Пространственные структуры в гелимагнетиках

А. Б. Борисов, Ф.Н. Рыбаков

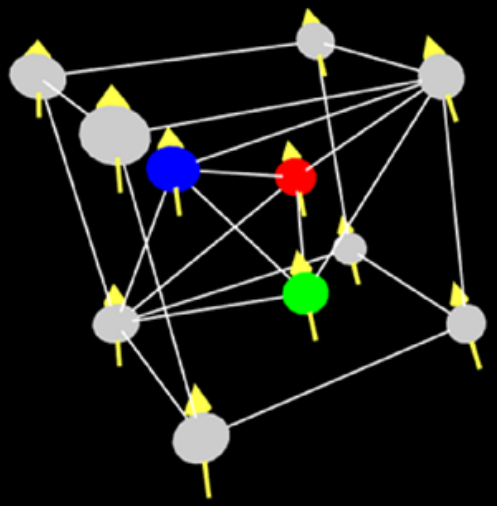
«Словно маленький серый кузнечик,
У доски стрекотал человечек.
Это он приглашал прогуляться
По мирам, что не каждому снятся»
(В.Е. Захаров из стихотворения «Теоретик»)

План лекции

- 1) Макроскопика.Киральность, MnSi, ….
- 2) Модель, гамильтониан
- 3) 1D, основное состояние, нелинейные возбуждения.
- 4) 2D, скирмион, скирмионная решётка, спирали
- 5) 3D. Диаграмма фаз, скирмионы, коническая фаза, бобберы.
- 6) Демонстрация численных методов, массивные параллельные вычисления на GPU.

Examples of chiral helimagnets

Compound	Crystal Class	Space Group	T_c[K]	$L(0)$[nm]	Type	Refs.
CuB_2O_4	Tetragonal	$I\bar{4}2d$	9.35	77	A	[21–23]
$CsCuCl_3$	Hexagonal	$P6_122$ or $P6_522$	10.5	22	A	[24]
$CrNb_3S_6$	Hexagonal	$P6_322$	127	48	B	[25, 26]
$YbNi_3Al_9$	Trigonal	$R32$	3.4	34	B	[27]
MnSi	Cubic	$P2_13$	29.5	18	C	[28]
FeGe	Cubic	$P2_13$	279	70	C	[29]
$Fe_{1-x}Co_xSi$	Cubic	$P2_13$	59	25	C	[30]



Кубические гелимагнетики с кристаллической структурой типа B20 (MnSi, FeGe)

$$\mathcal{H} = -\sum \mathcal{J}\, \vec{\mathrm{S}}_i \cdot \vec{\mathrm{S}}_j - \sum \vec{\mathcal{D}}_{\mathrm{ij}} \cdot (\vec{\mathrm{S}}_i \times \vec{\mathrm{S}}_j) - \sum \vec{\mathrm{H}} \cdot \vec{\mathrm{S}}_i$$

Параметры для MnSi:

a = 4.56 Å

x = 0.137

(x, x, x)

(0.5−x,1−x,0.5+x)

(1−x,0.5+x,0.5−x)

(0.5+x,0.5−x,1−x)

Чему нас учит MnSi

С.В. Малеев (ПИЯФ)

MnSi - первая подробно изученная магнитная система без центра инверсии

ОТСУТСТВИЕ ЗЕРКАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

В настоящее время такие системы вызывают все больший интерес

Примеры: Мультиферроики, Магнитные монослойки

Во всех этих случаях новая физика возникает благодаря взаимодействию Дзялошинского-Мориа (ДМВ)

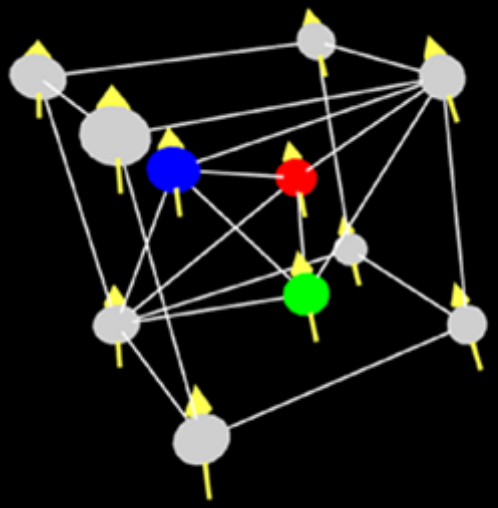
Нарушенная P-инвариантность (**r** → **-r**): гелимагнетики. DM-взаимодействие.
Феноменологическая теория - В.Е. Дзялошинский, микроскопический - T.Morya.
Спин-орбитальное взаимодействие.

$$\mathscr{H} = -J\sum_j \hat{S}_j \cdot \hat{S}_{j+1} - D \cdot \sum_j \hat{S}_j \times \hat{S}_{j+1} + \tilde{H} \cdot \sum_j \hat{S}_j,$$

$$\mathscr{H}' = \lambda \boldsymbol{S}_1 \cdot \boldsymbol{L}_1 + \lambda \boldsymbol{S}_2 \cdot \boldsymbol{L}_2 - J\boldsymbol{S}_1 \cdot \boldsymbol{S}_2$$

$$\boldsymbol{D} = -i\lambda J \left(\sum_{n_1} \frac{\langle g_1 | \boldsymbol{L}_1 | n_1 \rangle}{E_{n_1} - E_{g_1}} - \sum_{n_2} \frac{\langle g_2 | \boldsymbol{L}_2 | n_2 \rangle}{E_{n_2} - E_{g_2}} \right)$$

В нецентросимметричных кристаллах ДМВ приводит к несоизмеримой магнитной спирали, с много бОльшим периодом по сравнению с периодом решетки .



Континуальная модель

$$\mathcal{H} = -\sum \mathcal{J}\, \vec{\mathrm{S}}_i \cdot \vec{\mathrm{S}}_j - \sum \vec{\mathcal{D}}_{\mathrm{ij}} \cdot (\vec{\mathrm{S}}_i \times \vec{\mathrm{S}}_j) - \sum \vec{\mathrm{H}} \cdot \vec{\mathrm{S}}_i$$

$$\Downarrow$$

$$|\vec{\mathrm{n}}| = 1 \qquad \mathcal{H} = \int \mathrm{dV} \left(\alpha\, (\partial_j \mathrm{n}_i)^2 + \mathrm{D}\, (\vec{\mathrm{n}} \cdot \mathbf{rot}\, \vec{\mathrm{n}}) - \vec{\mathrm{H}}_0 \cdot \vec{\mathrm{n}} \right)$$

- Производные в различных степенях, подобно модели Т. Скирма
- Размерный параметр $L_D = \dfrac{4\pi\alpha}{\mathrm{D}}$

Гамильтониан. Неоднородное основное состояние (кубическая симметрия)

$$H = \frac{\alpha M^2}{2}(\partial_\alpha \vec{n})^2 + DM^2 \vec{n} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{n}) + H_z M(1 - n_z)$$

Инвариантность Q=1

$$\vec{n} = (\sin\theta\cos\Phi, \sin\theta\sin\Phi, \cos\theta)$$

$$h = \frac{H_z \alpha}{D^2 M}, L = \frac{2\pi\alpha}{D}$$

Основное состояние в 1D одноосного кирального магнетика

$$w = \frac{\alpha}{2}(\partial_z \vec{\mathbf{M}})^2 + D(M_1\,\partial M_2 - M_2\,\partial M_1) + \varepsilon\,\beta^2 M_3^2 - \vec{\mathbf{H}}\,\vec{\mathbf{M}}$$

$(\varepsilon = \pm 1)$

$$\mathbf{M} = M(\sin\theta\cos\Phi, \sin\theta\sin\Phi, \cos\theta),$$

$$\vec{\mathbf{H}} = (0,0,H_3),\ \Phi = \hat{\Phi} - \frac{D}{\alpha}\,z,$$

$$w = \frac{\alpha}{2}(\partial_z \vec{\hat{\mathbf{M}}})^2 + (\frac{D^2}{2\alpha} + \varepsilon\,\beta^2)M_3^2 - \vec{\mathbf{H}}\,\vec{\mathbf{M}}$$

$$\frac{D^2}{2\alpha} + \varepsilon\,\beta^2 \geq 0$$

1. $\vec{\mathbf{H}} = 0, \theta = \frac{\pi}{2}, \Phi = -\frac{D}{\alpha}\,z,$ –простая спираль z, k=-$\frac{D}{\alpha}$, L = $\frac{2\pi}{k}$, **простая спираль с несоизмеримым периодом L.**

2. $\vec{\mathbf{H}} = (0,0,h\,M)$, $\cos\theta = h$, $\Phi = -\frac{D}{\alpha}\,z$, **-коническая фаза.**

3. $\vec{\mathbf{H}} = (\mathrm{M\ h, 0, H})$-нарушение симметрии. Решение Дзялошинского о фазовом переходе в спиральной структуре. $\theta = \frac{\pi}{2}$,

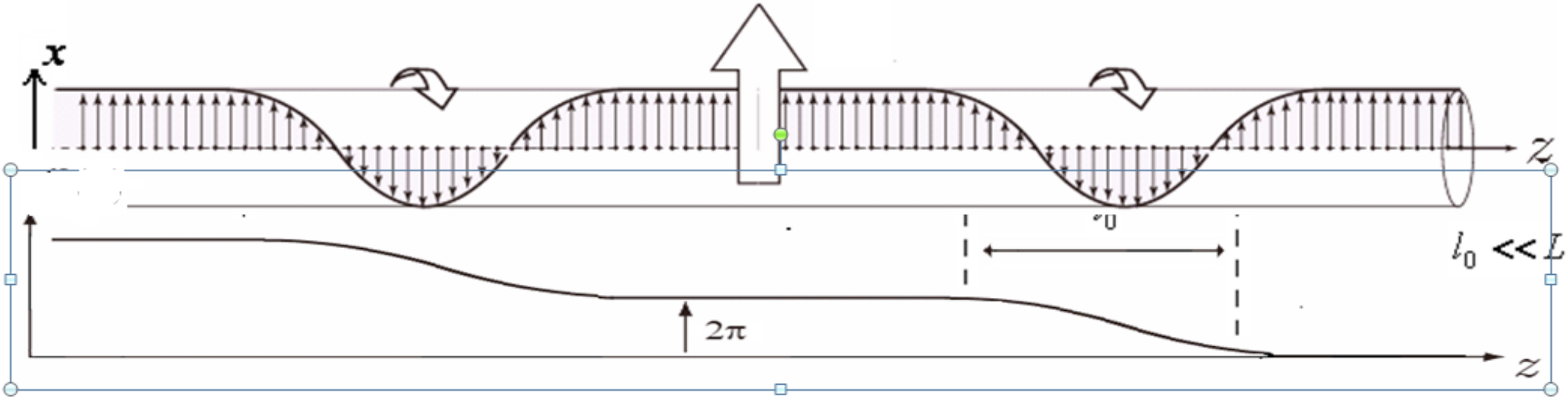
$$w = 1/2\,(\partial_z \Phi)^2 - h\cos\Phi - k\,\partial_z \Phi,$$

$$\Phi_{,zz} = \sin\Phi \text{ (Уравнение маятника)}$$

$$\Phi = 4\arctan F(z), \quad F(z) = \frac{cn\left(\frac{\sqrt{h}}{q} z, q\right)}{sn\left(\frac{\sqrt{h}}{q} z, q\right) + 1}, \quad L_s = \frac{8\,K(q)E(q)}{k\,\pi}.$$

Минимизация полной энергии приводит к определению q и периода L_s несоизмеримой структуры уравнением

$$k = \frac{4\sqrt{h}\,E(q)}{\pi\,q}, \qquad \frac{k\,\pi}{4\sqrt{h}} < 1, \Phi = 0$$



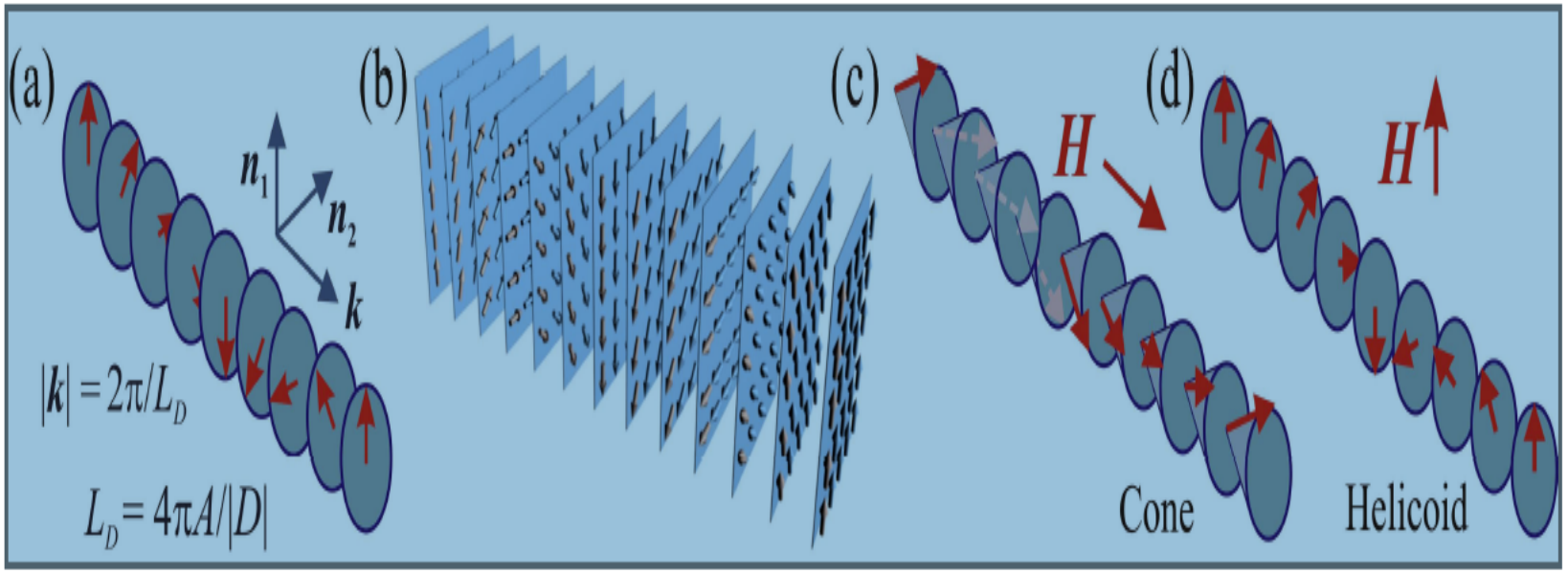


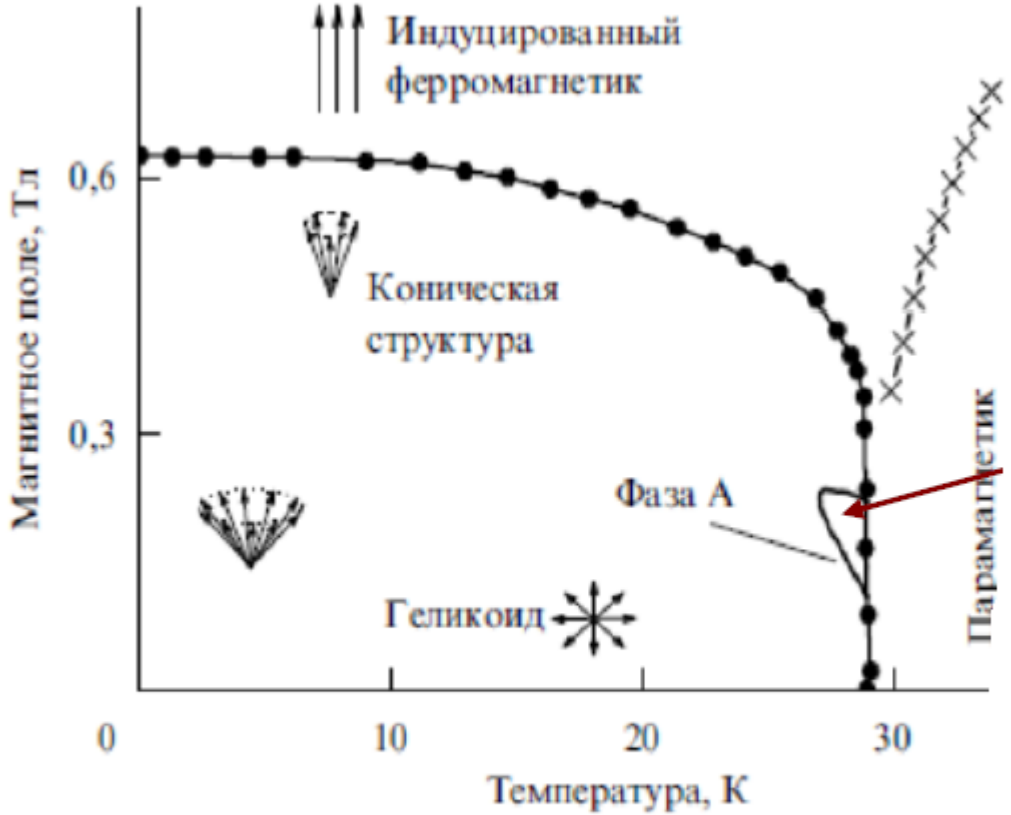
Figure 1. One-dimensional chiral modulations in cubic helimagnets. In a helical "array" (a)

the magnetization rotates in the plane spanned by the orthogonal unity vectors n1 and n2 and

the rotation sense is determined by the sign of Dzyaloshinskii constant D. Chiral helices (b) are composed of arrays (a) with the same propagation direction. Under the inuence of the applied

field the helix (b) transforms into longitudinal helicoids(d).

distorted cones (c) or into transversally distorted



Магнитная фазовая диаграмма MnSi

С.М. Стишов, А.Е Петрова, УФН, **181**, 1157 (2011).

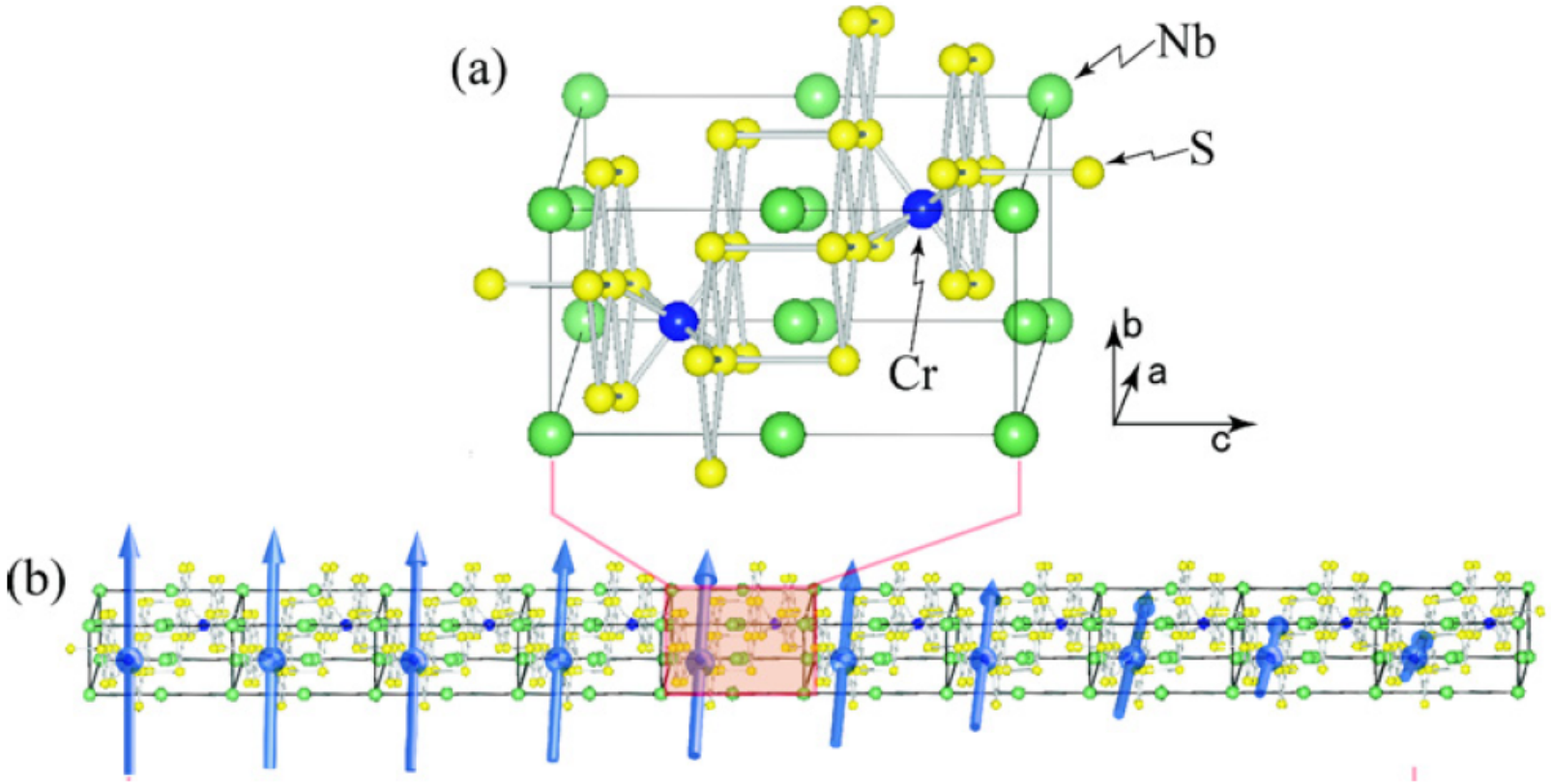
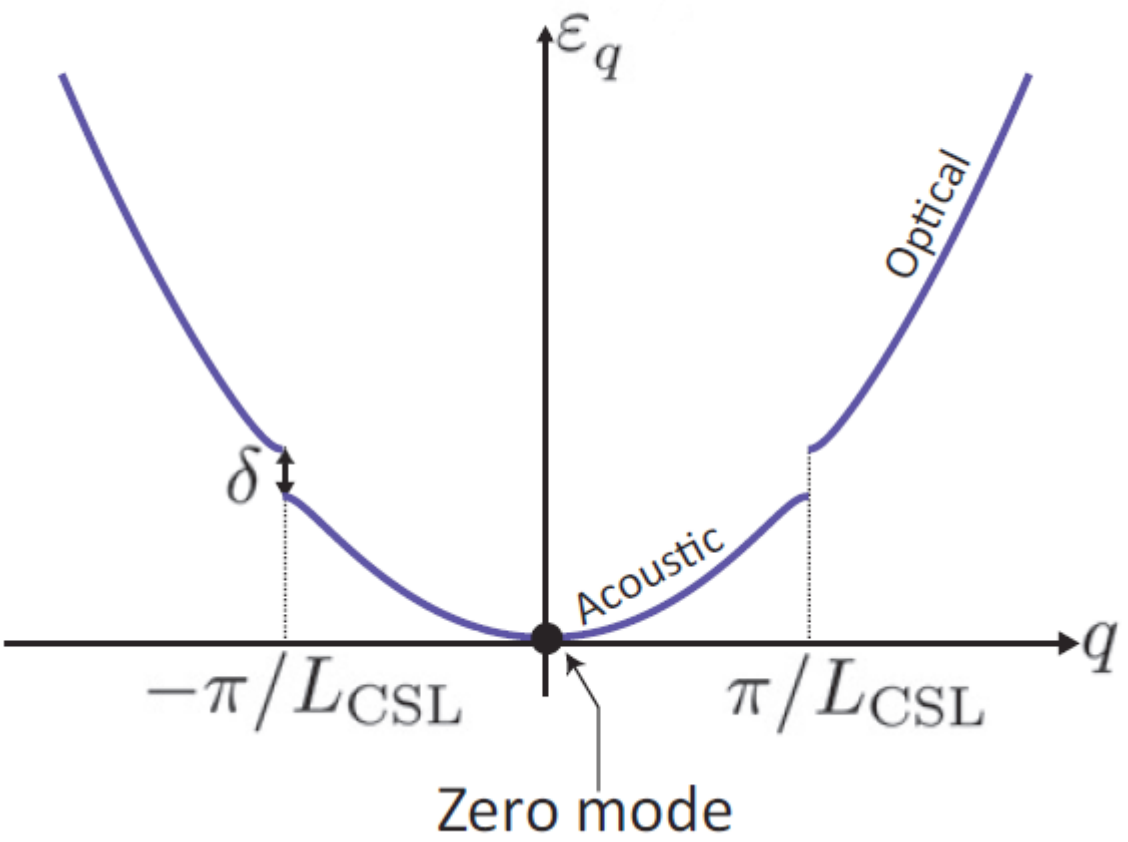


FIG. 5: The scheme of the crystal and magnetic structure in $CrNb_3S_6$ (a). The elementary cell of the crystal.

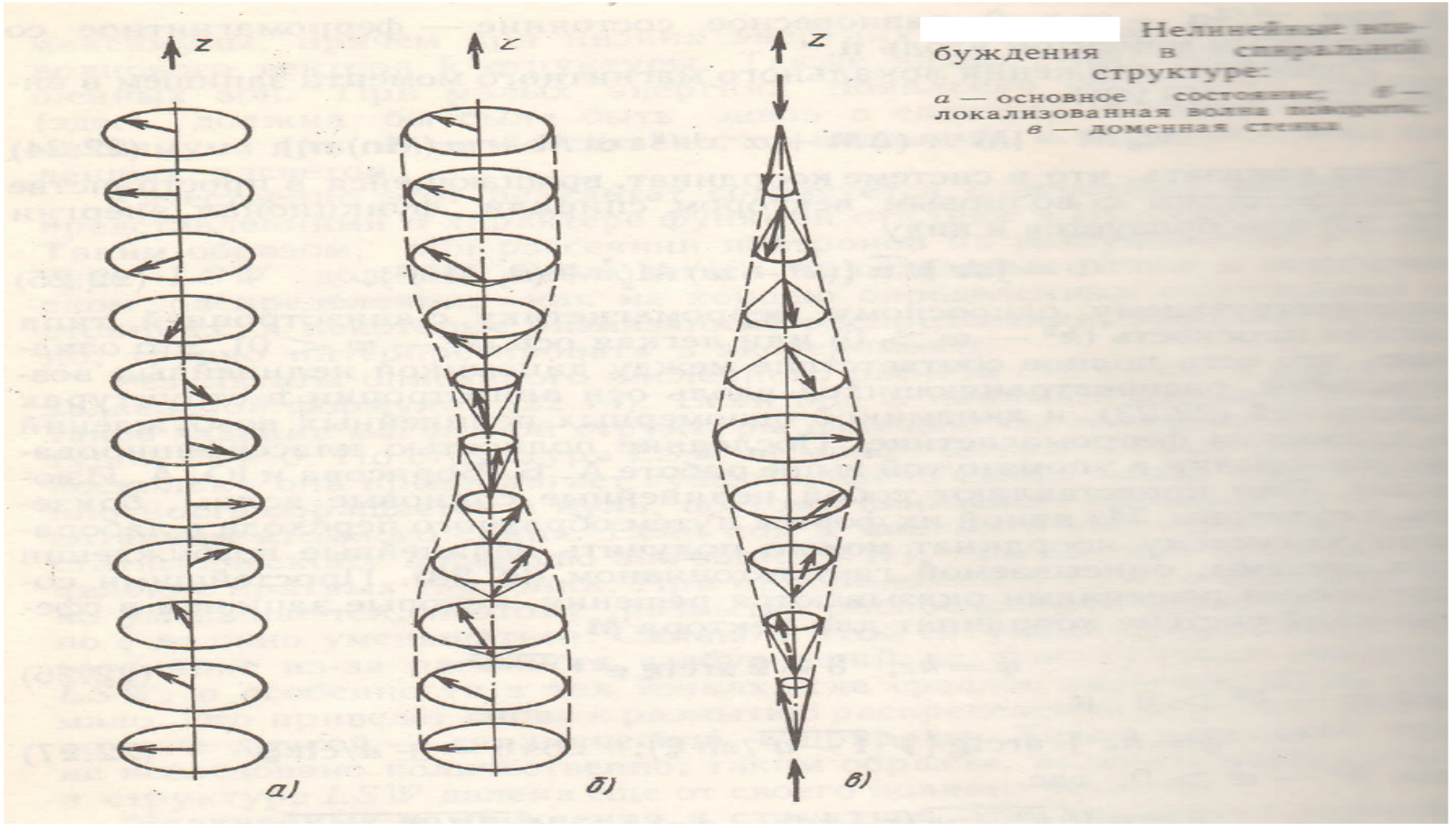
Спектр спиновых волн на фоне решетки солитонов



$$\vec{H} = (0,0,h)$$

Нелинейные возбуждения(интегрируемая модель)

(Борисов,Изюмов,ДАН,1985)



Нелинейные возбуждения в спиральной структуре:

а — основное состояние; *б* — локализованная волна поворота; *в* — доменная стенка

Нелинейные возбуждения на фоне солитонной решетки(кинк).

Ковалев,Герасимчук –ЖЭТФ(2002), Борисов,Бострем.Овчинников,Кишини-PRB(2009)

Нарушение симметрии при **H**=(h M,0,0). Приближение малого выхода из легкой плоскости (Микешка).

$$\Theta=\frac{\pi}{2}+\theta, \qquad \theta=\frac{\Phi_{,t}}{k_0{}^2} \quad , k_0 \sim \beta$$

$$\frac{1}{k_0{}^2}\Phi_{,tt} - \Phi_{,zz} + h \sin\Phi = 0$$

$$\Phi = 4\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{F(z-\Delta)^2+1}F(z+\Delta)+e^{2S(t+G(z))}\sqrt{F(z+\Delta)^2+1}}{\sqrt{F(z-\Delta)^2+1}-e^{2S(t+G(z))}F(z-\Delta)\sqrt{F(z+\Delta)^2+1}}\right)$$

$$S=\frac{\sqrt{h}\sqrt{\left(b^2+1\right)^2 q^2-4b^2}k_0\epsilon}{4bq}, G(z)=\frac{b^2-1}{\left(b^2+1\right)k_0}\int_0^z \frac{1}{1-\frac{4b^2\,\mathrm{sn}\left(\frac{\sqrt{h}z}{q},q\right)^2}{\left(b^2+1\right)^2}}\,dz$$

$$G(z) = g_1(z) + z/v \qquad v = \frac{(b^2+1)\,K(q)k_0}{(b^2-1)\,\mathrm{Pi}\left(\frac{4b^2}{(b^2+1)^2}, q\right)} < 0$$

$$\mathrm{sn}\left(\frac{\sqrt{h}\Delta}{q}, q\right) = \frac{2b}{(b^2+1)\,q}, \qquad -\frac{1-\sqrt{1-q^2}}{a} < b < \frac{1-\sqrt{1-q^2}}{a}$$

$$\Phi(z \to -\infty, t) \to 4\tan^{-1}(F(z-\Delta)), \Phi(z \to \infty, t) \to 4\tan^{-1}(F(z+\Delta)) - 2\pi.$$

В пределе $b \to 0$, ширина солитона обращается в нуль, а форма – в функцию Хевисайда.

При максимальном значении b солитон расплывается, скорость достигает максимального значения равного скорости голдстоуновских моды на фоне солитонной решетки.

МОЗР для SG, бризеры, спектральные разложения интегралов движения (Киселев, Расковалов, 2010-2013)

Энергия коллективных возбуждений в спиральной структуре:

$$H=\int_{-K'}^{K'}\mathrm{d}v\left[\varepsilon_{\mathrm{a}}(v)n_{\mathrm{a}}(v)+\varepsilon_{\mathrm{opt}}(v)n_{\mathrm{opt}}(v)\right]-\frac{8}{k}\left(\sum_{p=1}^{2M}\mathrm{Re}\left[Z(v_p)+\frac{2\eta_1 v_p}{K}\right]+2\sum_{s=1}^{N}\mathrm{Re}\left[Z(\mu_s)+\frac{2\eta_1\mu_s}{K}\right]\right)+2q\,\mathrm{am}(\Delta,k).$$

Спектр и плотность квазиакустических и квазиоптических магнонов

Вклад кинков

Вклад бризеров

Изменение энергии структуры вследствие ее сжатия из-за образования солитонов

$$\mathrm{Re}\left(\sum_{p=1}^{2M}v_p+2\sum_{s=1}^{N}\mu_s\right)=-\frac{\Delta}{2}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{a}}(v)=k'^2\,\mathrm{sn}^2(v+K',k'),\qquad n_{\mathrm{a}}(v)=\frac{4}{\pi k}\ln\left(1+|b(-K+\mathrm{i}v)|^2\,e^{2\eta_1\Delta}\right)>0;$$

$$\varepsilon_{\mathrm{opt}}(v)=\frac{1}{\mathrm{sn}^2(v+K',k')},\qquad n_{\mathrm{opt}}(v)=-\frac{4}{\pi k}\ln\left(1-|b(\mathrm{i}v)|^2\right)>0.$$

Теорема Деррика. Нарушение инверсионной симметрии приводит к локализации?!!

Пусть есть решение конечной энергией

$$\tilde{H}\{\vec{n}(r)\} = e_0 + e_1 + e_2 + e_4 + e_{ms}, \quad e_0 = e_0(\vec{n}(r)), e_1 = G_{i\alpha}(\vec{n}(r))n_{i,\alpha},$$

$$e_2 = \frac{1}{2} n_{i,\alpha} n_{i,\alpha}, \quad e_4 = \frac{1}{4} n_{i,\alpha} n_{j,\beta} n_{k,\gamma} n_{p,\lambda} M^{ijkp}{}_{\alpha\beta\gamma\lambda}$$

- Рассмотрим специальную вариацию (D=2)

$$\vec{n}(r) \to \vec{n}(\lambda r), \quad E \to E_\lambda = \int \bar{H}\{\vec{n}(\lambda r)\} d^2 x,$$

$$E_\lambda = \lambda^{-2}(E_0 + E_{ms}) + \lambda^{-1} E_1 + E_2 + \lambda^2 E_4,$$

$$\frac{dE_\lambda}{d\lambda}(\lambda = 1) = 0, \quad \frac{d^2 E_\lambda}{d^2 \lambda}(\lambda = 1) > 0$$

Анализ существования локализованных структур

$$2E_4 - E_1 - 2(E_0 + E_{ms}) = 0,$$

$$2E_4 + 2E_1 + 6(E_0 + E_{ms}) \geq 0,$$

инстантон, цмд.

$$E_4 = E_{ms} = 0.$$

$$E_1 + 2E_0 = 0, 2E_1 + 6E_0 \geq 0.$$

$$E_1 \leq 0 -$$

локализованная структура

$$3D -$$

хопфион исследован численно

Скирмион-магнитный вихрь в гелимагнетике

Богданов, Яблонский-ЖЭТФ(1989),

$$1.\ \Phi = \varphi, \theta = \pi(1 - \frac{r}{r_0}), \mathrm{E}=\mathrm{A} + B\ r_0 + \mathrm{C}\ {r_0}^2, \mathrm{B} \sim D,\ \min \mathrm{E} \rightarrow r_0 \sim D$$

Иванов,Стефанович,Жмудский,JMMM(1990)

$$2.\ \Phi = \varphi + \frac{\pi}{2},\ \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = (\frac{R}{r})^{\nu},\ \min \mathrm{E} \rightarrow R \sim D$$

Богданов, Хуберт- JMMM-1994.Численное решение уравнений Эйлера

$$3.\Phi = \varphi, \theta = \theta(r), \theta(0) = \pi, \theta(\infty) = 0$$

Скирмионная решетка в circular cell approximation

$$4.\ \Phi = \varphi, \theta = \theta(r), \theta(0) = \pi, \theta(R) = 0, \min \mathrm{E}$$

$$E = \frac{2}{R^2} \int_0^R w(r) r dr$$

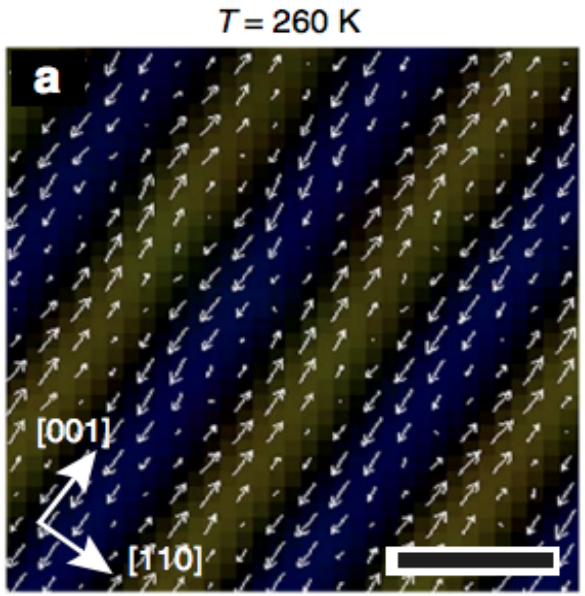
Полное аналитическое описание многих двумерных и трехмерных структур ,включая спиральные, можно провести
с учетом только главного(обменного) взаимодействия. Остальные взаимодействия- качественный анализ, асимптотический поведение ,численный анализ.

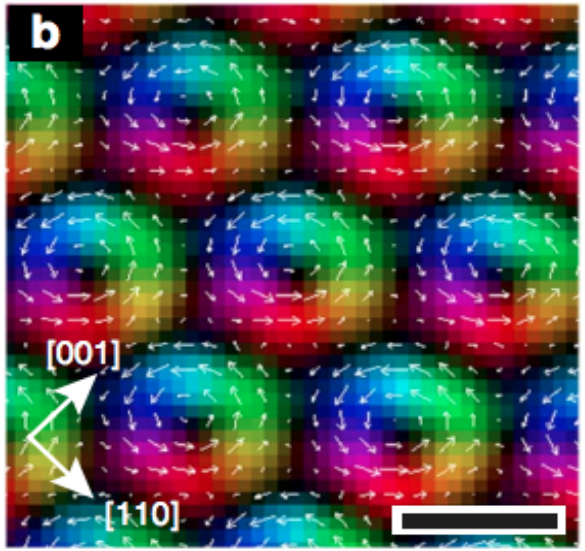
Все это находится в уравнениях, только у нас нет еще способа вытащить это оттуда. Р.Фейнман

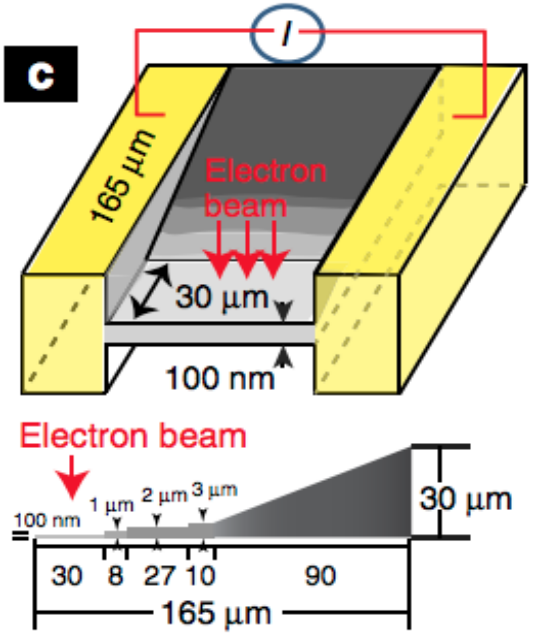
есть способ вытащить-численные методы, специальные программы

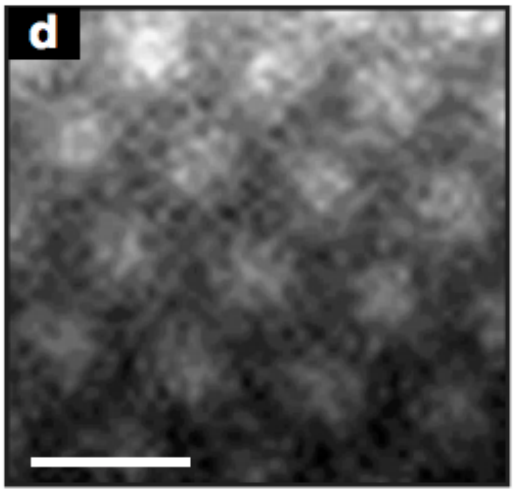
Наблюдение скирмионного кристалла

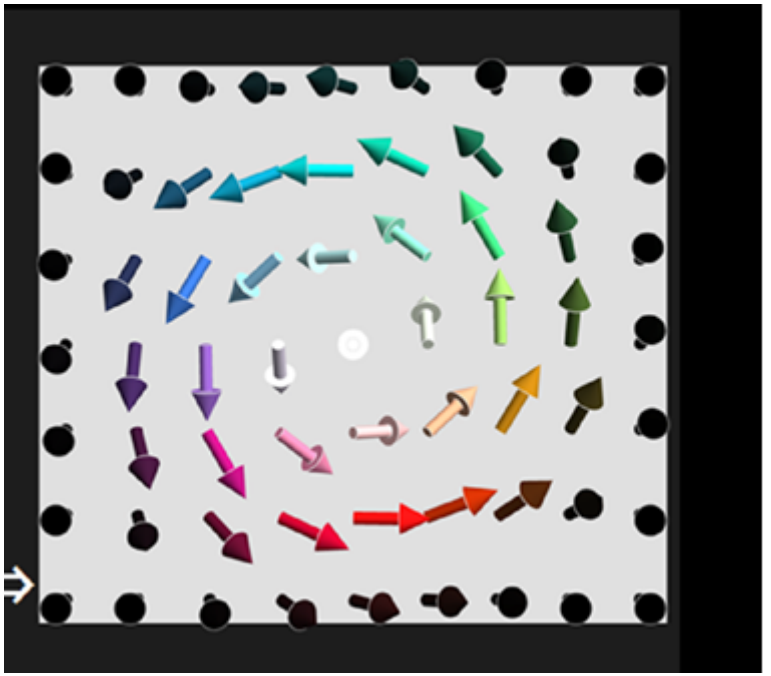
Yu, et al Nature 465, 901–904 (2010)



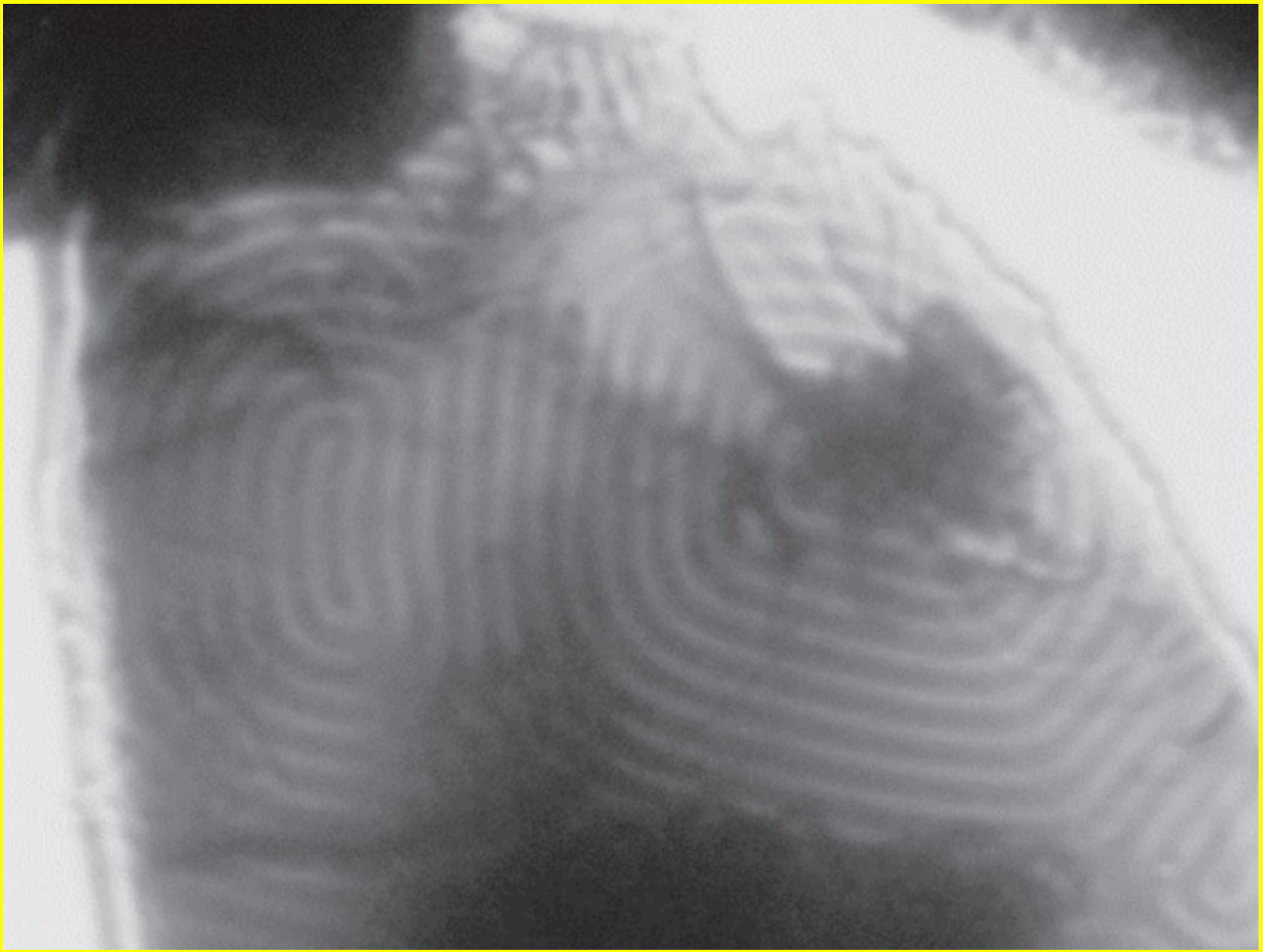




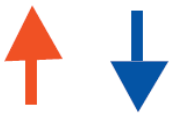




Topological spin textures in the helimagnet FeGe(PB,2008) M. Uchida….

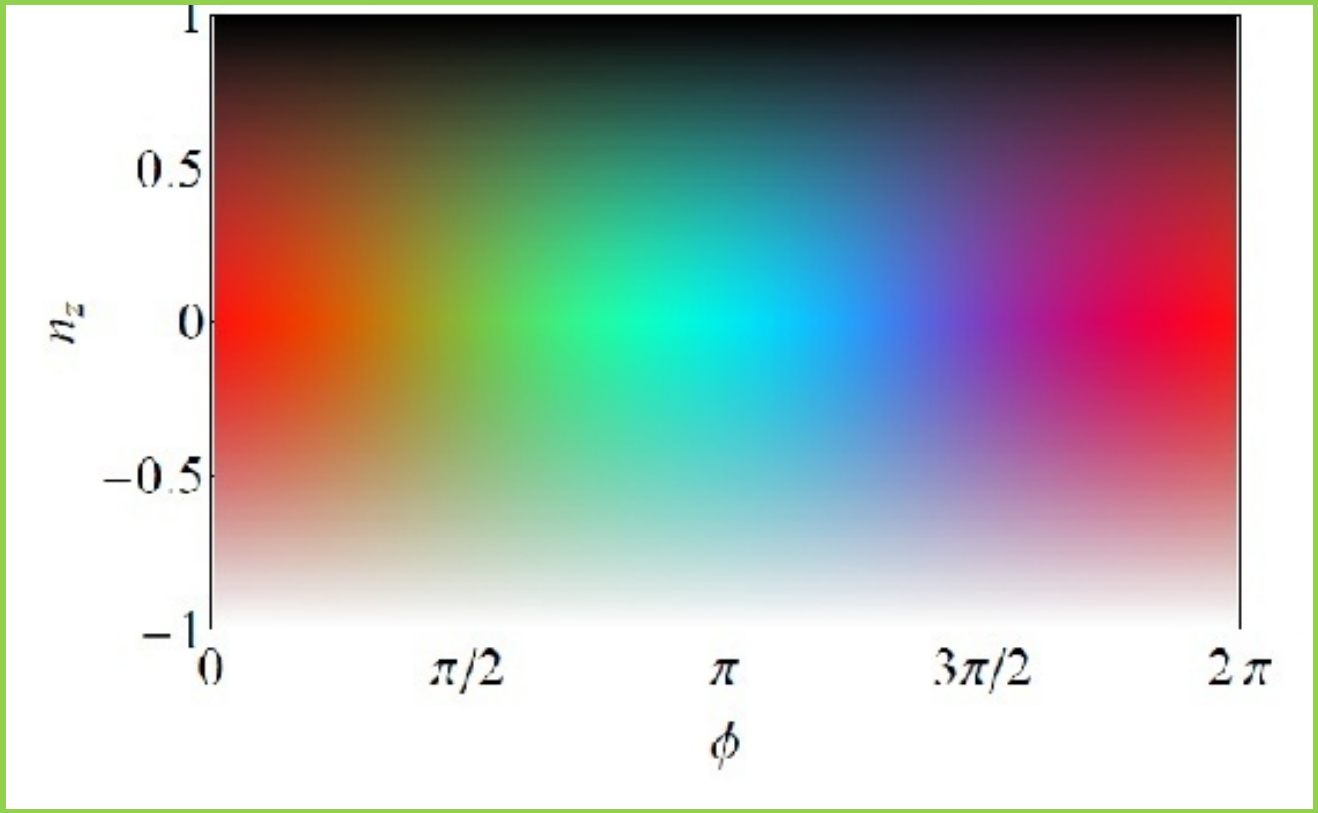


Однозаходная магнитная спираль



Технология высокопроизводительных расчетов на графическом процессоре, Nvidia CUDA.
Вычисления на сетке 2048x1024
Магнитная спираль в окружении лабиринтной структуры

Схема цветов, определяющая направление вектора намагниченности



Магнитная спираль в окружении скирмионной решетки

Асимптотическое поведение структуры спирали при больших значениях r.

Спираль в нулевом поле(D=0,конф.инв.)

$$h = 0, \quad \theta = -\frac{2\pi}{L} r + c_1 + c_2 \ln r + N\varphi + O(\frac{1}{r}),$$

$$\phi = \pi/2 + \varphi - \frac{NL}{2\pi r} + O(\frac{1}{r^2})$$

Двумерная магнитная спираль в магнитном поле

$$\phi = \pi/2 + \varphi - \frac{NL}{2\pi r} + O(\frac{1}{r^2}),$$

$$\theta = \pi - 2am[c_3 + \frac{2K(k)}{L} r - \frac{NK(k)}{\pi} \varphi + O(\frac{1}{r}), k],$$

$$\pi k - 4\sqrt{h}\, E(k) = 0$$

Кноидальная волна с модулем эллип.функции

Магнитная дислокация (h=0)

Точное решение -полосовая структура

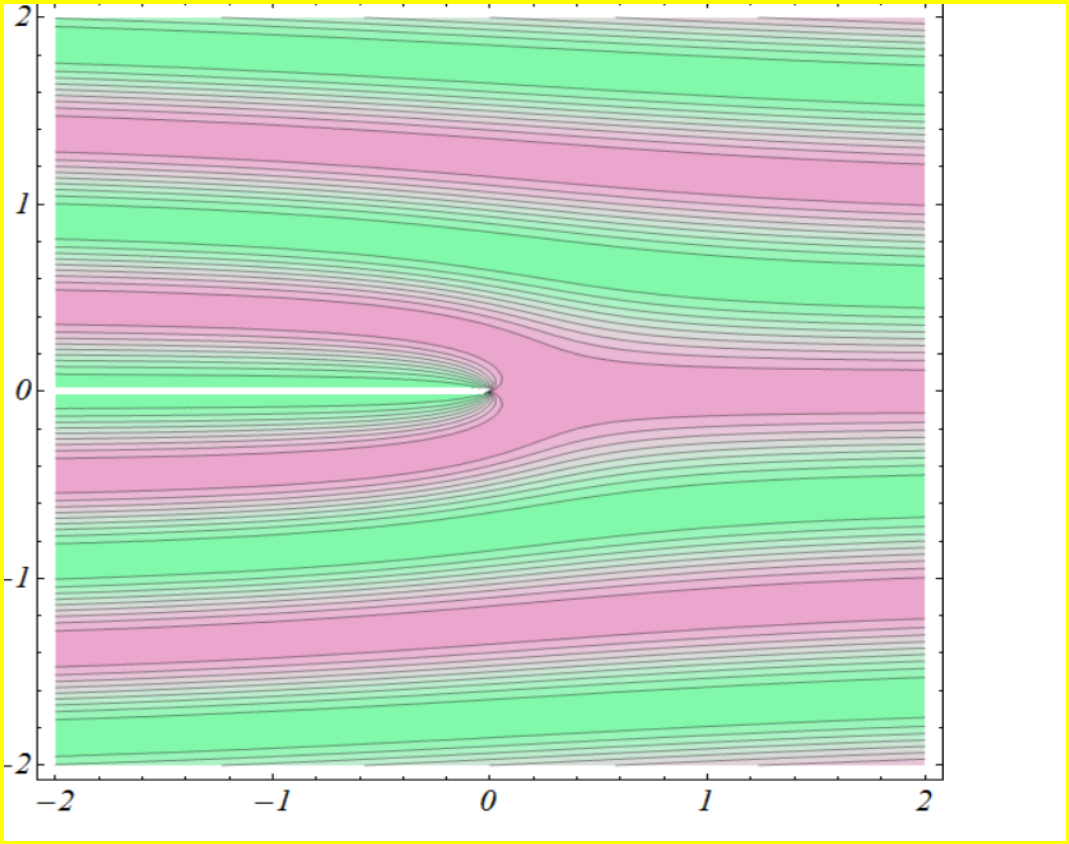
$$h = 0, \Phi = \pi, n_3 = \cos\theta = \cos(\frac{2\pi}{L} y)$$

Асимптотическое решение для структуры дислокации

$$h = 0, \varepsilon << 1,$$

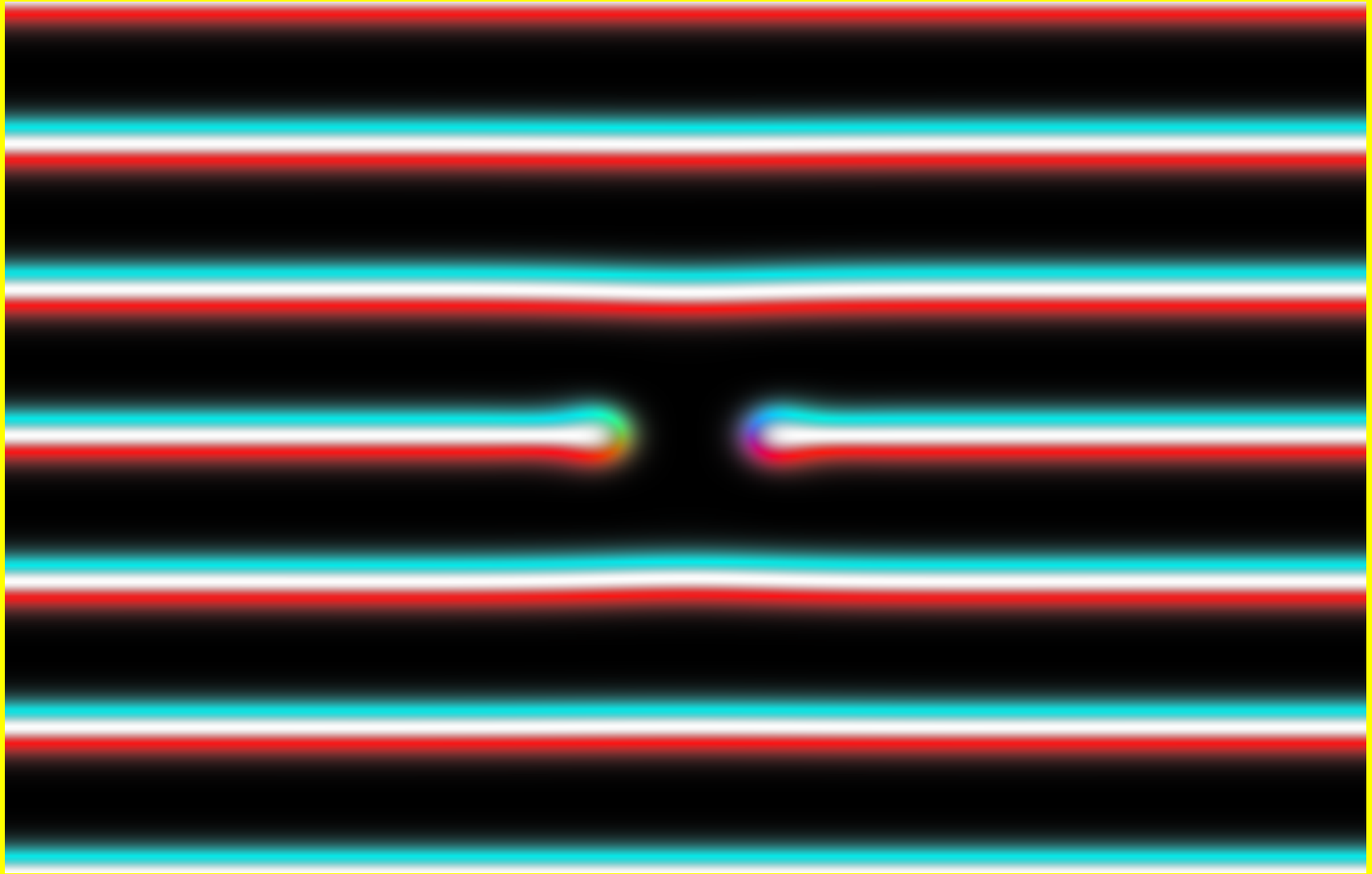
$$\cos\theta = \cos[\frac{2\pi}{L} y + \alpha(\varepsilon x, \varepsilon y)], \Phi = \pi + \varepsilon\beta(\varepsilon x, \varepsilon y)$$

$$\cos\theta = \cos[\frac{2\pi}{L} y + \arg\tan(\frac{x}{y\sqrt{2}})]$$



Магнитный дислокационный диполь-вставка (h=0)

Магнитный дислокационный диполь-щель (h=0.3)



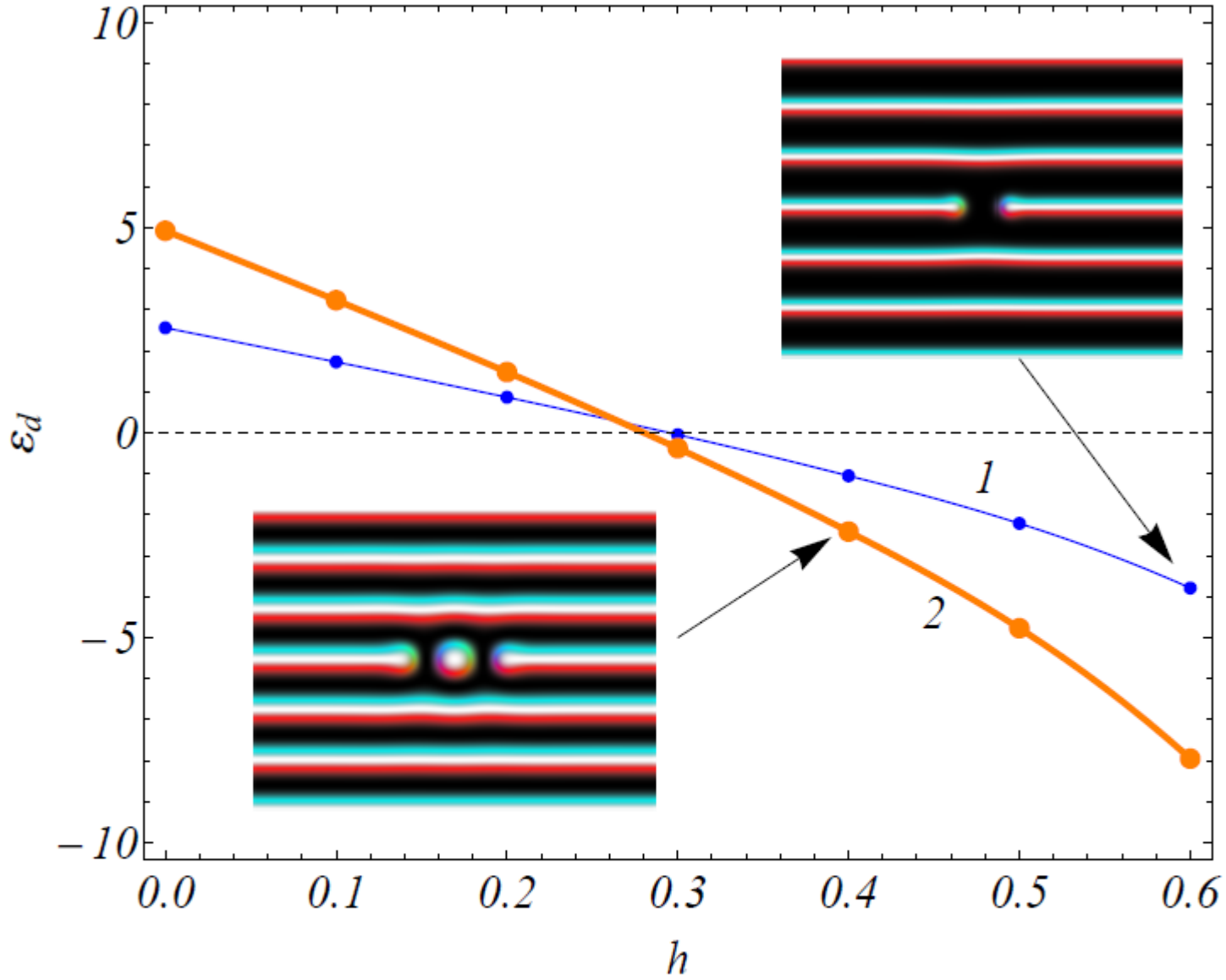
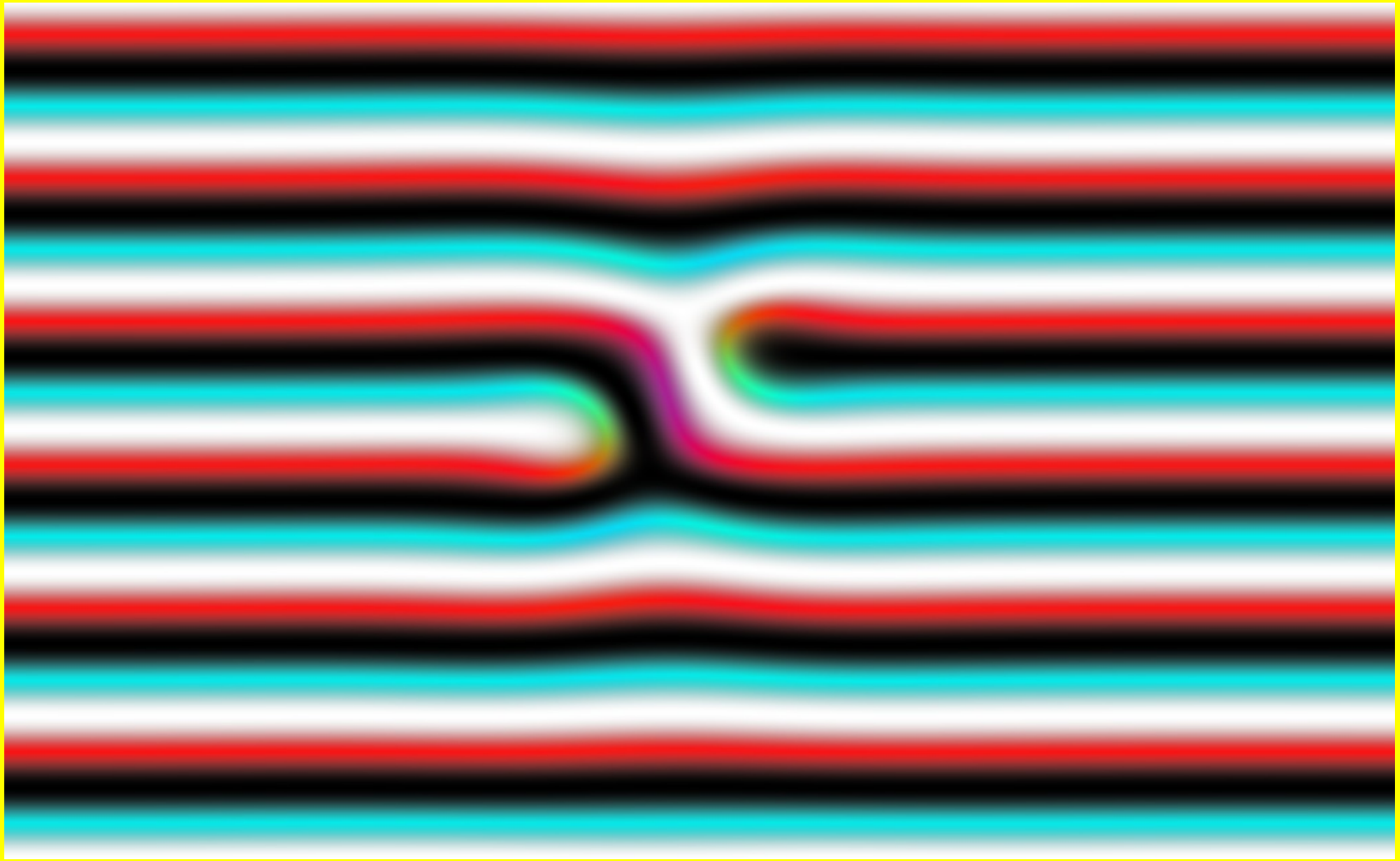


FIG. 3: Energy versus the field for two different defects: thin line - the gap defect, thick line - the double gap defect. The points show the numerical results.

Магнитный дефект в полосовой структуре-
«перемычка» (h=0.15)

Магнитный дефект в полосовой структуре-
«щель с перемычкой» (h=0)



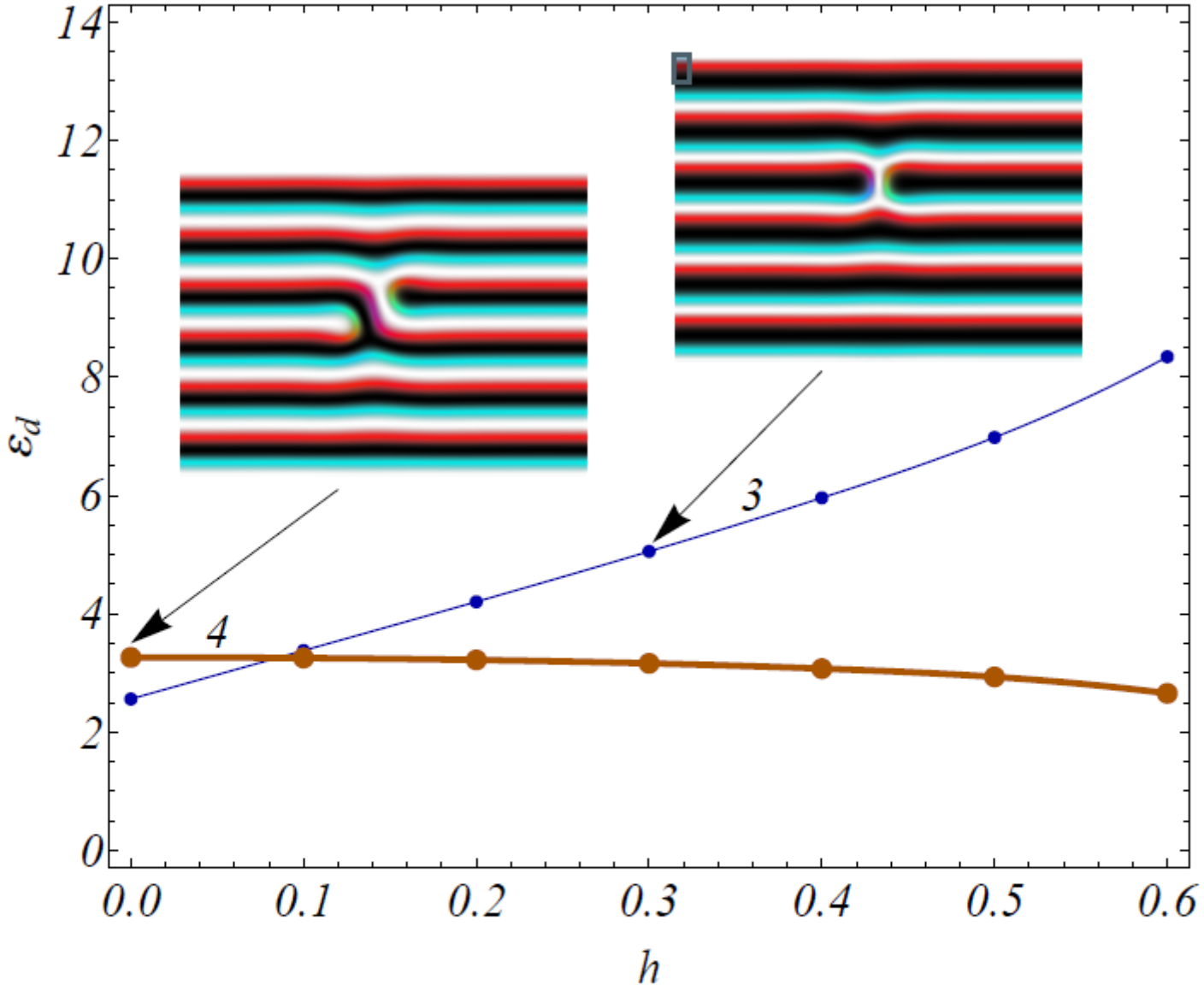
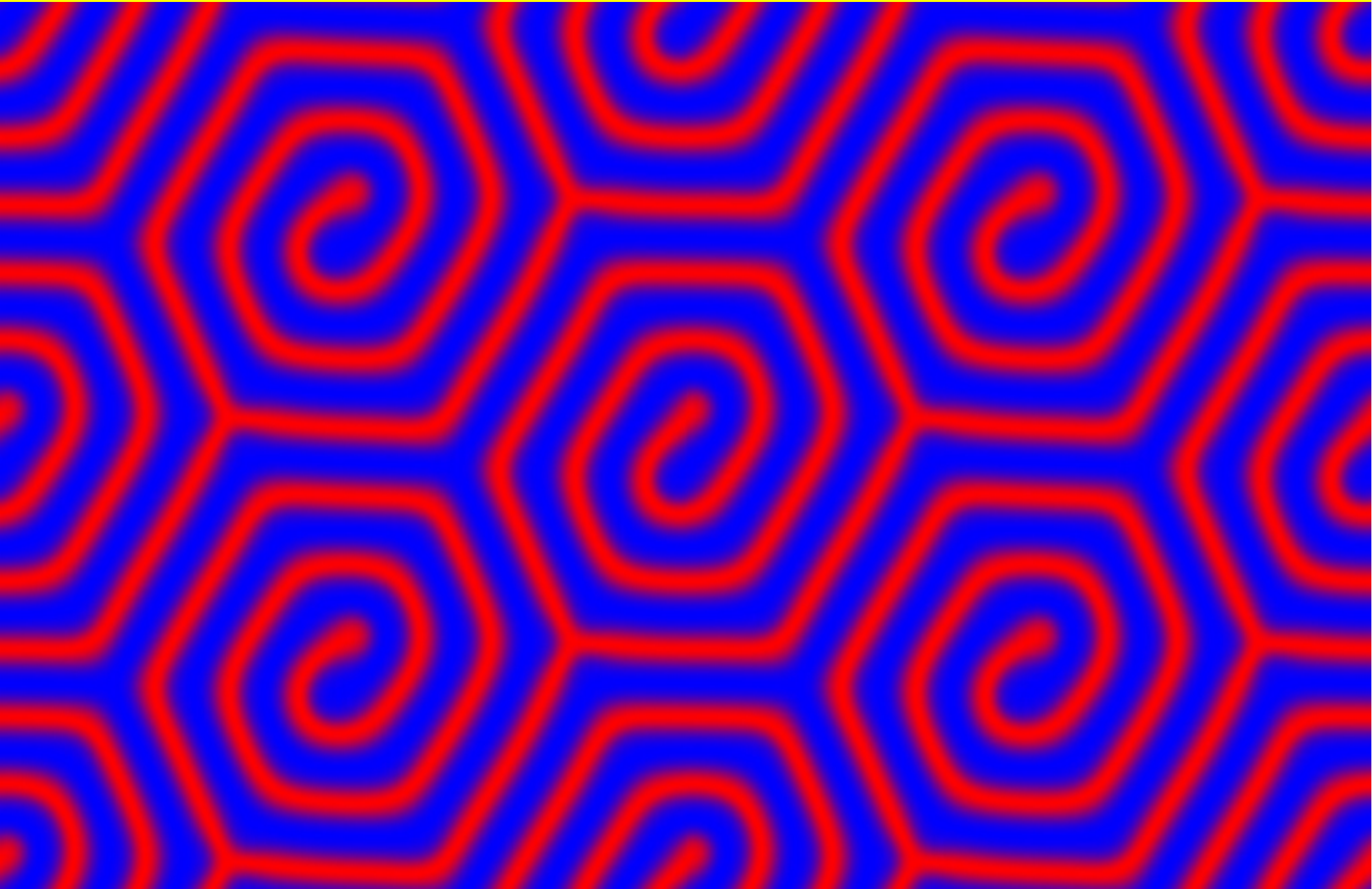
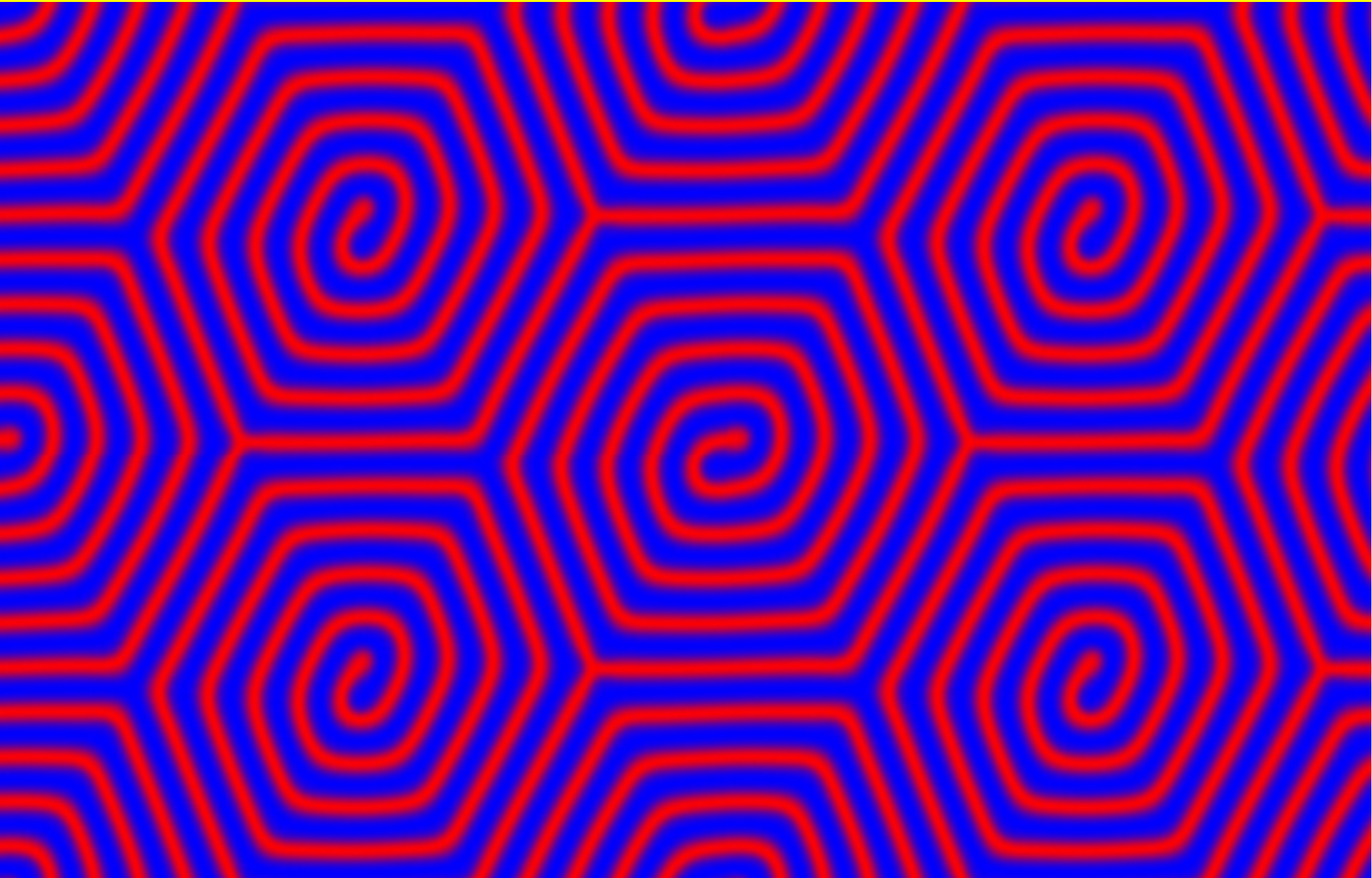


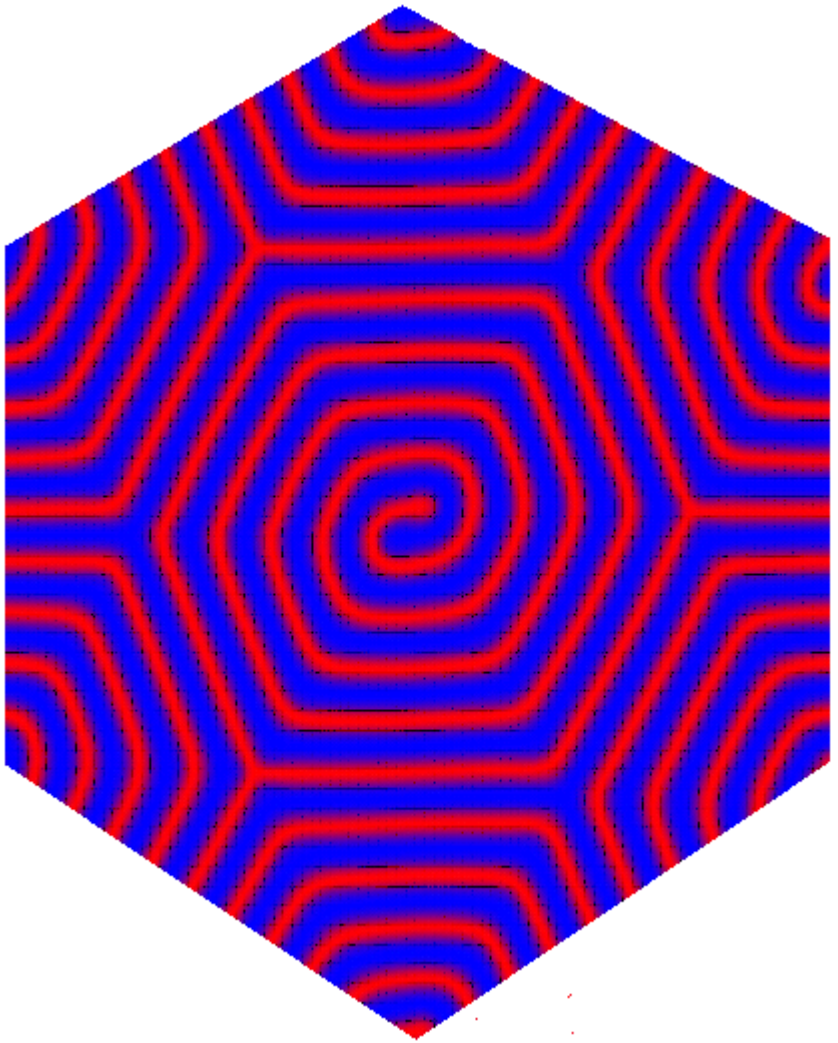
FIG. 4: Energy versus the field for two different defects: thin line - the merge defect, thick line - the merge-gap defect.

Гексогональная решетка из трехвитковых спиралей (h=0,15).
Рыбаков,Борисов .Письма ЖЭТФ (2010)



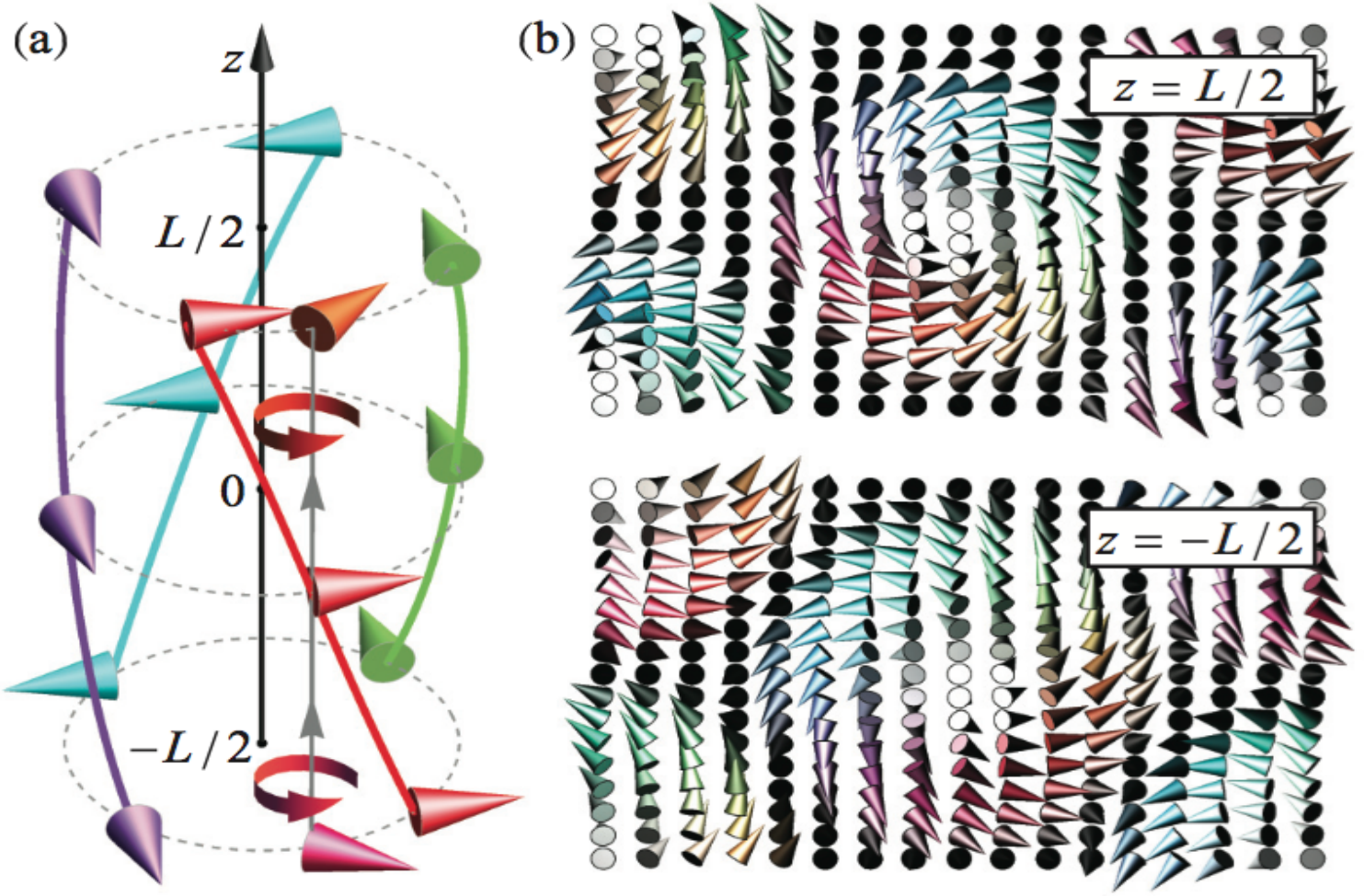
Гексогональная решетка из пятивитковых спиралей (h=0,15). «Арабский орнамент»



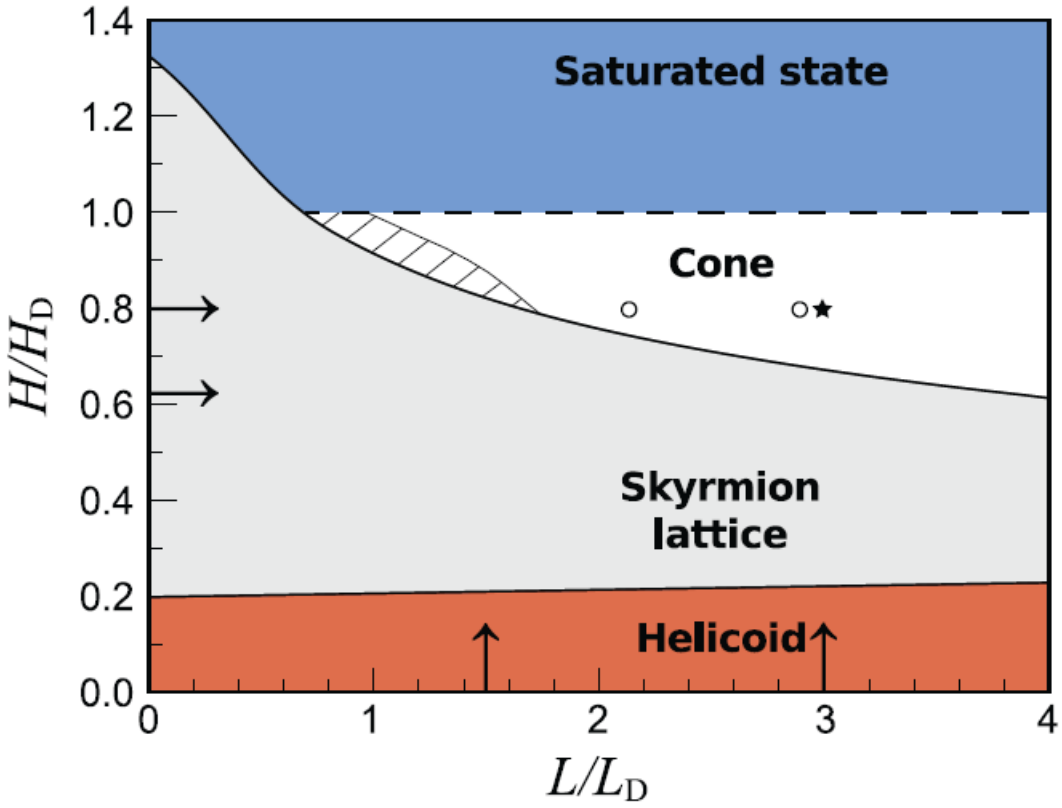


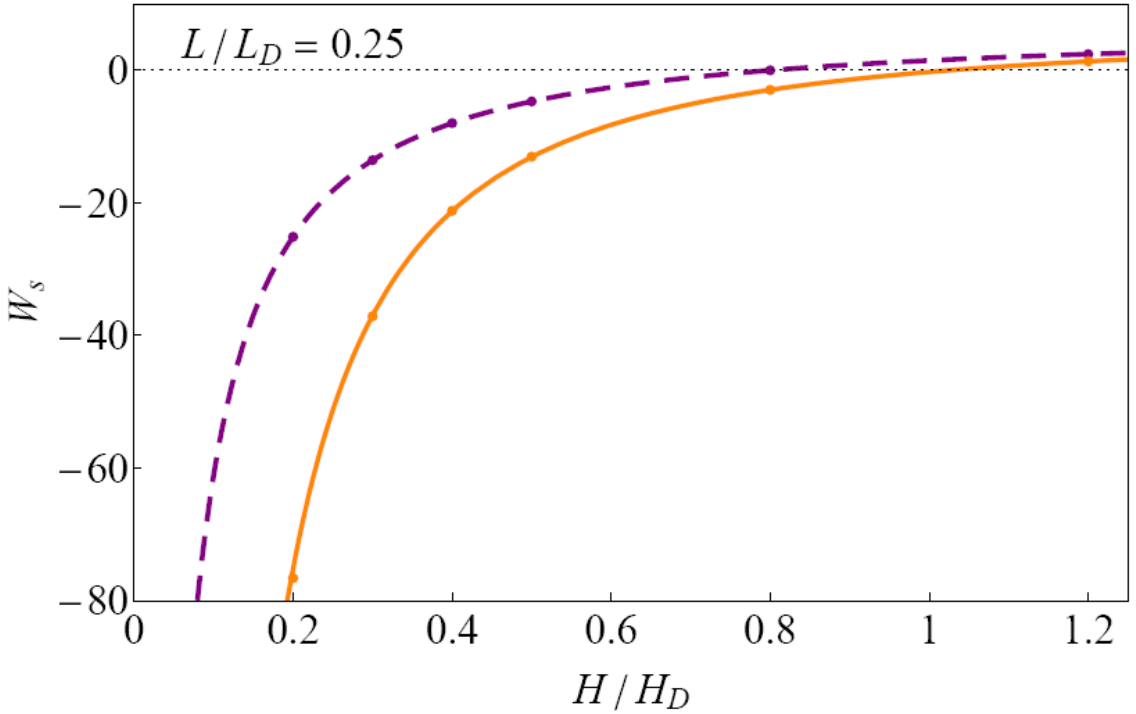
Трехмерные скирмионы в тонких пленках

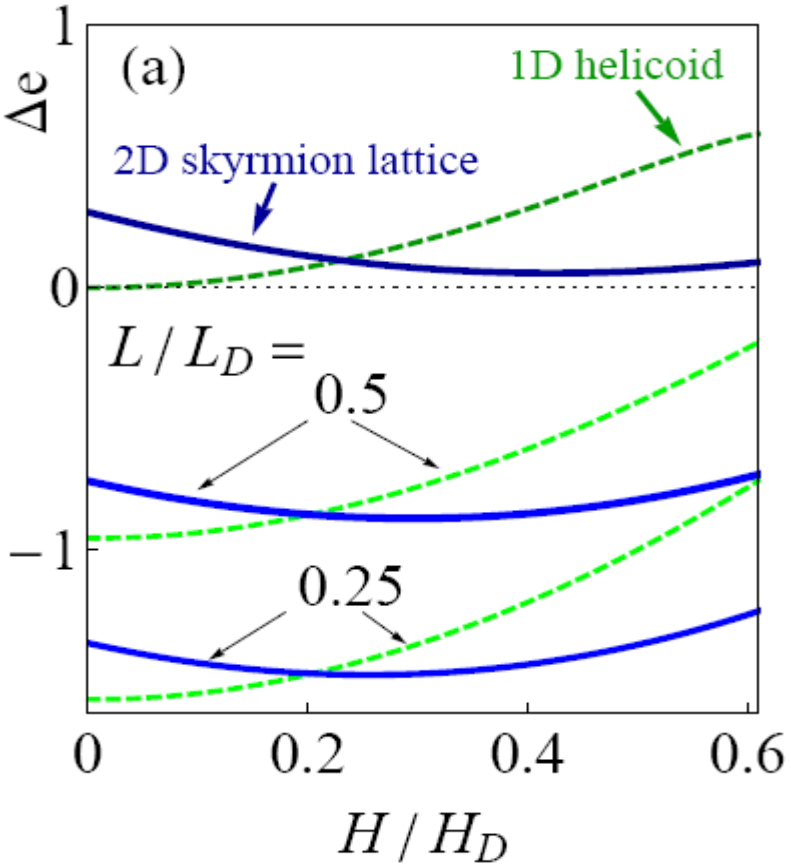
Рыбаков, Борисов, Богданов (PRB, 2013)



Закон больших задач Хаара- Внутри каждой большой задачи сидит маленькая, пытающаяся пробиться наружу. Из книги «Закон Мерфи»

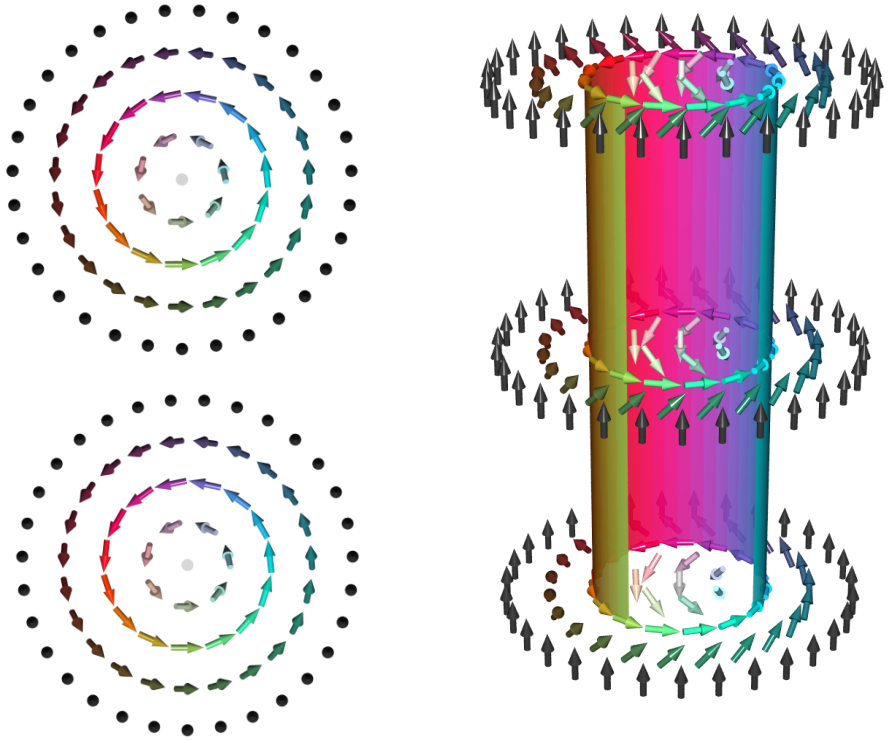

Saturated state
Cone
Skyrmion lattice
Helicoid
H/H_D
L/L_D


$L/L_D = 0.25$
W_s
H/H_D

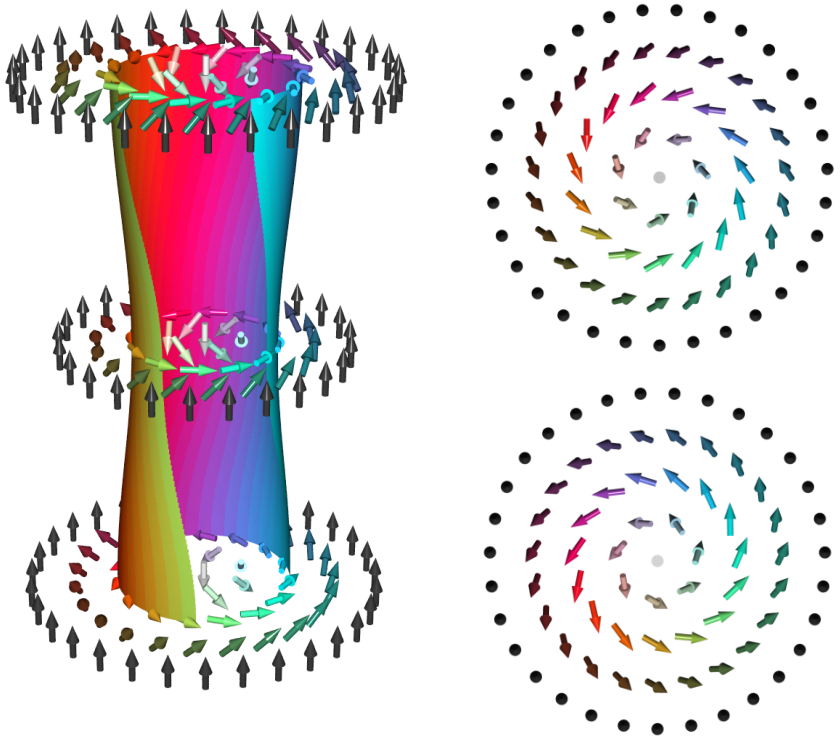

(a)
1D helicoid
2D skyrmion lattice
Δe
$L/L_D =$
0.5
0.25
H/H_D

Chiral surface twist

Homogeneous skyrmion tube



Skyrmion tube in film of isotropic ChM



F.N. Rybakov, et al. PRB **87** 094424 (2013)

Mitglied der Helmholtz-Gemeinschaft

$$\theta = \theta(r), \Phi = \varphi + \frac{\pi}{2} + \Psi(z)$$

$$w = A(\theta_{,r}{}^2 + \frac{\sin^2\theta}{r^2}) + D\cos\Psi(z)(\theta_{,r} + \frac{\sin 2\theta}{2r}) - HM\cos\theta + \sin^2\theta(A\Psi_{,z}{}^2(z) - D\Psi_{,z})$$

$$\theta(r) \to \pi(1 - r/R), \Psi(z) \to kz, \cdot \quad \sin^2\theta(A\Phi^2{}_{,z} - D\Phi_{,z}) \Rightarrow -\sin^2\theta D^2/4/A, k = \frac{D}{2A}$$

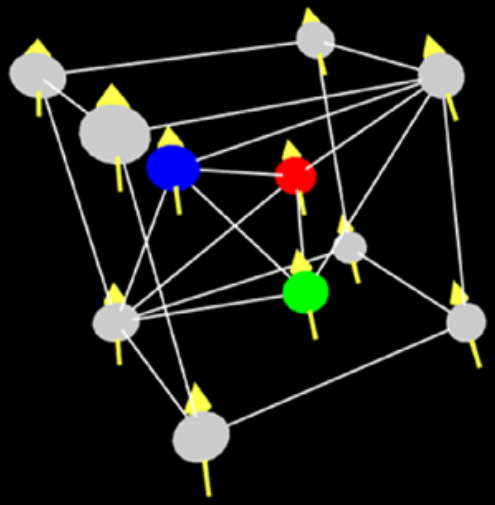
$$\Delta = -w(\Psi(z) \to 0)L + \int_{-L/2}^{L/2} w(\Psi(z) \to kz)dz,$$

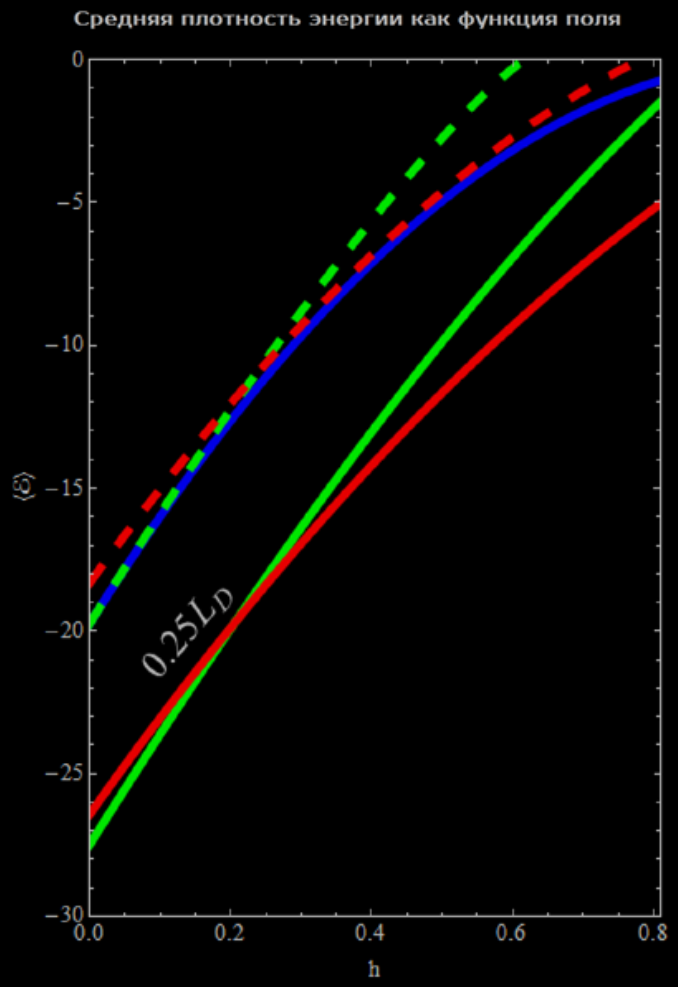
$$gain = \int_0^R \Delta dr \Rightarrow a\pi(2L_D - R) - 2L_D \sin a\pi,$$

$$L \to aL_D, gain < 0, R < \frac{L_D}{2}$$

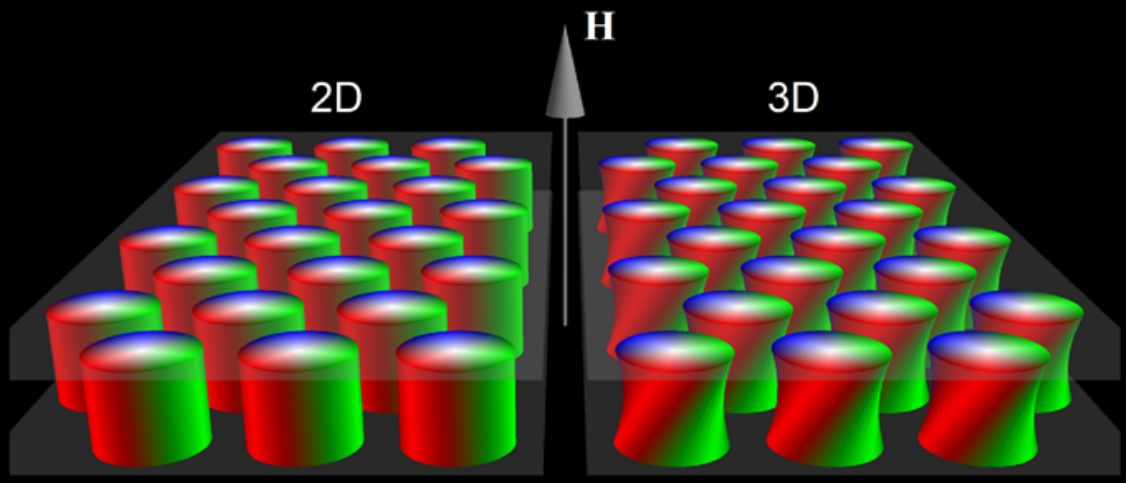
Измеряй микрометром. Отмечай мелом. Отрубай топором. (Закон точности Рэя)

Скирмионная решетка в пленках гелимагнетиков

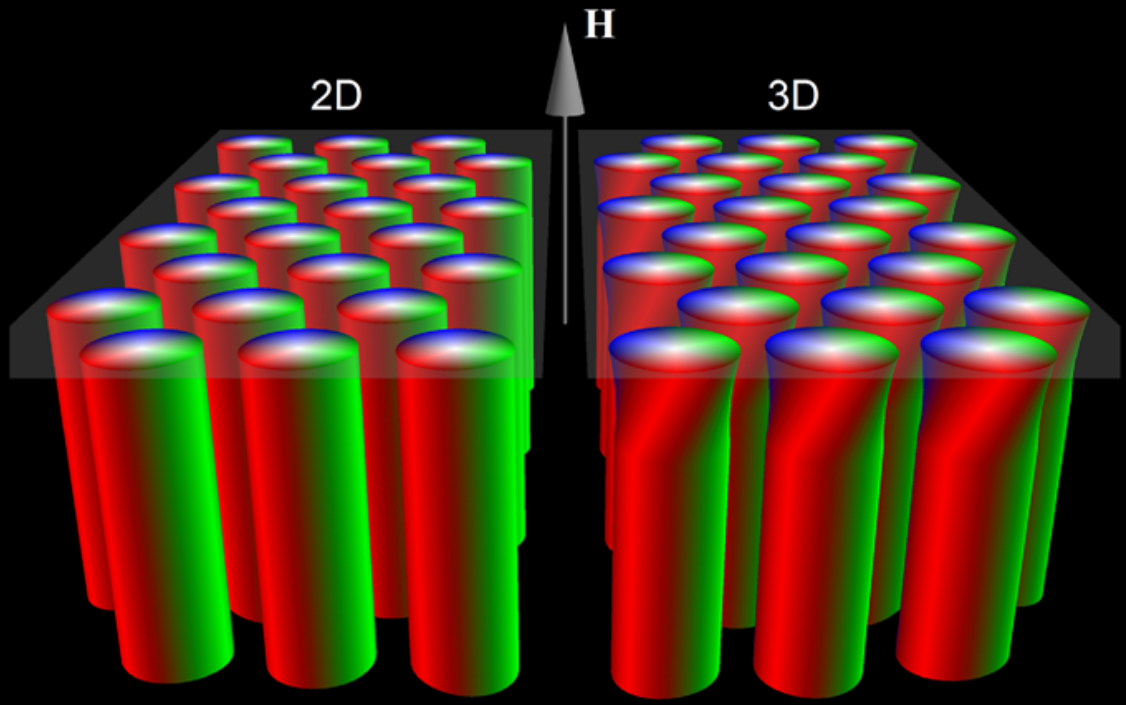




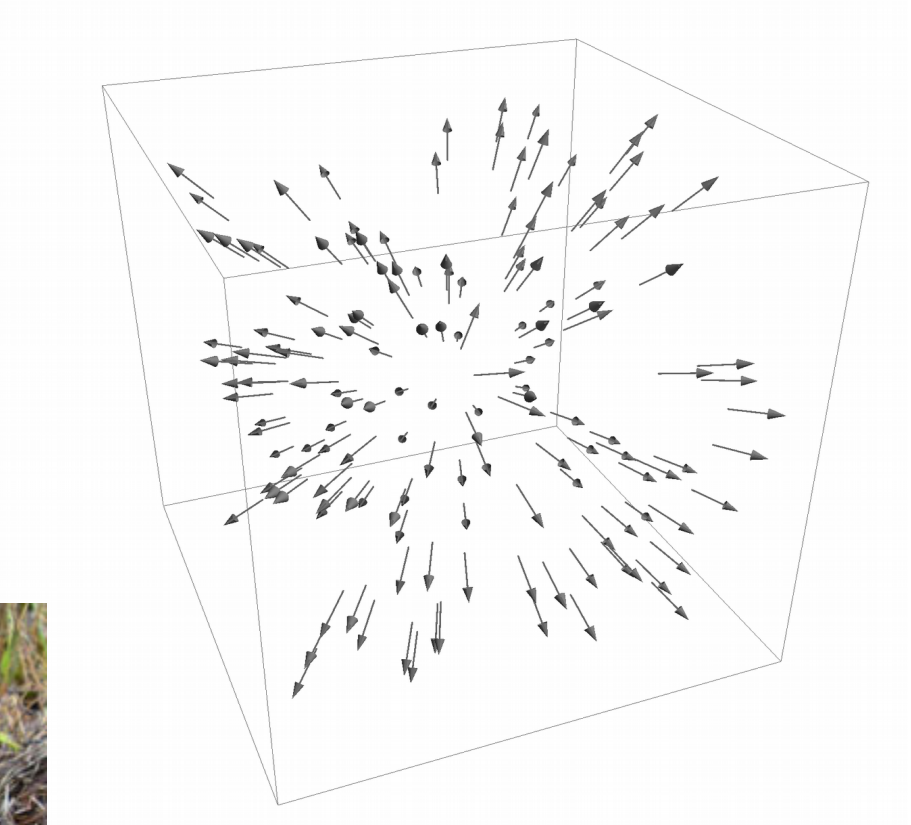
1) Пленка толщины ~ (0.2 ÷ 0.8)L_D



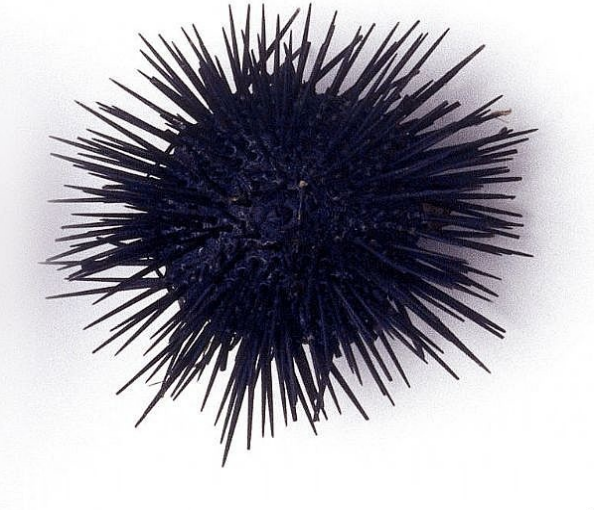
2) Поверхность толстой пленки



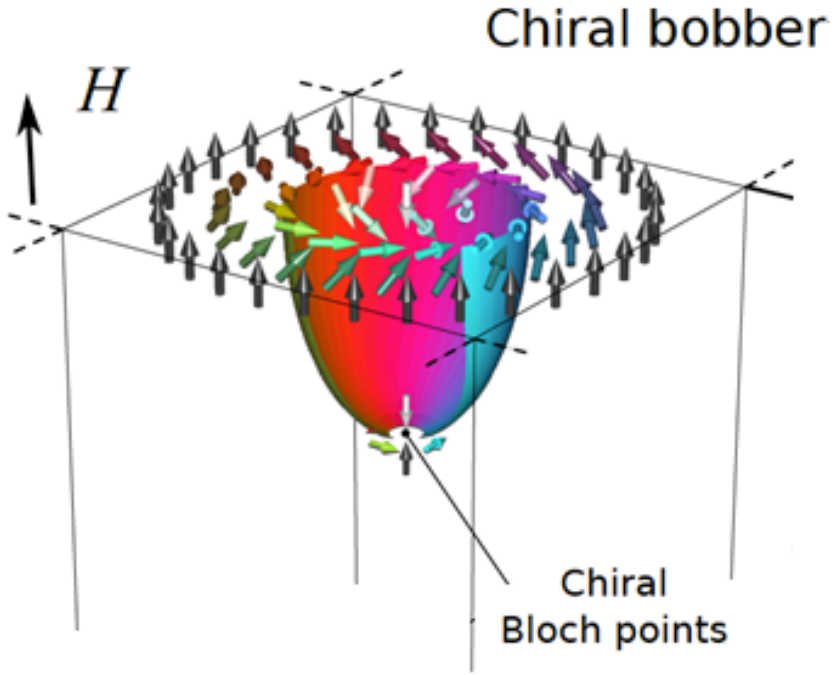
Трехмерные (*3D*) вихревые структуры в ферромагнетике

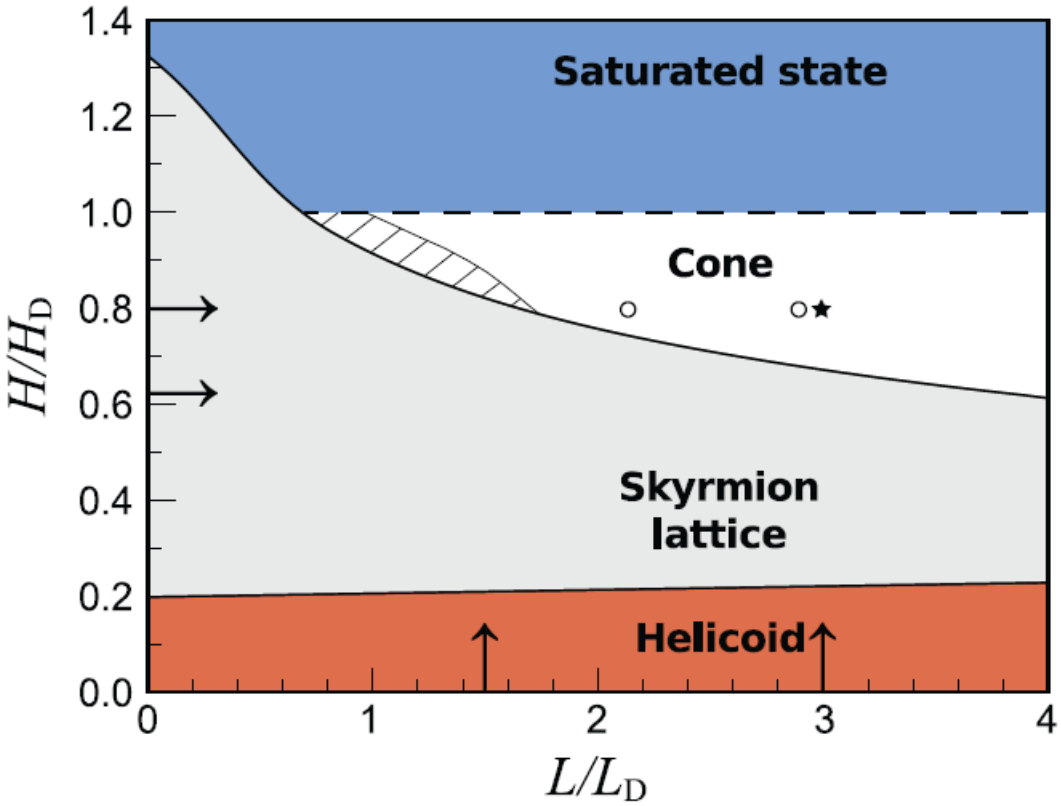


Магнитный ёж



Chiral bobbers

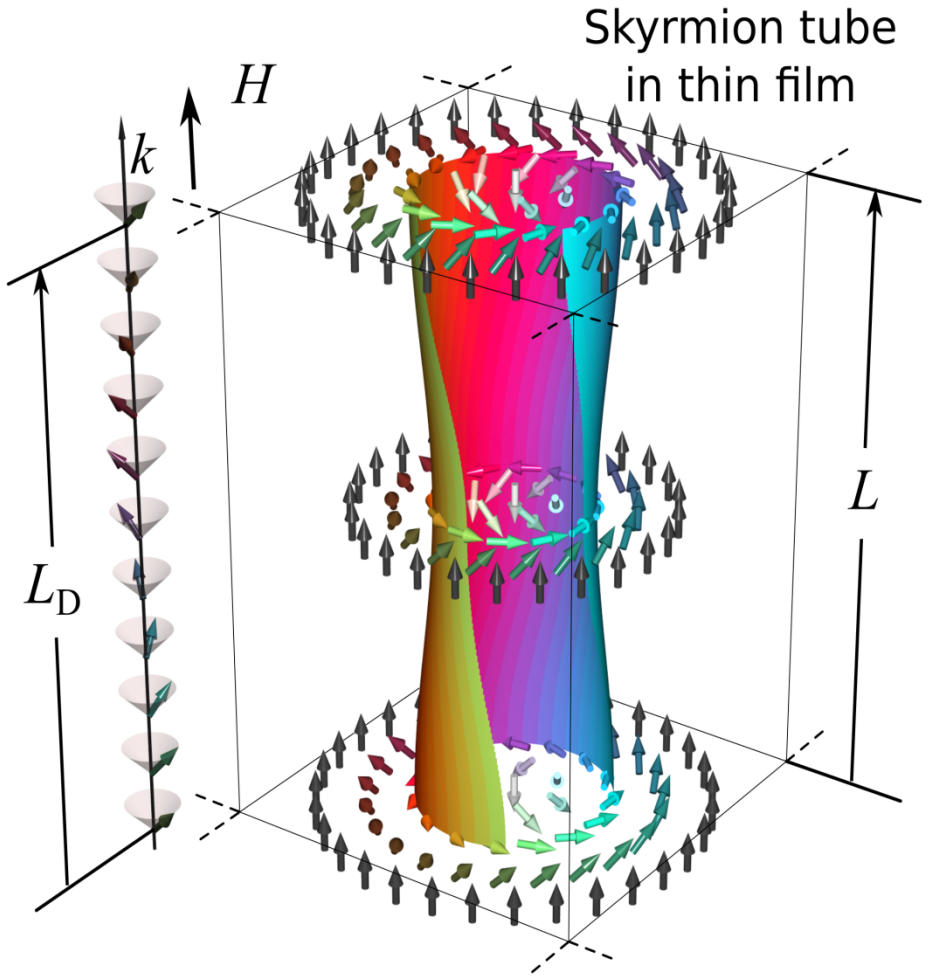


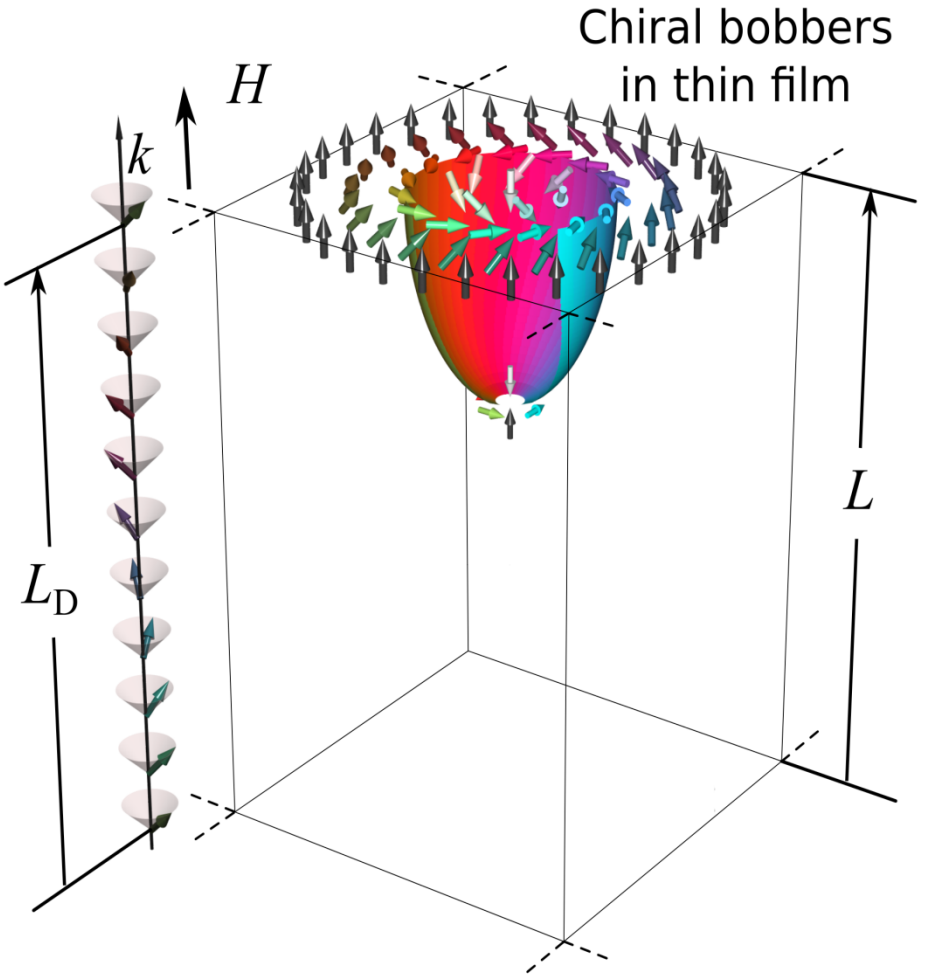


F.N. Rybakov, A.B. Borisov, S. Blügel, N.S. Kiselev New Type of Stable Particlelike States in Chiral Magnets. Phys. Rev. Lett. 115, 117201 (2015)

New spiral state and skyrmion lattice in 3D model of chiral magnets **arXiv:1601.05752**

Mitglied der Helmholtz-Gemeinschaft


Skyrmion tube
in thin film
H
k
L
L_D


Chiral bobbers
in thin film
H
k
L
L_D

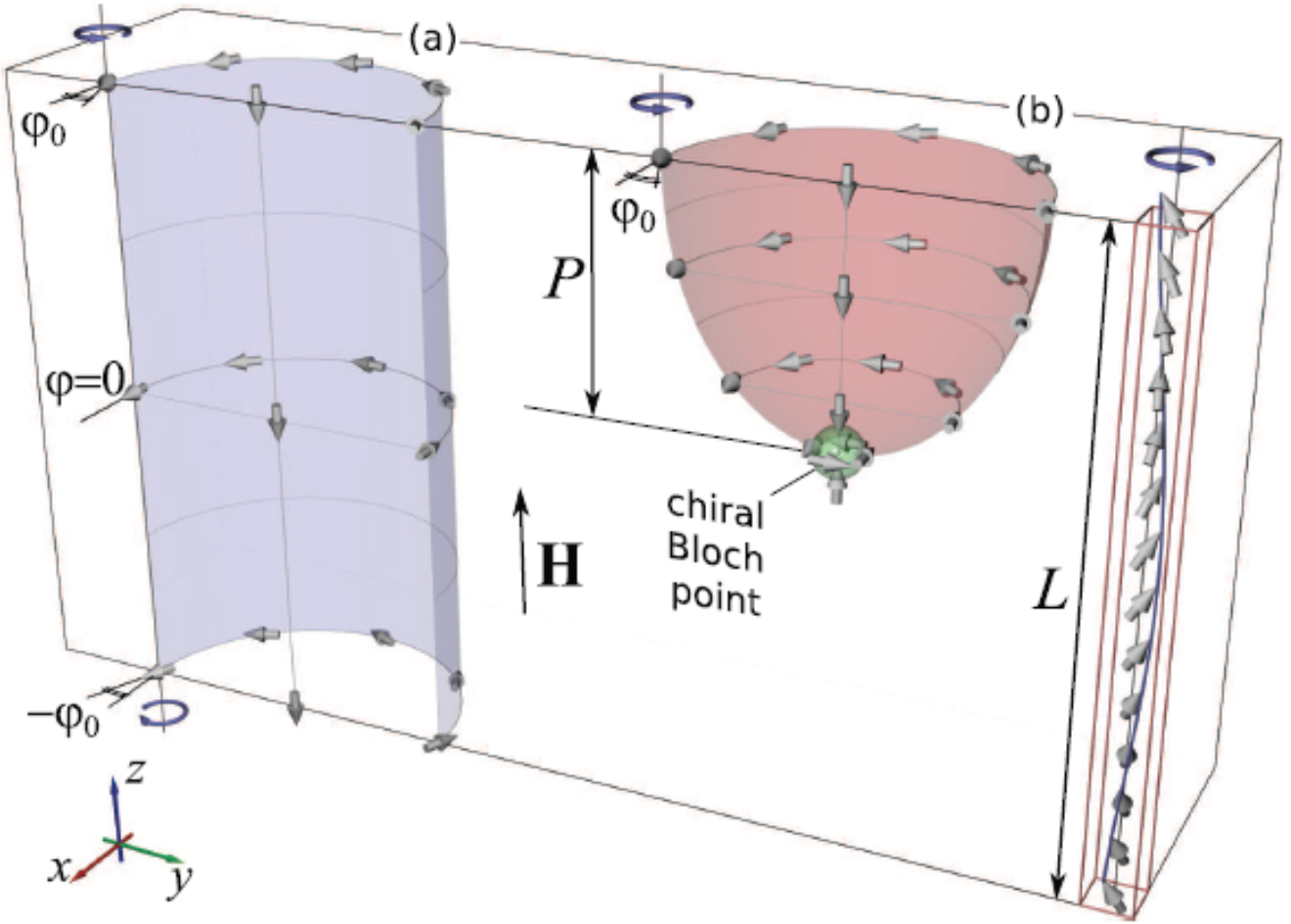
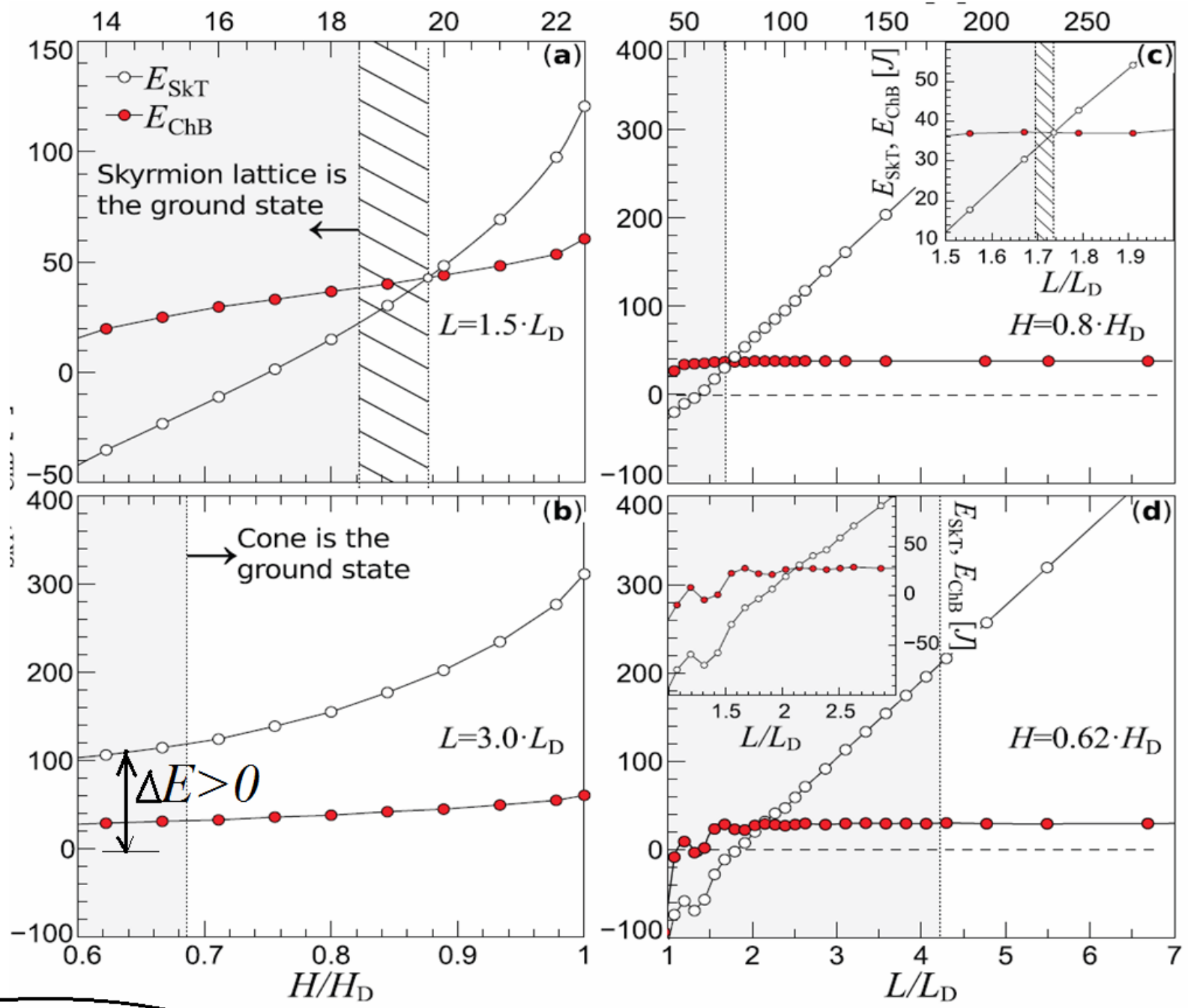


Figure 2. Schematic representation of the vector field and cross sections of corresponding isosurfaces ($n_z = 0$) for skyrmion tube (SkT) (a) and chiral bobber (ChB) (b).


(a)
E_{SkT}
E_{ChB}
Skyrmion lattice is the ground state
$L=1.5\cdot L_D$
(b)
Cone is the ground state
$L=3.0\cdot L_D$
$\Delta E>0$
H/H_D
(c)
E_{SkT}, E_{ChB} [J]
L/L_D
$H=0.8\cdot H_D$
(d)
E_{SkT}, E_{ChB} [J]
L/L_D
$H=0.62\cdot H_D$

Притяжение

Интересные особенности

1) Нет топологической защиты, но стабильность к возмущениям, термическая стабильность.

2) Приповерхностный 3D солитон уравнений Ландау-Лифшица (с инвариантами Лифшица)

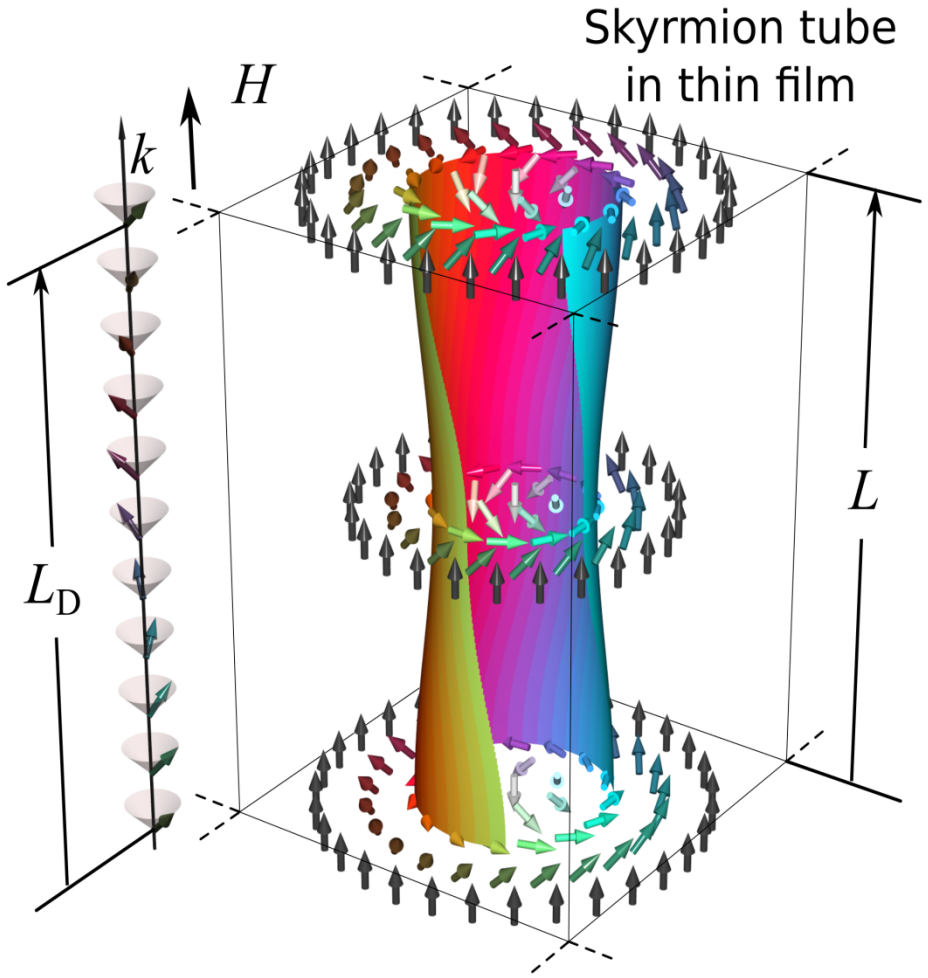
3) Локализован вблизи свободной границы (либо интерфейса). Слабо чувствителен к поверхностным взамодействиям, приводящим к изменению констант обменных, спин-орбитальных и др. взаимодействий для поверхностного слоя магнитных атомов.

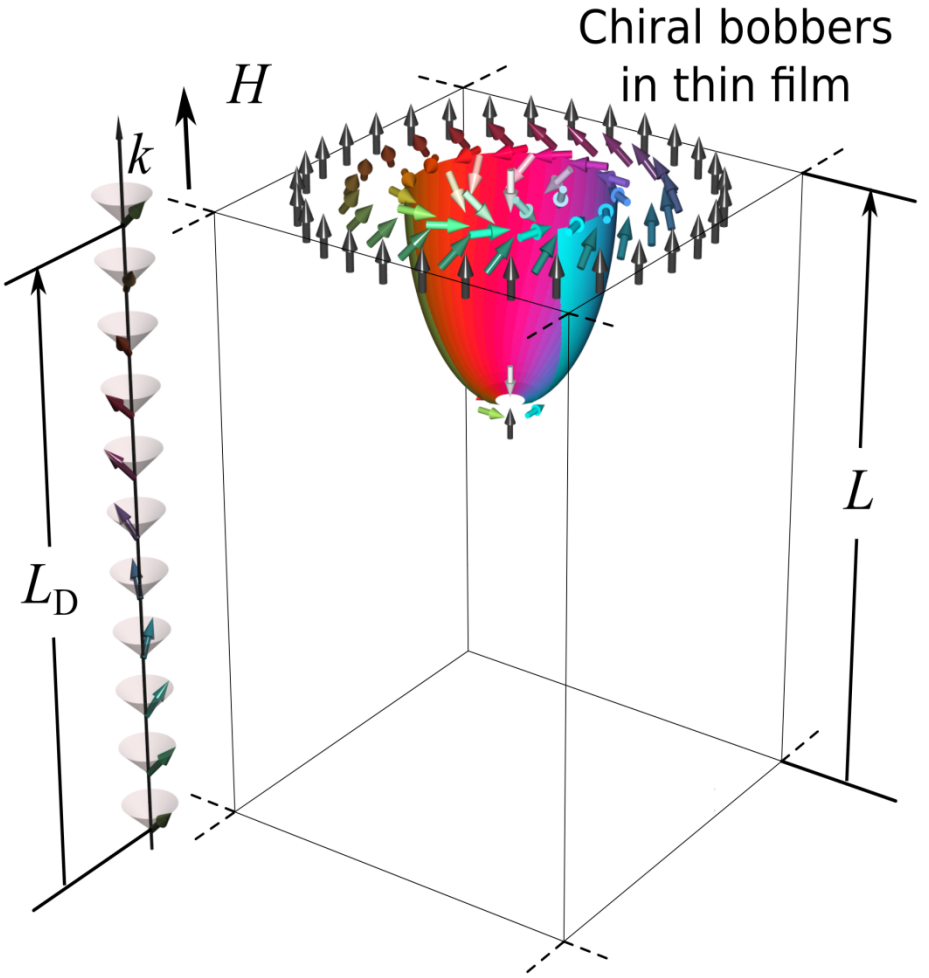
Некоторые аналогии

1) Blaha, Воловик, Минеев (1976). Вихревая трубка со свободным концом в А-фазе He^3. Обрезанное решение. На конце - ЁЖ.

2) Оборванная ДГ в легкоплоскостном магнетике - Борисов, Шагалов, Танкеев (ФТТ-1989)

3) Несквозной ЦМД в композитной ферромагнитной пленке.


Skyrmion tube
in thin film
H
k
L
L_D


Chiral bobbers
in thin film
H
k
L
L_D

Спасибо за внимание и терпение.