода Иоффе-Ларкина. При $\tilde{\gamma} S_0^{-1}(\tau) \ll \lambda \ll \lambda^* = 2\tilde{\gamma}/3$ при вычислении всех собственных значений оператора \hat{M}_T , кроме ϵ_0^T , можно положить $\lambda = 0$, а величина ϵ_0^T найдена в (57). Нетрудно видеть, что в этом случае все собственные значения операторов \hat{M}_T и \hat{M}_L , кроме ϵ_0^T и ϵ_1^T , пропорциональны $\tau N(E_F)/T$ и не зависят от γ и λ . Поэтому размерная оценка отношения их детерминантов дает

$$\frac{\det' \hat{M}_T}{|\det M_L|} \approx \left[\frac{N(E_F)\tau}{T} \right]^2. \quad (58)$$

Подставляя (57) и (58) в (53), находим

$$F_S/V = T \xi^{-3} (T) \frac{\tau_G^{1/4} \tau^{3/4}}{\tau_D} \exp[-S_0(\tau)]. \quad (59)$$

Заметим, что при $\lambda \approx \tilde{\gamma} S_0^{-1}(\tau)$ выражения (53) и (59) переходят в (32) и (33).

При $\lambda = \lambda^* = 2\tilde{\gamma}/3$ операторы \hat{M}_T и \hat{M}_L совпадают. Соответственно при этом равны все их собственные значения, и оператор \hat{M}_T имеет единственное отрицательное собственное значение $\epsilon_0^T < 0$ и трехкратно вырожденное нулевое собственное значение $\epsilon_1^T = 0$. При малых $\lambda^* - \lambda \ll \lambda^*$ собственное значение ϵ_1^T найдем по теории возмущений с помощью соответствующей ему невозмущенной собственной функции (51):

$$\epsilon_1^T = \frac{6N(E_F)}{T} (\lambda^* - \lambda) \int dr \Delta_d^2(r) \left(\frac{d\Delta_d}{dr} \right)^2 / \int dr \left(\frac{d\Delta_d}{dr} \right)^2 \approx [N(E_F)\tau/T] (\lambda^*/\lambda - 1). \quad (60)$$

Остальные собственные значения оператора \hat{M}_T при $\lambda < \lambda^*$ положительны. Воспользовавшись результатом (60) для ϵ_1^T и положив остальные $\epsilon_k^T = \epsilon_k^L$ при $k \neq 0$, находим

при $\lambda^* - \lambda \ll \lambda^*$:

$$F_S/V \approx -\frac{T}{\xi^3(T)} \left(\frac{\lambda^*}{\lambda} - 1 \right)^{3/2} S_0^{3/2}(\tau) \exp[-S_0(\tau)], \quad (61)$$

$$\lambda^*/\lambda = 0,64(\tau_D/\tau_G)^{1/2}.$$

Таким образом, сверхпроводящие капли существуют только при $\tau_D > \tau_D^*$, причем их плотность при $\lambda \rightarrow \lambda^*$ обращается в нуль из-за эффекта разрушения сверхпроводимости в каплях под действием термодинамических флуктуаций.

Мы нашли свободную энергию неоднородного сверхпроводящего состояния в области температур $\tau \gg \tau_D$, где концентрация капель экспоненциально мала. Здесь капли можно считать невзаимодействующими. Они дают экспоненциально малый вклад в теплоемкость системы, проводимость и диамагнитную восприимчивость $\chi_S \approx -F_S(\tau) S_0(\tau) \xi^4 |t| / \Phi_0$, где Φ_0 – квант потока. Однако локально, внутри капли, в области $\xi(T)$, параметр порядка мал лишь в меру малости $\tau^{1/2}$, и локальные измерения могут (например, с помощью туннельного микроскопа) обнаружить появление капель.

Таким образом, мы показали, что в случае достаточно сильных статистических флуктуаций параметра порядка $\tau_D > \tau_D^*$ сверхпроводимость появляется в виде изолированных зародышей – сверхпроводящих капель. Аналогичные зародыши появляются также при распаде метастабильного состояния при фазовых переходах I рода. Такие системы описываются комплексным значением свободной энергии, мнимая часть которой определяет скорость распада метастабильного состояния.

В отличие от этих систем сверхпроводящие капли при температуре выше T_c реализуют основное состояние системы, а поэтому им соответствует действительное значение свободной энергии. В рамках метода реплик при целых n величина $\langle Z^n \rangle$ (34) комплексная, что соответствует неустойчивости теории поля в случае, если члены четвертого порядка по Δ в действии (35) не являются положительно определенными. Зародыши, появляющиеся при распаде такого метастабильного состояния, в пределе ($n \rightarrow 0$) соответствуют основному состоянию неупорядоченного сверхпроводника.

IV. СРАВНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВЫВОДОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Суммируем теперь основные теоретические результаты для ультрагрязных сверхпроводников и обсудим соответствующие экспериментальные факты.

1. По мере приближения системы к порогу локализации величина T_c должна падать по причинам, изложенным в части I.

Падение T_c с понижением σ от значений порядка $10^4 \text{ ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ обнаружено в аморфных сплавах GeAu [28], SiAu [29] и MoRe [30], в сверхпроводниках со структурой фаз Швереля, разупорядоченных облучением быстрыми нейтронами, таких, как $\text{Pb}_{1-x}\text{U}_x\text{Mo}_6\text{S}_8$ [31], SnMo_6S_8 [32], Mo_6Se_8 [33], в аморфной системе InO_x [34], в $\text{BaPb}_{1-x}\text{Bi}_x\text{O}_3$ в интервале концентраций $0,25 < x < 0,30$ [35], а также в металлическом стекле $\text{Zr}_{0,7}\text{Ir}_{0,3}$ [36]. Во всех этих системах сверхпроводящий переход наблюдался, по-видимому, не слишком далеко от перехода металл–диэлектрик. При этом для ряда систем, таких, как $\text{Pb}_{1-x}\text{U}_x\text{Mo}_6\text{S}_8$, SnMo_6S_8 , $\text{Zr}_{0,7}\text{Ir}_{0,3}$, $\text{BaPb}_{0,75}\text{Vl}_{0,25}\text{O}_3$ и сплавы актинидов [37], характерен значительный отрицательный температурный коэффициент сопротивления. Однако во всех системах, изученных до настоящего времени, T_c , по-видимому, исчезает до перехода металл–диэлектрик. Падение T_c вблизи порога локализации наблюдается также при переходе металл–диэлектрик в As_2Te_3 [38].

2. Переход от зависимости сверхпроводящей корреляционной длины $\xi \approx (\xi_0 l)^{1/2}$ для грязных сверхпроводников ($\sigma \gg \sigma_c$) к зависимости $\xi \approx (\xi_0 l^2)^{1/3}$ для ультрагряз-

ных металлов на пороге локализации приводит к нарушению соотношения Горькова [2] между σ , $H'_{c2} = (dH_{c2}/dT) T_c$ и плотностью электронных состояний $N(E_F)$, вычисляемой по коэффициенту γ_e в зависимости электронной теплоемкости от температуры. Вводя $k = \pi\sigma |H'_{c2}| / 8ecN(E_F)$, видим, что $k \approx 1$ для $\sigma \gg \sigma_c$, и при $\sigma \rightarrow 0$ имеем $k \rightarrow 0$, ($N(E_F)$ если и изменяется, то не очень сильно при $\sigma \rightarrow 0$). Зависимость $k(\sigma)$ без учета статистических флуктуаций приведена в [7], их учет не меняет качественного характера этой зависимости, но количественно величина k может увеличиться из-за эффективного роста $|H'_{c2}|$ в системе с каплями. Используя соотношение

$$\lambda_L^{-1}(T) = \frac{32\pi e^2}{c^2} N(E_F) \xi^2(T) \Delta^2(T) \frac{T_c - T}{T_c}, \quad (62)$$

а также обычное определение нижнего критического магнитного поля H_{c1} , получаем соотношение

$$k = \frac{46,2\sigma \ln \kappa}{|H'_{c1}| ec}, \quad \frac{2\kappa^2}{\ln \kappa} = \frac{H_{c2}}{H_{c1}}, \quad H'_{c1} = \left(\frac{dH_{c1}}{dT} \right) T_c; \quad (63)$$

$$N(E_F) = 0,0085 H'_{c2} H'_{c1} (\ln \kappa)^{-1}, \quad (64)$$

где κ — параметр ГЛ. Выражение (63) позволяет найти k без определения $N(E_F)$, а соотношение (64), справедливое при любом σ , дает возможность найти $N(E_F)$ независимо от измерений теплоемкости. Отметим, однако, что (64) получено без учета статистических флуктуаций параметра порядка. Поэтому нарушение его может свидетельствовать о неоднородном режиме сверхпроводимости в исследованном образце.

К сожалению, ни для одной из упомянутых выше систем одновременные измерения H'_{c2} , H'_{c1} и γ_e не проводились. Отметим все же, что выход зависимости H'_{c2} на насыщение с ростом сопротивления наблюдался в фазах Шевреля [31–33] и особенно ярко в системе Si–Au [29]. Эти результаты находятся в качественном соответствии с теоретическими предсказаниями [7, 14]. Обычно такие данные интерпретировались на основе соотношения Горькова с помощью предположения о соответствующем падении плотности состояний $N(E_F)$. В действительности, для интервала проводимостей $\sigma \lesssim 10^3 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ такое объяснение лишено теоретических оснований (в отсутствие независимых данных для $N(E_F)$).

3. Модификация эффективного коэффициента диффузии вблизи порога локализации приводит к отклонениям от стандартной температурной зависимости для $H_{c2}(T)$ — эта зависимость приобретает положительную кривизну при $\sigma \ll \sigma^*$ [7, 14]. К этому же эффекту приводит подавление локализации магнитным полем [39].

Нулевая и положительная кривизна зависимости H_{c2} от температуры наблюдалась в ряде сильно неупорядоченных сплавов [30, 40].

4. Теория предсказывает резкое усиление термодинамических и статистических флуктуаций сверхпроводящего параметра порядка вблизи порога локализации. Сама по себе термодинамические флуктуации оставляют систему пространственно однородной и потому не ведут к качественно новому поведению. Эффект статистических флуктуаций меняет сверхпроводящий переход радикально — он приобретает перколяционный характер [24]. Хотя количественная теория такого перехода в области температур, где концентрация капель велика, пока отсутствует, можно сделать ряд качественных выводов, допускающих экспериментальную проверку.

Переход в неоднородном режиме сверхпроводимости должен быть сильно размазан по температуре, причем степень размытости должна зависеть от пропускаемого тока в измерениях сопротивления R и от поля при измерениях магнитной восприимчивости χ_s . Из-за сильных флуктуаций $\Delta(r)$ особенность БКШ в плотности состояний квазичастиц может отсутствовать, и вплоть до нулевой температуры он будет иметь бесщелевой характер (к такому же результату приводит и рост частоты неупругих соударений электронов вблизи порога локализации из-за усиления эффекта кулоновского

отталкивания электронов [41]. Наконец, неоднородный характер сверхпроводимости (капли) может быть обнаружен с помощью локальных измерений типа туннельной микроскопии.

Для гранулированного алюминия действительно наблюдалось существенное уширение сверхпроводящего перехода и размывание особенности в плотности состояний квазичастиц по мере уменьшения проводимости ниже уровня $1000 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ [41]. Эти факты могут служить свидетельством растущей роли флуктуаций, хотя в [41] для интерпретации бесщелевого характера спектра при $\sigma = 10 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ привлекались лишь соображения о росте частоты неупругих соударений электронов вблизи порога локализации.

Авторы признательны Б.П. Альтшулеру, С.Л. Гинзбургу, Л.П. Горькову, И.Я. Коренблиту, А.И. Ларкину, Д.И. Хмельницкому и Е.Ф. Шендеру за полезное обсуждение вопросов, затронутых в работе.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Покажем, что термодинамические флуктуации фазы параметра порядка в сверхпроводящих каплях, которыми мы выше пренебрегали, являются несущественными в грязных сверхпроводниках. Функционал Гинзбурга-Ландау (3а) с учетом флуктуаций фазы φ имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\text{ГЛ}} \{ \Delta(\mathbf{r}) \} = \int d\mathbf{r} \left\{ \frac{B^2(\mathbf{r})}{8\pi} + N(E_F) [\xi^2 |(\nabla - \frac{2ie}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r})) \Delta|^2 + \right. \\ \left. + (\tau + t(\mathbf{r})) |\Delta(\mathbf{r})|^2 + \frac{1}{2} |\Delta(\mathbf{r})|^4 \right\}, \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \text{rot } \mathbf{A}(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (\text{П. 1})$$

После выполнения калибровочного преобразования

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) \rightarrow \mathbf{A}(\mathbf{r}) + \frac{c}{2e} \nabla \varphi(\mathbf{r}); \quad \Delta(\mathbf{r}) \rightarrow \Delta(\mathbf{r}) \exp(-i\varphi(\mathbf{r})), \quad (\text{П. 2})$$

параметр порядка в (П. 1) действителен. При вычитении статсуммы в (17) наряду с интегрированием по $\Delta(\mathbf{r})$ следует выполнить интегрирование по векторному потенциалу $\mathbf{A}(\mathbf{r})$. Проводя усреднение свободной энергии системы с помощью метода реплик, находим, что к действию (35) добавляется член, квадратичный по полям реплик $A_\alpha(\mathbf{r})$:

$$\Delta S_n \{ \Delta_\alpha, A_\alpha \} = \int d\mathbf{r} \sum_{\alpha=1}^n \left[\frac{B_\alpha^2(\mathbf{r})}{8\pi T} + \frac{4e^2 N(E_F) \xi^2}{c^2 T} \Delta_\alpha^2(\mathbf{r}) A_\alpha^2(\mathbf{r}) \right], \quad (\text{П. 3})$$

и в (34) по этим полям производится дополнительное интегрирование. Классические инстантонные решения для полного действия $S_n + \Delta S_n$ имеют вид $\Delta_\alpha(\mathbf{r}) = \Delta_\alpha^{(i)}(\mathbf{r})$, $A_\alpha(\mathbf{r}) = 0$, где $\Delta_\alpha^{(i)}$ определены выражениями (45). Таким образом, учет флуктуаций фазы параметра порядка приводит к изменению только предэкспоненциального фактора в (59). Вычисление последнего показывает, что величина F_S умножается на дополнительный множитель θ , равный:

$$\begin{aligned} \theta = [\det \hat{K}_T / \det \hat{K}_L]^{1/2}, \quad \hat{K}_T = -\nabla^2 / 4\pi T, \\ \hat{K}_L = -\frac{\nabla^2}{4\pi T} + U(r), \quad U(r) = \frac{8e^2 N(E_F) \xi^2}{c^2 T} \Delta_d^2(r). \end{aligned} \quad (\text{П. 4})$$

Вклад коротковолновых флуктуаций с волновыми векторами $q \gg \xi^{-1}(T)$ сводится к перенормировке температуры перехода, которую мы предполагаем выполненной. Рассмотрим теперь роль длинноволновых флуктуаций с $q \lesssim \xi^{-1}(T)$. Уравнение на собственные значения оператора \hat{K}_L имеет вид уравнения Шредингера для частицы с массой $m = 2\pi T$ и потенциалом $U(r)$. Последний может быть рассмотрен как возмущение при выполнении условия $U(0) \ll (m\xi^2(T))^{-1}$, которое даст возможность пренебречь флуктуациями фазы параметра порядка и может быть переписано в виде

$$\lambda \ll \lambda^* (\lambda_L^2 \xi_0^2 / \xi^4). \quad (\text{П. 5})$$

Это условие заведомо выполняется в сверхпроводниках второго рода с $\lambda_L \gg \xi_0$. В сверхпроводниках первого рода оно накладывает ограничение на величину критического беспорядка, при котором термодинамические флуктуации фазы слабо влияют на свойства отдельных зародышей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрикосов А.А., Горьков Л.П. // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. С. 1158; ЖЭТФ. 1959. Т. 36. С. 319.
2. Горьков Л.П. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. С. 1407.
3. Anderson P.W. // J. Phys. Chem. Solids. 1959. Vol. 11. P. 26.
4. Anderson Localization / Ed. Y. Nagaoka, H. Fukuyama // Springer Series in Solid State Sciences. 1982. Vol. 39.
5. Садовский М.В. // УФН. 1981. Т. 133. С. 223; Soviet Scientific Reviews—Physics Reviews / Ed. I.M. Khalatnikov. N.Y.: Harvard Academic Publ., 1986. Vol. 7, 3.
6. Anderson P.W., Muttalib K.A., Ramakrishnan T.V. // Phys. Rev. B. 1983. Vol. 28. P. 117.
7. Булаевский Л.Н., Садовский М.В. // Письма ЖЭТФ. 1984. Т. 39. С. 524; J. Low Temp. Phys. 1985. Vol. 59. P. 89.
8. Kolley E., Kolley W. // Z. Phys. 1984. Ser. B. Bd. 57. S. 185.
9. Belitz D. // J. Phys. F. 1985. Vol. 15. P. 2315.
10. Finkelstein A.M. // Z. Phys. 1984. Ser. B. Bd. 56. S. 189.
11. Kolley E., Kolley W. // Z. Phys. 1984. Ser. B. Bd. 56. S. 119.
12. Ebisawa H., Fukuyama H., Maekawa S. // Prepr. 1985: Fukuyama H. // J. Phys. Soc. Jap. 1985. Vol. 54. P. 2393.
13. Fukuyama H., Ebisawa H., Maekawa S. // J. Phys. Soc. Jap. 1984. Vol. 53. P. 3560.
14. Kapitulin A., Kotliar G. // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 473 // Phys. Rev. B. 1986. Vol. 33. P. 3146.
15. Ma M., Lee P.A. // Phys. Rev. B. 1985. Vol. 32. P. 5658.
16. Caroli C., De Gennes P.A., Matricon J. // J. Phys. Rad. 1962. Vol. 23, P. 707.
17. Булаевский Л.Н., Садовский М.В. // Письма ЖЭТФ, 1986, Т. 43. С. 76.
18. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М.: Мир, 1968.
19. Ларкин А.И., Овчинников Ю.Н. // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 1221.
20. Oppermann R., Wegner F. // J. Phys. B. 1979. Vol. 34. P. 327.
21. Березинский В.Л., Горьков Л.П. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. С. 2498.
22. Хмельницкий Д.Е. // ЖЭТФ. 1975. Т. 68. С. 1960.
23. Lubensky T.C. // Phys. Rev. B. 1975. Vol. 11. P. 3573; Imry Y., Ma S. // Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 35. P. 1399.
24. Иоффе Л.Б., Ларкин А.И. // ЖЭТФ. 1981. Т. 81. С. 707.
25. Zittartz J., Langer J.S. // Phys. Rev. 1966. Vol. 148. P. 741.
26. Grinstein G., Luther A. // Phys. Rev. B. 1976. Vol. 13. P. 1329.
27. Zinn-Justin J. // Phys. Rep. 1981. Vol. 7. P. 109.
28. Nishida N., Yamaguchi M., Furubayashi T., Morigaki K., Ishimoto H., Oho K. // Solid State Commun. 1982. Vol. 44. P. 305.
29. Furubayashi T., Nishida N., Yamaguchi M., Morigaki K., Ishimoto H. // Solid. State Commun. 1985. Vol. 55. P. 513.
30. Tenhover M., Johnson W.L., Tsuei C.C. // Solid State Commun. 1981. Vol. 38. P. 53.
31. Алексеевский Н.Е., Митин А.В., Самосюк В.Н., Фирсов В.И. // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. С. 1092.
32. Давыдов С.А., Архипов В.Е., Воронин В.И., Гощицкий В.Н. // ФММ. 1983. Т. 55. С. 931.
33. Давыдов С.А., Архипов В.Е., Гощицкий В.Н., Садовский М.В. // ФММ. 1986. Т. 62.
34. Fiory A.T., Hebard A.F. // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P. 2057.
35. Batlog V. // Physica. 1984. Ser. B. Vol. 126. P. 275.
36. Toyota N., Inoue A., Matsumoto K., Fukase T., Matsumoto T. // J. Phys. Soc. Jap. 1984. Vol. 53. P. 924.
37. Poon S.J., Drehna A.J., Wang K.M., Clegg A.W. // Phys. Rev. B. 1985. Vol. 31. P. 3100.
38. Берман И.В., Брандт Н.Б., Костылева И.Е. и др. // Письма ЖЭТФ. 1986. Т. 43. С. 48.
39. Coffey L., Muttalib K.A., Levin K. // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P. 783; Phys. Rev. B. 1985. Vol. 32. P. 4382.
40. Coffey L., Levin K., Muttalib K.A. // Phys. Rev. B. 1985. Vol. 32. P. 4382.
41. Dynes R.C., Carno J.P., Hertel G., Orlando T.P. // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P. 2437.
42. Лифшиц И.М., Гребескул С.А., Пастур Л.А. Введение в теорию неупорядоченных систем. М.: Наука, 1982. 204 с.