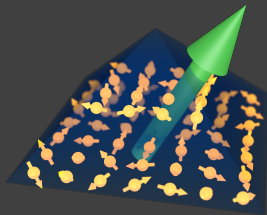


Теория спиновых флуктуаций в полупроводниках

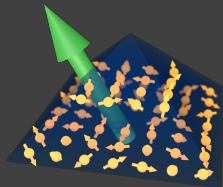
М.М. Глазов

ФТИ им. А.Ф. Иоффе Российской Академии Наук,
Санкт-Петербург

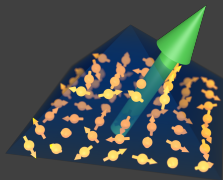


Международная зимняя школа физиков-теоретиков «Коуровка - XXXVIII»
«Гранатовая бухта», Верхняя Сысерть, 23 — 29 февраля 2020 года

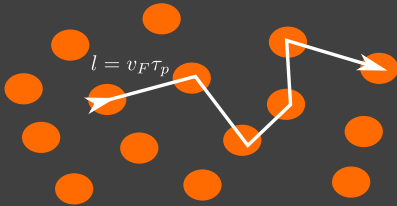
- 1 История вопроса
- 2 Введение в теорию флуктуаций
- 3 Электронные и ядерные спиновые флуктуации
 - Модель центрального спина
 - Спиновые флуктуации в режиме прыжков
 - Эффекты обменного взаимодействия
 - Спиновые флуктуации ядер основной решетки
- 4 Спиновые шумы в неравновесных условиях
 - Квантовый парадокс Зенона
 - Шумы электронов в условиях поляризации ядер
- 5 Оптическая спектроскопия спиновых шумов
- 6 Заключение



- 1 История вопроса
- 2 Введение в теорию флуктуаций
- 3 Электронные и ядерные спиновые флуктуации
 - Модель центрального спина
 - Спиновые флуктуации в режиме прыжков
 - Эффекты обменного взаимодействия
 - Спиновые флуктуации ядер основной решетки
- 4 Спиновые шумы в неравновесных условиях
 - Квантовый парадокс Зенона
 - Шумы электронов в условиях поляризации ядер
- 5 Оптическая спектроскопия спиновых шумов
- 6 Заключение



Velocity: $\delta v(t) = \delta v(0)e^{-t/\tau_p}$



Velocity/current noise:

$$\langle \delta v_x(t) \delta v_x(0) \rangle = \frac{v_F^2}{2} e^{-|t|/\tau_p} \quad (2D)$$

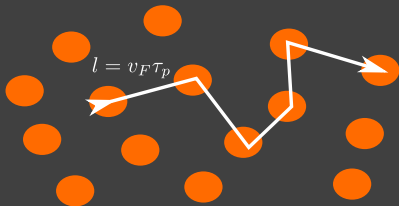
Conductivity

$$\sigma'(\omega) \propto \int_0^\infty \langle \delta v_x(t) \delta v_x(0) \rangle e^{i\omega t} dt$$

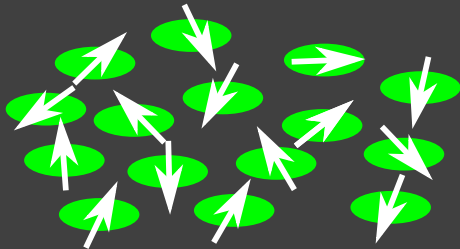
Johnson, Nyquist (1928)

Fluctuation dissipation theorem: Callen, Welton (1951)

Velocity: $\delta v(t) = \delta v(0)e^{-t/\tau_p}$



Spin: $\delta s(t) = \delta s(0)e^{-t/\tau_s}$



Velocity/current noise:

$$\langle \delta v_x(t) \delta v_x(0) \rangle = \frac{v_F^2}{2} e^{-|t|/\tau_p} \quad (2D)$$

Spin noise:

$$\langle \delta s_z(t) \delta s_z(0) \rangle = \frac{1}{4} e^{-|t|/\tau_s}$$

Conductivity

$$\sigma'(\omega) \propto \int_0^\infty \langle \delta v_x(t) \delta v_x(0) \rangle e^{i\omega t} dt$$

Spin susceptibility

$$\mu''_{zz}(\omega) \propto \int_{-\infty}^\infty \langle \delta s_z(t) \delta s_z(0) \rangle e^{i\omega t} dt$$

Johnson, Nyquist (1928)

Bloch (1946)

Fluctuation dissipation theorem: Callen, Welton (1951)

Unpolarized electron

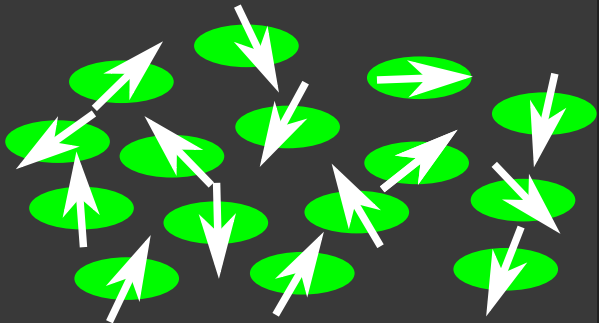
$$\langle s_x \rangle = \langle s_y \rangle = \langle s_z \rangle = 0, \quad \text{but} \quad \langle s_x^2 \rangle = \langle s_y^2 \rangle = \langle s_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \times s(s+1) = \frac{1}{4}$$

Electron ensemble (N_e independent electrons)

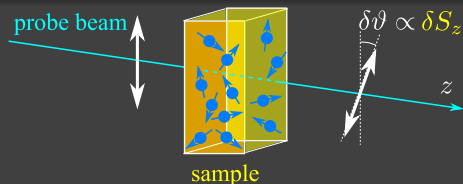
$$\sqrt{\langle S_i^2 \rangle} = \sqrt{N_e} \sqrt{\langle s_i^2 \rangle}$$

$$= \frac{\sqrt{N_e}}{2}$$

$$i = x, y, z$$



Experiment by Aleksandrov and Zapasskii



$$\left. \begin{aligned} \langle \vartheta_{\mathcal{K}}(t) \vartheta_{\mathcal{K}}(t') \rangle \\ \langle \vartheta_{\mathcal{F}}(t) \vartheta_{\mathcal{F}}(t') \rangle \end{aligned} \right\} \propto \langle \delta S_z(t) \delta S_z(t') \rangle$$

Magnetic resonance in the Faraday-rotation noise spectrum

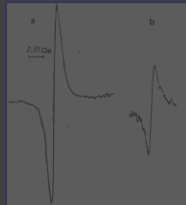
E. B. Aleksandrov and V. S. Zapasskii

(Submitted 23 January 1981)

Zh. Eksp. Teor. Fiz. 81, 132-138 (July 1981)

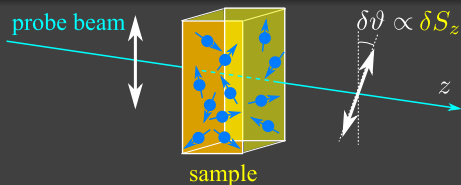
A maximum at the magnetic resonance frequency of sodium atoms in the ground state is observed near the 5896 Å absorption line in the fluctuation spectrum of the azimuth of the polarization plane of light crossing a magnetic field in sodium vapor. The experiment is a demonstration of a new EPR method which does not require in principle magnetic polarization of the investigated medium, nor the use of high-frequency or microwave fields to induce the resonance.

Na vapors



Direct detection of spin fluctuations by Faraday effect: polarization plane rotation angle $\vartheta_{\mathcal{F},\mathcal{K}}$ is proportional to the instant sample magnetization δS_z

Spin noise spectrum: $(\delta S_z^2)_\omega \propto (\delta \vartheta^2)_\omega$ (usually measured)



$$\left. \begin{aligned} \langle \vartheta_{\mathcal{K}}(t) \vartheta_{\mathcal{K}}(t') \rangle \\ \langle \vartheta_{\mathcal{F}}(t) \vartheta_{\mathcal{F}}(t') \rangle \end{aligned} \right\} \propto \langle \delta S_z(t) \delta S_z(t') \rangle$$

Magnetic resonance in the Faraday-rotation noise spectrum

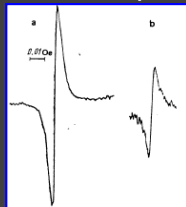
E. B. Aleksandrov and V. S. Zapasskii

(Submitted 23 January 1981)

Zh. Eksp. Teor. Fiz. **81**, 132–138 (July 1981)

A maximum at the magnetic resonance frequency of sodium atoms in the ground state is observed near the 5896 Å absorption line in the fluctuation spectrum of the azimuth of the polarization plane of light crossing a magnetic field in sodium vapor. The experiment is a demonstration of a new EPR method which does not require in principle magnetic polarization of the investigated medium, nor the use of high-frequency or microwave fields to induce the resonance.

Na vapors

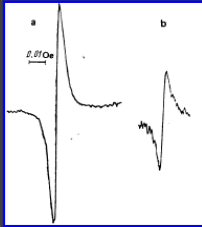


Direct detection of spin fluctuations by Faraday effect: polarization plane rotation angle $\vartheta_{\mathcal{F},\mathcal{K}}$ is proportional to the instant sample magnetization δS_z

Spin noise spectrum: $(\delta S_z^2)_\omega \propto (\delta \vartheta^2)_\omega$ (usually measured)

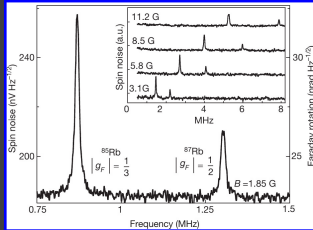
Spin noise spectroscopy: overview

atomic gas (Na)



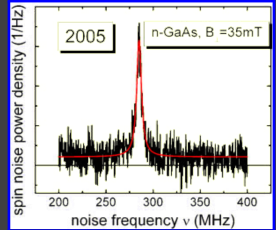
Aleksandrov, Zapasskii (1981)

atomic gas (Rb)



Crooker et al. (2004)

bulk GaAs



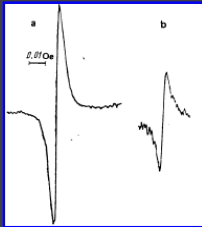
Oestreich et al. (2005)

Spin noise spectrum

$$(\delta S_z^2)_\omega \propto \frac{1}{1 + (\omega - \Omega_B)^2 \tau_S^2}$$

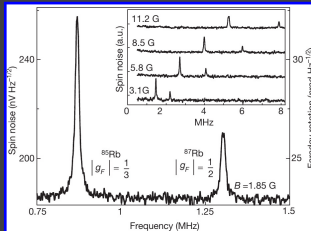
Spin noise spectroscopy: overview

atomic gas (Na)



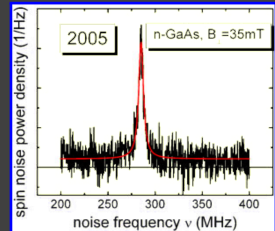
Aleksandrov, Zapasskii (1981)

atomic gas (Rb)



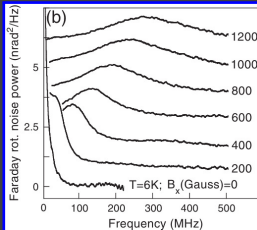
Crooker et al. (2004)

bulk GaAs



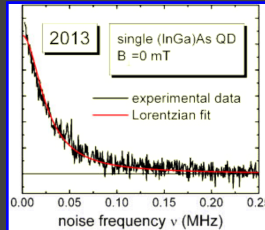
Oestreich et al. (2005)

quantum dot ensemble



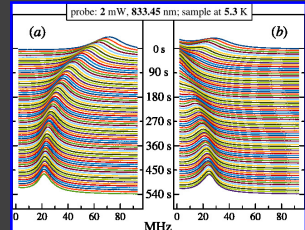
Li et al. (2010)

single quantum dot



Dahbashi et al. (2013)

microcavity



Ryzhov et al. (2015)

Direct measurement of the Larmor frequency and spin relaxation time

- 1 История вопроса
- 2 Введение в теорию флуктуаций**
- 3 Электронные и ядерные спиновые флуктуации
 - Модель центрального спина
 - Спиновые флуктуации в режиме прыжков
 - Эффекты обменного взаимодействия
 - Спиновые флуктуации ядер основной решетки
- 4 Спиновые шумы в неравновесных условиях
 - Квантовый парадокс Зенона
 - Шумы электронов в условиях поляризации ядер
- 5 Оптическая спектроскопия спиновых шумов
- 6 Заключение

Classical random variables (steady, but possibly non-equilibrium state)

Average

$$\langle \delta S_\alpha(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \delta S_\alpha(t) dt, \quad \alpha = x, y, z$$

Second order correlation functions

$$C_{\alpha\beta}(\tau) = \langle \delta S_\alpha(t + \tau) \delta S_\beta(t) \rangle$$

In quantum mechanics

$$C_{\alpha\beta}(\tau) = \langle \{ \delta \hat{S}_\alpha(t + \tau) \delta \hat{S}_\beta(t) \}_s \rangle, \quad \delta \hat{S}_\alpha = \hat{S}_\alpha - \langle \hat{S}_\alpha \rangle$$

symmetrization: $\{AB\}_s = (AB + BA)/2$

Single electron, thermodynamic equilibrium, $|g\mu_B B| \ll k_B T$

$$\langle \delta S_\alpha(t) \delta S_\beta(t) \rangle \equiv \langle \{ \delta \hat{S}_\alpha(t) \delta \hat{S}_\beta(t) \}_s \rangle = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{4}$$

Single electron, thermodynamic equilibrium, $|g\mu_B B| \ll k_B T$

$$\langle \delta s_\alpha(t) \delta s_\beta(t) \rangle \equiv \langle \{ \delta \hat{s}_\alpha(t) \delta \hat{s}_\beta(t) \}_s \rangle = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{4}$$

$$@B = 0 \quad \frac{\partial \delta s(t)}{\partial t} + \frac{\delta s(t)}{\tau_s} = 0 \quad \Rightarrow \quad \delta s(t) = \delta s(0) \exp(-t/\tau_s)$$

We need to introduce some agent which supports fluctuations
 \Rightarrow random or Langevin forces. These forces are fictitious:

$$\frac{\partial \delta s(t)}{\partial t} + \frac{\delta s(t)}{\tau_s} = \zeta(t) \quad \Rightarrow \quad \delta s(t) = \exp(-t/\tau_s) \int_{-\infty}^t \zeta(t') \exp(t'/\tau_s) dt'$$

Random (Langevin) forces

$$\langle \zeta(t) \rangle = 0, \quad \langle \zeta_\alpha(t') \zeta_\beta(t) \rangle = \frac{1}{2\tau_s} \delta_{\alpha\beta} \delta(t' - t)$$

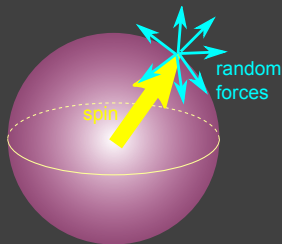
Spin correlation function



$$\langle \zeta(t) \rangle = 0, \quad \langle \zeta_\alpha(t') \zeta_\beta(t) \rangle = \frac{1}{2\tau_s} \delta_{\alpha\beta} \delta(t' - t)$$

$$\frac{\partial \delta s(t)}{\partial t} + \frac{\delta s(t)}{\tau_s} = \zeta(t) \Rightarrow \delta s(t) = \exp(-t/\tau_s) \int_{-\infty}^t \zeta(t') \exp(t'/\tau_s) dt'$$

$$\langle \delta s_\alpha(t + \tau) \delta s_\beta(t) \rangle = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{4} \exp(-|\tau|/\tau_s)$$



$$(\delta s_\alpha \delta s_\beta)_\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \delta s_\alpha(t + \tau) \delta s_\beta(t) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau$$

$$(\delta s_\alpha \delta s_\beta)_\omega = \delta_{\alpha\beta} \frac{\pi}{2} \Delta(\omega), \quad \Delta(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\tau_s}{1 + \omega^2 \tau_s^2}$$

$$\langle \zeta(t) \rangle = 0, \quad \langle \zeta_\alpha(t') \zeta_\beta(t) \rangle = \frac{1}{2\tau_s} \delta_{\alpha\beta} \delta(t' - t)$$

$$\frac{\partial \delta s(t)}{\partial t} + \frac{\delta s(t)}{\tau_s} = \zeta(t) \Rightarrow \delta s(t) = \exp(-t/\tau_s) \int_{-\infty}^t \zeta(t') \exp(t'/\tau_s) dt'$$

$$\langle \delta s_\alpha(t + \tau) \delta s_\beta(t) \rangle = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{4} \exp(-|\tau|/\tau_s)$$

Kinetic equation for correlation functions

$$\frac{\partial \langle \delta s_\alpha(t_1) \delta s_\beta(t_2) \rangle}{\partial t_1} + \frac{\langle \delta s_\alpha(t_1) \delta s_\beta(t_2) \rangle}{\tau_s} = 0$$

The fluctuations obey the same kinetic equations as the average values
Initial conditions follow from the steady-state density matrix

$$\langle \zeta(t) \rangle = 0, \quad \langle \zeta_\alpha(t') \zeta_\beta(t) \rangle = \frac{1}{2\tau_s} \delta_{\alpha\beta} \delta(t' - t)$$

$$\frac{\partial \delta s(t)}{\partial t} + \frac{\delta s(t)}{\tau_s} = \zeta(t) \Rightarrow \delta s(t) = \exp(-t/\tau_s) \int_{-\infty}^t \zeta(t') \exp(t'/\tau_s) dt'$$

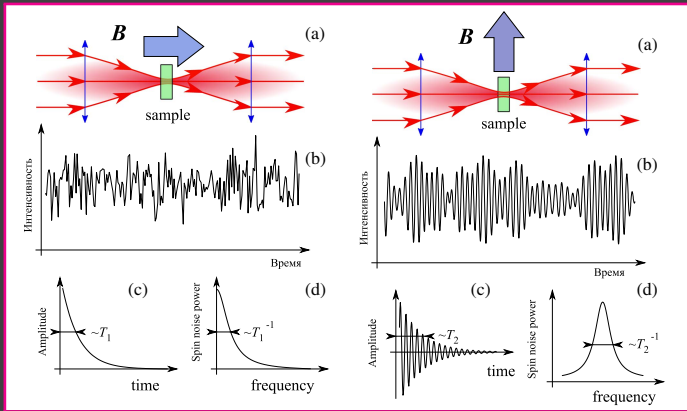
$$\langle \delta s_\alpha(t + \tau) \delta s_\beta(t) \rangle = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{4} \exp(-|\tau|/\tau_s)$$

Quantum approach

$$\begin{aligned} \langle \delta s_\alpha(t) \delta s_\beta(0) \rangle &= \langle \{ \exp[-iU(t)] \delta \hat{s}_\alpha(t) \exp[iU(t)] \delta \hat{s}_\beta \}_s \rangle \\ &\propto \sum_{nm} \frac{\langle n | \delta \hat{s}_\alpha | m \rangle \langle m | \delta \hat{s}_\beta | n \rangle}{\omega_n - \omega_m + i\gamma} \end{aligned}$$

Spin noise in external magnetic field

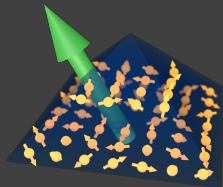
$$\frac{\partial \delta s(t)}{\partial t} + \delta s \times \Omega_B + \frac{\delta s(t)}{\tau_s} = \zeta(t); \quad \frac{|g\mu_B B|}{k_B T} \ll 1$$



$$C_{zz}(t) = \frac{1}{4} \exp(-|t|/T_1)$$

$$C_{zz}(t) = \frac{1}{4} \exp(-|t|/T_2) \cos(\Omega_B t)$$

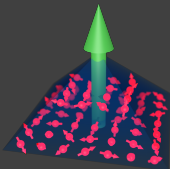
- 1 История вопроса
- 2 Введение в теорию флуктуаций
- 3 **Электронные и ядерные спиновые флуктуации**
 - Модель центрального спина
 - Спиновые флуктуации в режиме прыжков
 - Эффекты обменного взаимодействия
 - Спиновые флуктуации ядер основной решетки
- 4 Спиновые шумы в неравновесных условиях
 - Квантовый парадокс Зенона
 - Шумы электронов в условиях поляризации ядер
- 5 Оптическая спектроскопия спиновых шумов
- 6 Заключение



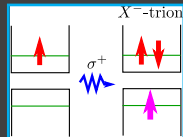
Systems with localized charge carriers:

Singly charged quantum dots, quantum wells ($na_B^2 \ll 1$), ensembles of donor-bound electrons or acceptor-bound holes in bulk semiconductors

Material systems: GaAs, GaAs/Al_xGa_{1-x}As, In_xGa_{1-x}As, etc.



- Localization \Rightarrow spin relaxation suppression
- Discrete spectrum \Rightarrow resonant optical response
- Hyperfine interaction \Rightarrow **random nuclear fields** ($I_{\text{Ga}} = I_{\text{As}} = 3/2$, $I_{\text{Al}} = 5/2$, $I_{\text{In}} = 9/2$)



Spin noise spectroscopy

provides access to slow intertwined electron-nuclear spin dynamics

Contact interaction:

$$\mathcal{H}_{hf} = Av_0(\hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{s}})|\varphi_c(\mathbf{R})|^2$$

$$A \sim 100 \mu\text{eV}$$

Nuclear spin fluctuations
Overhauser field

$$\hbar\Omega_N \sim \frac{A}{\sqrt{N_n}}$$

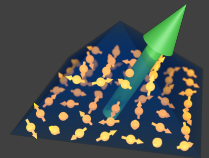
number of nuclei

$$N_n \sim 10^4 \dots 10^6$$

Nuclear field is largely static on the time scale of electron spin dynamics:

$$\hbar\Omega_e \sim \frac{A}{N}, \quad g_n\mu_N B \ll \hbar\Omega_N$$

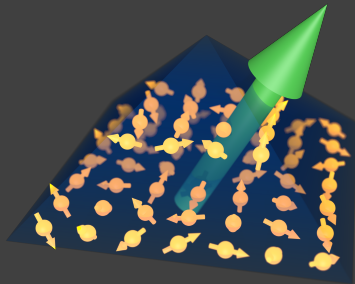
Knight field



Hamiltonian of the problem:

$$\mathcal{H} = \sum_{n=1}^{N_n} A_n (\hat{\mathbf{I}}_n \cdot \hat{\mathbf{s}})$$

central spin $\hat{\mathbf{s}}$ interacts with the bath ($N_n \gg 1$) of nuclear spins $\hat{\mathbf{I}}_n$



Box model: exact solution (total spin is conserved)

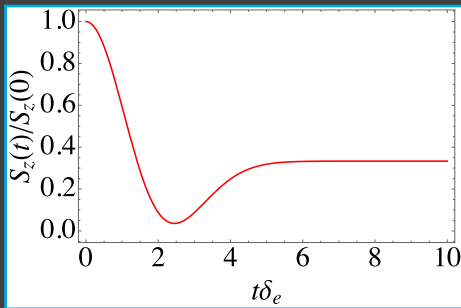
$$A_n \equiv A_0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{H} = A_0 \sum_{n=1}^{N_n} (\hat{\mathbf{I}}_n \cdot \hat{\mathbf{s}})$$

$$\hat{\mathbf{M}} = \sum_n \hat{\mathbf{I}}_n \quad \hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{s}} + \hat{\mathbf{M}}$$

$$H = \frac{A_0}{2} \left[F(F+1) - M(M+1) - \frac{3}{4} \right]; \quad E_{M,\pm} = \frac{A_0}{2} \begin{cases} M, & F = M + \frac{1}{2} \\ -(M+1), & F = M - \frac{1}{2} \end{cases}$$

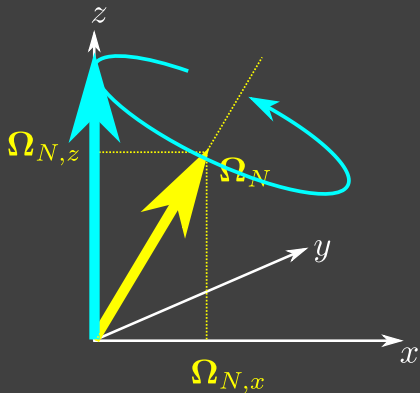
$$S_z(t; M, M_z) = \frac{1}{2(2M+1)^2} \left\{ (2M_z - 1)^2 + 4(M - M_z + 1)(M + M_z) \cos [A_0(M + 1/2)t] \right\}$$

Unpolarized nuclear bath ($N_n \times I = 1/2$) $\mathcal{N}(M) = \frac{(2M+1)N_n!}{\left(\frac{N_n}{2} + M + 1\right)! \left(\frac{N_n}{2} - M\right)!}$

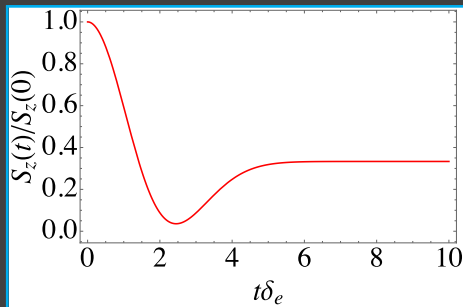


Semiclassical approach

distribution of nuclear fields $\mathcal{F}(\Omega_N)$, $F(\Omega_N) = \int dn_N \mathcal{F}(\Omega_N)$



$$F(\Omega_N) = \frac{4\pi\Omega_N^2}{(\sqrt{\pi}\delta_e)^3} e^{-\Omega_N^2/\delta_e^2}$$



$$S(t) = \frac{S_0}{3} + \frac{2S_0}{3} \left(1 - \frac{t^2\delta_e^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{t^2\delta_e^2}{4}\right)$$

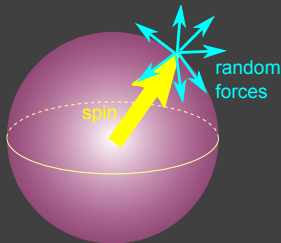
Exactly matches quantum approach in the box model at $N_n \rightarrow \infty$

$$\text{Spin fluctuation } \delta \mathbf{s}: \quad \frac{\partial \delta \mathbf{s}(t)}{\partial t} + \frac{\delta \mathbf{s}(t)}{\tau_s} + \delta \mathbf{s}(t) \times (\boldsymbol{\Omega}_B + \boldsymbol{\Omega}_N) = \boldsymbol{\zeta}(t)$$

Random (Langevin) forces

$$\langle \zeta_\alpha(t') \zeta_\beta(t) \rangle = \frac{1}{2\tau_s} \delta_{\alpha\beta} \delta(t' - t)$$

(fictitious, determine the amplitude of fluctuations)

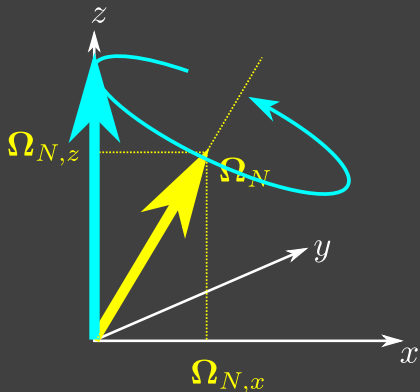


$$(\delta s_\alpha \delta s_\beta)_\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \delta s_\alpha(t + \tau) \delta s_\beta(t) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau$$

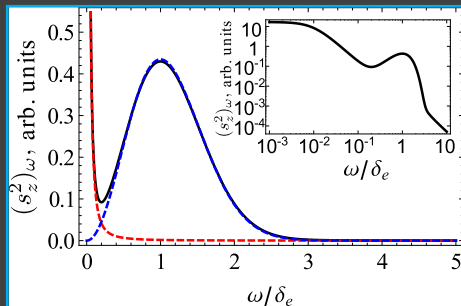
$$\text{no field } \boldsymbol{\Omega}_N, \boldsymbol{\Omega}_B = 0: \quad (\delta s_\alpha \delta s_\beta)_\omega = \delta_{\alpha\beta} \frac{\pi}{2} \Delta(\omega)$$

$$\Delta(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\tau_s}{1 + \omega^2 \tau_s^2}$$

distribution $\mathcal{F}(\Omega_N)$, $F(\Omega_N) = \int dn_N \mathcal{F}(\Omega_N)$



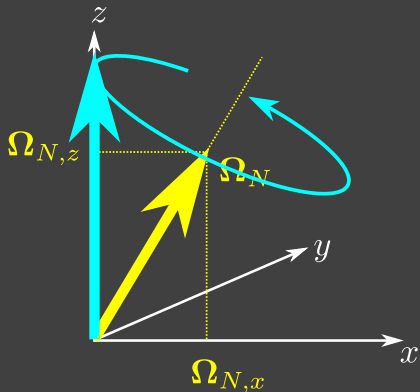
$$F(\Omega_N) = \frac{4\pi\Omega_N^2}{(\sqrt{\pi}\delta_e)^3} e^{-\Omega_N^2/\delta_e^2}$$



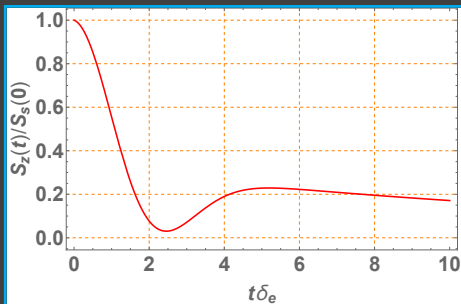
Two-peaks at $\omega \geq 0$:

$$\overline{(\delta s_\alpha^2)_\omega} = \frac{\pi}{6} \left\{ \Delta(\omega) + \int_0^\infty d\Omega_N F(\Omega_N) [\Delta(\omega + \Omega_N) + \Delta(\omega - \Omega_N)] \right\}$$

distribution $\mathcal{F}(\Omega_N)$, $F(\Omega_N) = \int dn_N \mathcal{F}(\Omega_N)$



$$F(\Omega_N) = \frac{4\pi\Omega_N^2}{(\sqrt{\pi}\delta_e)^3} e^{-\Omega_N^2/\delta_e^2}$$



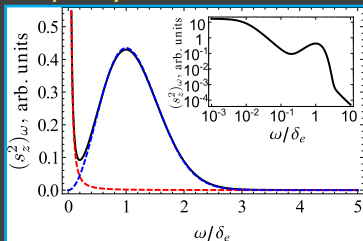
Temporal representation

$$\langle \delta s_\alpha(t + \tau) \delta s_\alpha(t) \rangle = \frac{e^{-|\tau|/\tau_s}}{4} \left[\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \left(1 - \frac{\tau^2 \delta_e^2}{2} \right) \exp \left(-\frac{\tau^2 \delta_e^2}{4} \right) \right]$$

Theory and experiment (overview)

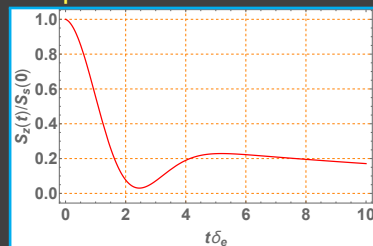
theory

Frequency domain



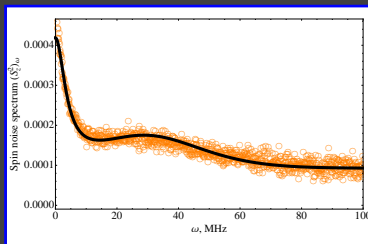
MMG, Ivchenko (2012)

Temporal domain

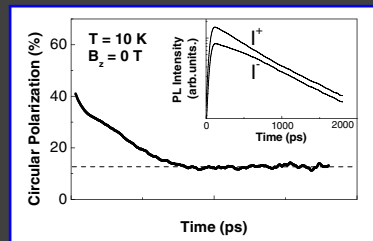


Merkulov, Efros, Rosen (2002)

experiment



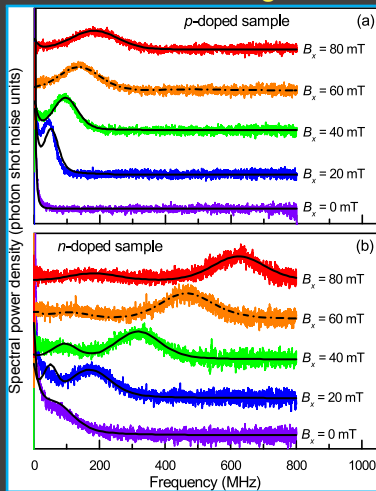
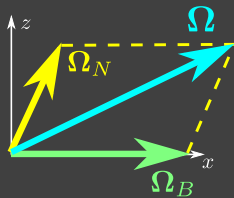
Berski, ..., MMG (2015)



Braun, ..., Kalevich, Kavokin, ... (2005)

Ioffe Institute + TU-Dortmund (Germany)

External transversal magnetic field



Parameters:

- Electron & hole g -factors

$$|g_e| = 0.55,$$

$$|g_h| = 0.15$$

- Hyperfine constants

$$\delta_e = 70 \text{ MHz},$$

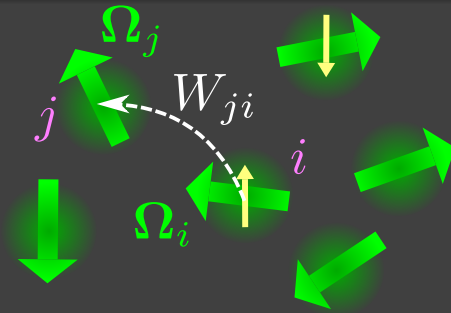
$$\delta_h = 40 \text{ MHz}$$

- 1 История вопроса
- 2 Введение в теорию флуктуаций
- 3 **Электронные и ядерные спиновые флуктуации**
 - Модель центрального спина
 - **Спиновые флуктуации в режиме прыжков**
 - Эффекты обменного взаимодействия
 - Спиновые флуктуации ядер основной решетки
- 4 Спиновые шумы в неравновесных условиях
 - Квантовый парадокс Зенона
 - Шумы электронов в условиях поляризации ядер
- 5 Оптическая спектроскопия спиновых шумов
- 6 Заключение

Partially compensated semiconductor

Kinetic equation for spin fluctuation

$$\frac{d\mathbf{S}_i}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_i \times \mathbf{S}_i + \sum_j [W_{ij}\mathbf{S}_j - W_{ji}\mathbf{S}_i] - \nu_s \mathbf{S}_i + \boldsymbol{\xi}_i(t), \quad i = 1, \dots, N, j = 1, \dots,$$



Spin precesses at a given site with the rate $\boldsymbol{\Omega}_i$ and hops between the sites with the rate W_{ji} ($i \rightarrow j$)

Partially compensated semiconductor

$$\frac{d\mathbf{S}_i}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_i \times \mathbf{S}_i + \sum_j [W_{ij}\mathbf{S}_j - W_{ji}\mathbf{S}_i] - \nu_s \mathbf{S}_i + \boldsymbol{\zeta}_i(t), \quad i = 1, \dots, N, j = 1, \dots,$$

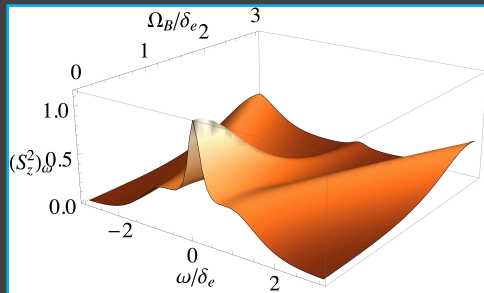
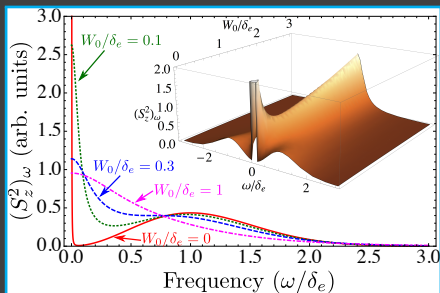
$$(S_z^2)_\omega = \frac{1}{4} \left[\frac{T(\tau_\omega)}{1 - W_0 T(\tau_\omega)} + \frac{T(\tau_{-\omega})}{1 - W_0 T(\tau_{-\omega})} \right], \quad \frac{1}{\tau_\omega} = \nu_s + W_0 - i\omega,$$

$$T(\tau) = \frac{\tau}{3} \left[1 + \frac{4}{(\delta_e \tau)^2} - \frac{4\sqrt{\pi}}{(\delta_e \tau)^3} \exp(-1/\delta_e^2 \tau^2) \operatorname{erfc}(1/\delta_e \tau) \right].$$

$$\tau_c = W_0^{-1} \text{ correlation time, } W_0 \delta_e \text{ is arbitrary}$$

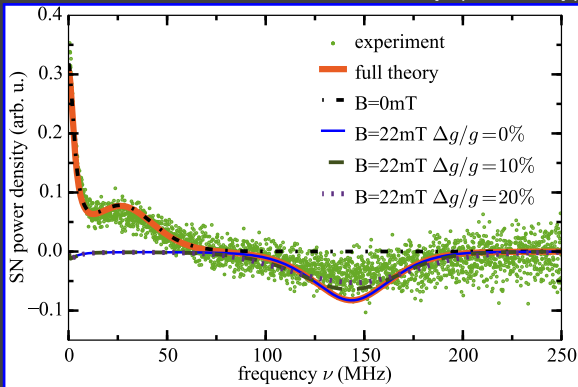
Equivalent to the case of the nuclear fields correlator:

$$\langle \Omega_{N,\alpha}(t) \Omega_{N,\beta}(t') \rangle \propto \delta_{\alpha\beta} \exp(-|t - t'|/\tau_c)$$

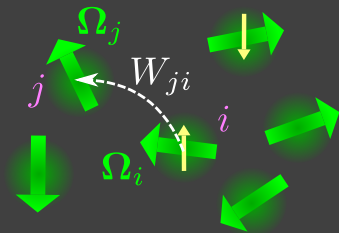


Electron hopping redistributes the spectral weight between the zero-frequency and precession peaks

Ioffe Institute + Hannover University (Germany)



$$SN \propto (\delta s_z^2)_\omega(0) - (\delta s_z^2)_\omega(22 \text{ mT})$$



Extracted parameters:

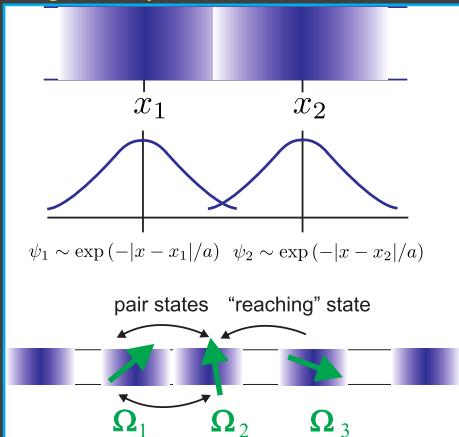
correlation time: $\tau_c \approx 37 \text{ ns}$ ($N_d \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$)

hyperfine fluctuation: $\Delta_B \approx 4.6 \text{ mT}$ ($\delta_e \approx 29 \text{ MHz}$)

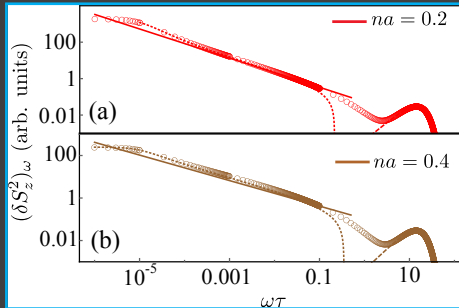
Spread of hopping times



1D geometry



$$\tau_{ij} = \tau \exp\left(\frac{2x_{ij}}{a}\right)$$



$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{12} \frac{\tau na}{(\omega\tau)^{1-na}}, \quad \omega \rightarrow 0$$

Shumilin, Sherman, MMG (2016)

- 1 История вопроса
- 2 Введение в теорию флуктуаций
- 3 **Электронные и ядерные спиновые флуктуации**
 - Модель центрального спина
 - Спиновые флуктуации в режиме прыжков
 - **Эффекты обменного взаимодействия**
 - Спиновые флуктуации ядер основной решетки
- 4 Спиновые шумы в неравновесных условиях
 - Квантовый парадокс Зенона
 - Шумы электронов в условиях поляризации ядер
- 5 Оптическая спектроскопия спиновых шумов
- 6 Заключение

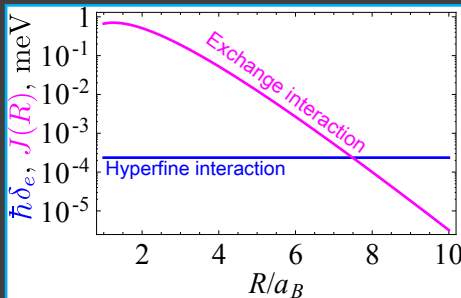
Гамильтониан двух взаимодействующих электронов:

$$\hat{H} = \hbar\Omega_1\hat{s}_1 + \hbar\Omega_2\hat{s}_2 + 2J\hat{s}_1\hat{s}_2,$$

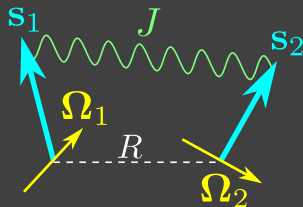
Мелкие доноры в полупроводнике типа GaAs:

$$J(R) \approx 0.82 \frac{e^2}{\epsilon a_B} \left(\frac{R}{a_B} \right)^{5/2} \exp\left(-\frac{2R}{a_B} \right)$$

Горьков, Питаевский (1963); Herring, Flicker (1964)



Обменное взаимодействие важно при $J(R) \sim \hbar\Omega_N \Rightarrow n \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$



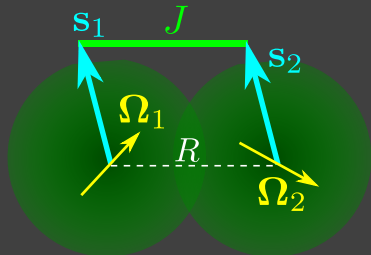
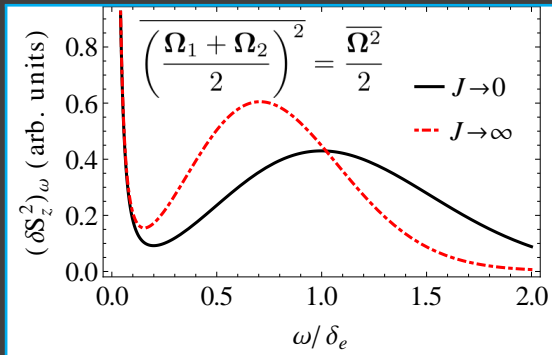
Предел сильного обмена, $J \gg \delta_e$



Полный спин $M = 0, 1$ – хорошее квантовое число.

$M = s_1 + s_2$ прецессирует в «усредненном» ядерном поле:

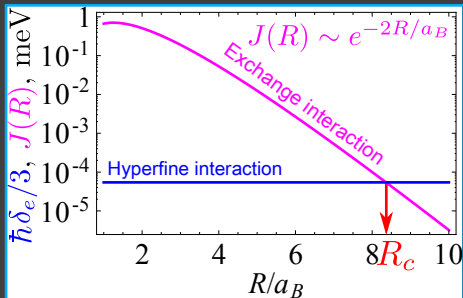
$$\frac{dM}{dt} = \Omega_1 \times s_1 + \Omega_2 \times s_2 = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2} \times M + \underbrace{(\Omega_1 - \Omega_2) \times \frac{s_1 - s_2}{2}}_{=0, \text{ при } J \gg \hbar\Omega_{1,2}}$$



Обменное взаимодействие сдвигает пик прецессии с $\omega = \delta_e$ к $\delta_e / \sqrt{2}$.

Модель кластеров для ансамбля доноров

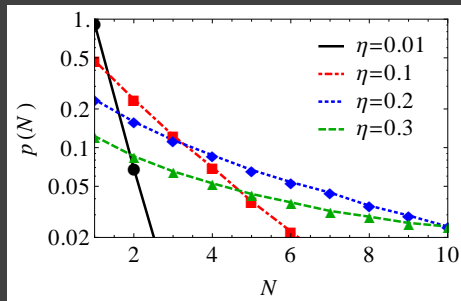
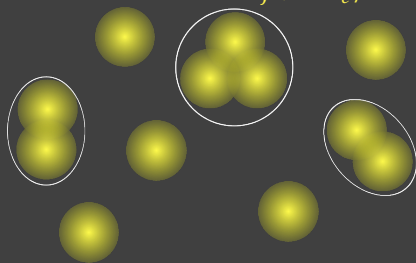
Кластер – группа доноров, связанных сильным обменом: $J > \hbar\delta_e/3$.



Безразмерная плотность

$$\eta = \frac{\pi}{6} R_c^3 n < 0.34$$

определяет статистику $p(N)$ –
вероятность найти кластер из N
доноров



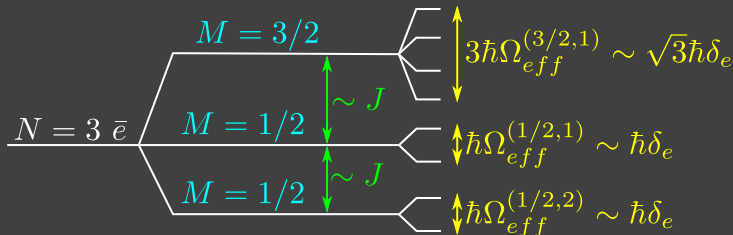
$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \sum_{i \neq k} J_{ik} \hat{\mathbf{s}}_i \hat{\mathbf{s}}_k$$

сильное обменное взаимодействие расщепляет состояния по полному моменту

$$M = N/2, N/2 - 1, \dots$$

$$\hat{V} = \hbar \sum_i \Omega_i \hat{\mathbf{s}}_i$$

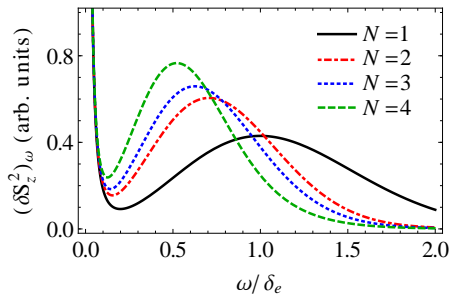
ядерные поля расщепляют состояния с данным M на эквидистантные подуровни. Это эквивалентно эффективному полю $\Omega_{\text{eff}} \sim \delta_e / \sqrt{2M}$, действующему на спин M .



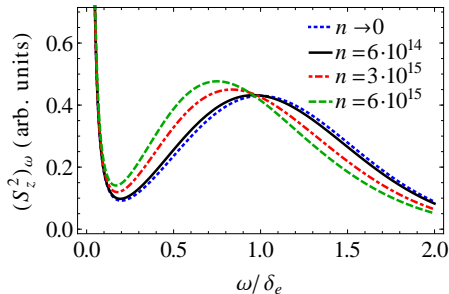
$$(\mathcal{S}_\alpha \mathcal{S}_\beta)_\omega = \sum_{N=1}^{\infty} p(N) \sum_M \sum_{l=1}^{N(M)} \mathcal{S}_{\alpha\beta}(N, M, l; \omega)$$

$$(\mathcal{S}_z^2)_\omega = \sum_{N=1}^{\infty} p(N) \sum_M \sum_{l=1}^{\mathcal{N}(M)} \mathcal{S}_{zz}(N, M, l; \omega)$$

Спиновый шум
в кластере из N доноров



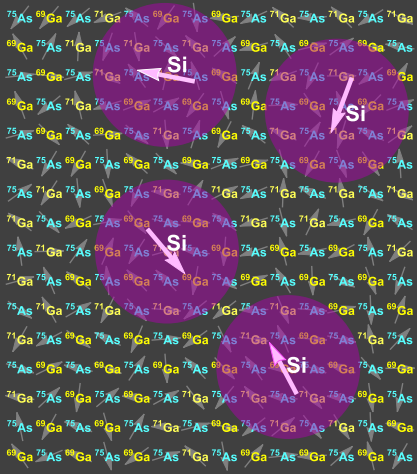
Зависимость
от концентрации, n (cm^{-3})



Обменное взаимодействие приводит к «усреднению» случайных ядерных полей и смещению прецессионного пика к низким частотам

- 1 История вопроса
- 2 Введение в теорию флуктуаций
- 3 **Электронные и ядерные спиновые флуктуации**
 - Модель центрального спина
 - Спиновые флуктуации в режиме прыжков
 - Эффекты обменного взаимодействия
 - **Спиновые флуктуации ядер основной решетки**
- 4 Спиновые шумы в неравновесных условиях
 - Квантовый парадокс Зенона
 - Шумы электронов в условиях поляризации ядер
- 5 Оптическая спектроскопия спиновых шумов
- 6 Заключение

Interactions in nuclear spin system



Hyperfine interaction with electron spin:

$$\mathcal{H}_{hf} = Av_0(\hat{I} \cdot \hat{s})|\varphi_c(\mathbf{R})|^2$$

$$A \sim 100 \mu\text{eV}$$

Knight field : $\Omega_e \sim \frac{A}{\hbar N} \lesssim 10^6 \text{ sec}^{-1}$

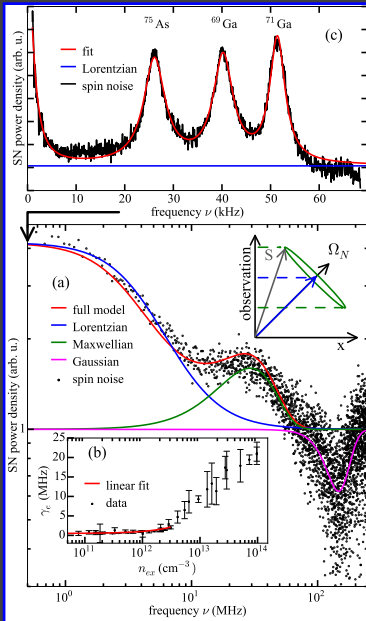
Dipole-dipole interaction:

$$\mathcal{H}_{dd} = \frac{\mu_I \mu_{I'}}{II'} \left(\frac{\hat{I} \cdot \hat{I}'}{r^3} - 3 \frac{(\hat{I} \cdot \mathbf{r}) \cdot (\hat{I}' \cdot \mathbf{r})}{r^5} \right)$$

$$\frac{1}{T_{2,dd}^*} \sim 10^4 \text{ sec}^{-1}$$

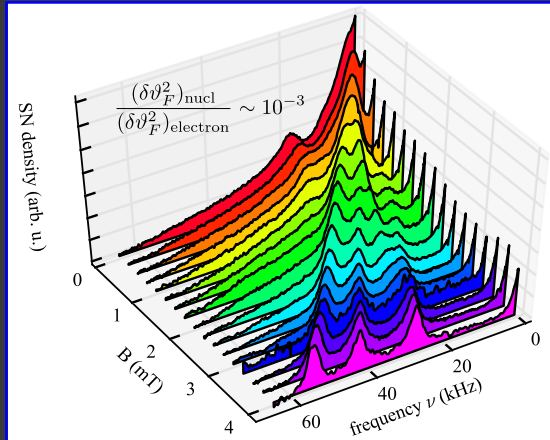
Quadrupole interaction:

$$\mathcal{H}_Q = \sum_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial r_\alpha \partial r_\beta} \frac{|e|Q}{6I(2I-1)} \left[\frac{3}{2} (\hat{I}_\alpha \hat{I}_\beta + \hat{I}_\beta \hat{I}_\alpha) - I(I+1) \right]; \quad \dots 10^6 \text{ sec}^{-1}$$



Dynamical nuclear spin fluctuations

$$\langle \vartheta_F(t) \vartheta_F(t') \rangle_{\text{nucl}} \propto \langle I_z(t) I_z(t') \rangle$$

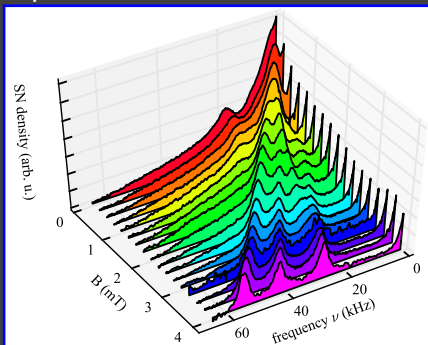


Berski, Hübner, Oestreich, Ludwig, Wieck, MMG (2015)
theory: Fröhling, Anders, MMG (2018)

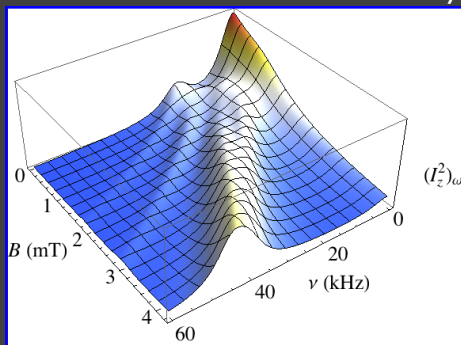
$$\mathcal{H}_i = \hbar\omega_{B,i}I_i + V_{\alpha\beta}I_{\alpha,i}I_{\beta,i}$$

$$(\delta I_{z,i}^2)_\omega = \frac{\pi}{2} \sum_{n,m} |\langle n|I_z|m\rangle|^2 \Delta \left(\omega - \frac{E_n - E_m}{\hbar} \right)$$

Experiment

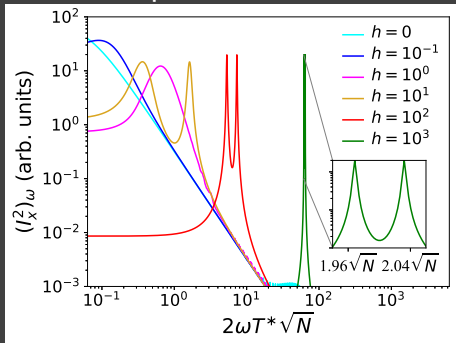


Theory

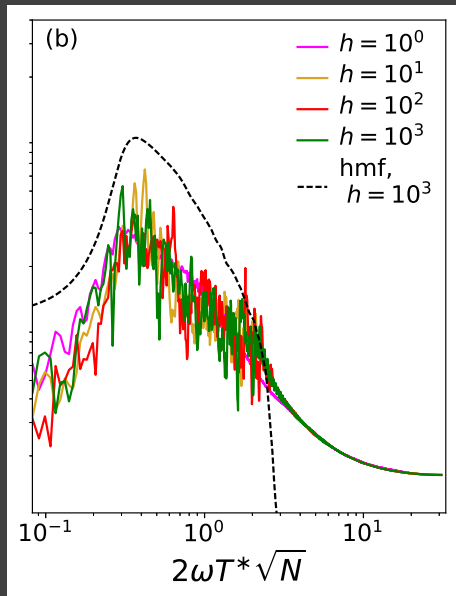


$$\frac{(\delta\theta_F^2)_{\text{nucl}}}{(\delta\theta_F^2)_{\text{electron}}} \sim 10^{-3}$$

Approximate and exact solutions of the central spin model



- **Hyperfine interaction** suppresses nuclear spin precession
- **NSN spectrum shape** is sensitive to the electron wavefunction



Fröhling, MMG, Anders (2018)

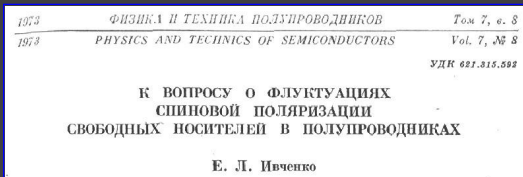
- 1 История вопроса
- 2 Введение в теорию флуктуаций
- 3 Электронные и ядерные спиновые флуктуации
 - Модель центрального спина
 - Спиновые флуктуации в режиме прыжков
 - Эффекты обменного взаимодействия
 - Спиновые флуктуации ядер основной решетки
- 4 Спиновые шумы в неравновесных условиях
 - Квантовый парадокс Зенона
 - Шумы электронов в условиях поляризации ядер
- 5 Оптическая спектроскопия спиновых шумов
- 6 Заключение

Nonequilibrium spin fluctuations



E. L. Ivchenko, Fluctuations of spin polarization of free carriers in semiconductors,

Semiconductors **7**, 998 (1973)



“The theory of fluctuations of spin polarization of free carriers is developed from the first principles for the non-equilibrium conditions where the crystal is illuminated by the circularly polarized light and the vector of total spin is non-zero in the steady state.”

- Optical orientation of spins has already been demonstrated experimentally and described theoretically

Lampel (1968); Dyakonov, Perel (1971); Ekimov, Safarov (1970); Zakharchenya, Fleisher, Dzhioev, Veshchunov, Rusanov (1971)

- Non-equilibrium fluctuations of electric current are extensively studied

Gantsevich, Gurevich, Katilius (1970)

- Each non-equilibrium problem requires special consideration (no FDT)

Suppression of longitudinal spin fluctuations

$$\langle \delta S_z^2 \rangle_\omega = \frac{N(1 - r_\omega P_s^2)}{2} \frac{T_s}{1 + (\omega T_s)^2}$$

$-1 \leq P_s \leq 1$ is the electron spin polarization, r_ω accounts for the generation-recombination noise

Qualitative description, similarly to the magnetic field effect

$$\langle \hat{S}_z^2 \rangle = \frac{1}{4}; \quad \langle \delta S_z^2 \rangle = \frac{1}{4} - \langle \hat{S} \rangle^2 \leq \frac{1}{4}$$

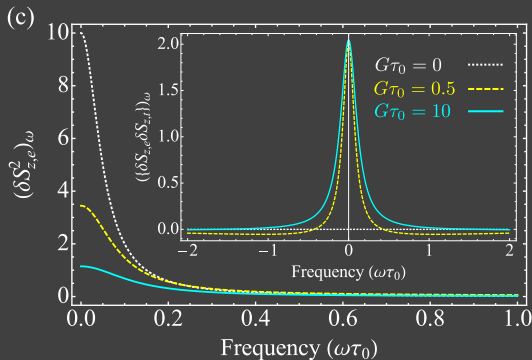
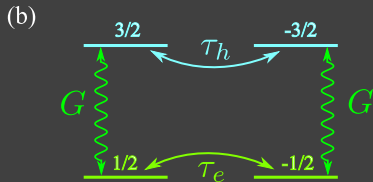
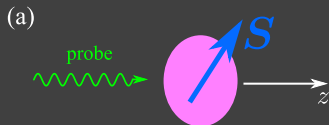
$$\langle \delta \hat{S}_x^2 \rangle = \langle \delta \hat{S}_y^2 \rangle = \frac{1}{4}; \quad \langle \hat{S}_x \rangle = \langle \hat{S}_y \rangle = 0.$$

Effect of linearly polarized excitation (probe)



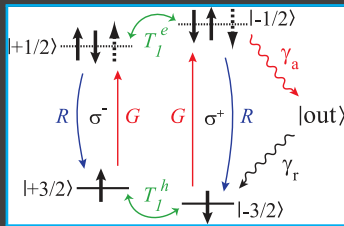
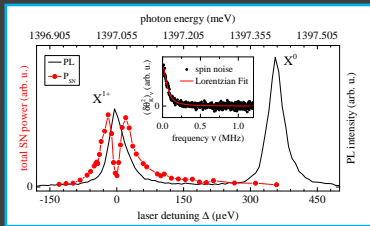
$$\dot{\mathcal{M}} + \mathcal{R}\mathcal{M} = 0, \quad \mathcal{M}_{ij}(\tau) = \langle \delta S_{z,i}(t) \delta S_{z,j}(t + \tau) \rangle, \quad i, j = g, e$$

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} \tau_e^{-1} + G & -\frac{1}{\tau_0} - G \\ -G & \tau_h^{-1} + \frac{1}{\tau_0} + G \end{pmatrix}, \quad G = \frac{\gamma|V|^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2}$$



$$(\delta S_{z,e}^2)_\omega = \frac{f}{2} \left[\tau_e^{-1} + G - i\omega - \frac{G(G + \tau_0^{-1})}{\tau_h^{-1} + \tau_0^{-1} + G - i\omega} \right]^{-1} + \text{c.c.}$$

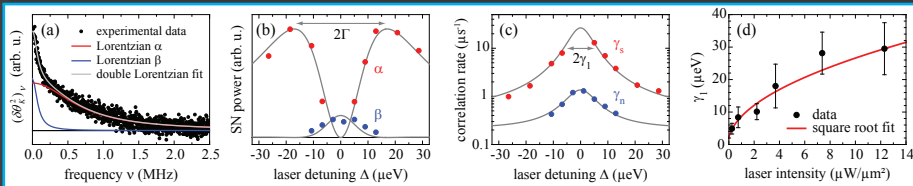
Spin and reoccupation noise in single dot



Two contributions to the Kerr rotation noise:

$$\delta\vartheta_K(t) \propto \underbrace{\mathcal{A}(\Delta)\delta S_z(t)}_{\text{spin noise}} + \underbrace{\mathcal{C}(\Delta)B_z\delta n(t)}_{\text{reoccupation noise}}$$

Probe absorption induces fluctuations $\delta n(t)$; $\delta n^2 \propto n(1-n)$



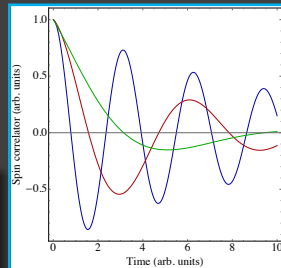
- 1 История вопроса
- 2 Введение в теорию флуктуаций
- 3 Электронные и ядерные спиновые флуктуации
 - Модель центрального спина
 - Спиновые флуктуации в режиме прыжков
 - Эффекты обменного взаимодействия
 - Спиновые флуктуации ядер основной решетки
- 4 Спиновые шумы в неравновесных условиях
 - Квантовый парадокс Зенона
 - Шумы электронов в условиях поляризации ядер
- 5 Оптическая спектроскопия спиновых шумов
- 6 Заключение

Excitation breaks phase of the spin precession

$$\frac{d\delta\mathbf{s}}{dt} + \delta\mathbf{s} \times \boldsymbol{\Omega} + \frac{\delta\mathbf{s}}{\tau_s} + G\delta\mathbf{s} - \frac{\delta j}{\tau_0}\mathbf{e}_z = \boldsymbol{\zeta}$$
$$\frac{d\delta j}{dt} + \frac{\delta j}{\tau_T} - G\delta j = \zeta_T, \quad \frac{1}{\tau_T} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{s,T}}$$

Effective precession frequency

$$\tilde{\Omega} = \sqrt{\Omega^2 - \frac{G^2\tau_T^2}{4\tau_0^2}} < \Omega$$



Poltavtsev, Ryzhov, MMG, Smirnov et al. (2014)

Quantum Zeno effect



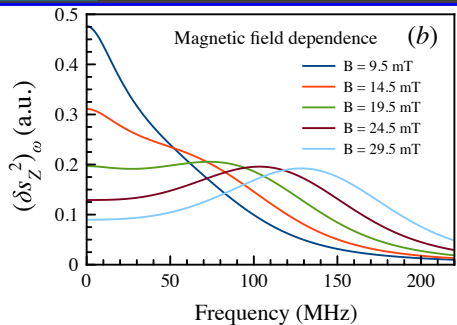
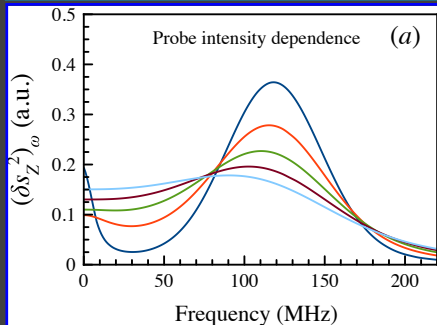
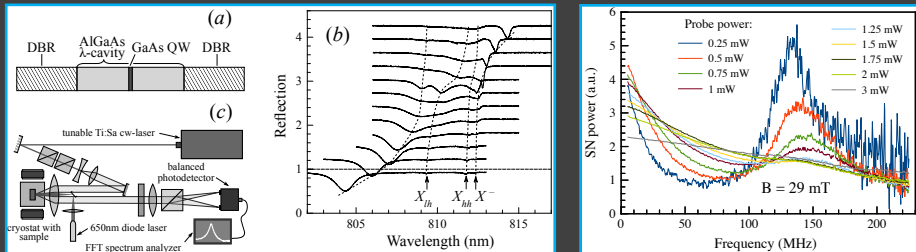
Arrow paradox

If everything when it occupies an equal space is at rest, and if that which is in locomotion is always occupying such a space at any moment, the flying arrow is therefore motionless.

as recounted by Aristotle, Physics VI:9, 239b5

Летящая стрела неподвижна, так как в каждый момент времени она занимает равное себе положение, то есть покоится; поскольку она покоится в каждый момент времени, то она покоится во все моменты времени, то есть не существует момента времени, в котором стрела совершает движение.

Theory and experiment



Spin fluctuation δs :
$$\frac{\partial \delta s(t)}{\partial t} + \frac{\delta s(t)}{\tau_s} + \delta s(t) \times (\Omega_B + \Omega_N) = \xi(t)$$

Three-stage protocol

- Optical cooling of nuclear spins

$$\frac{1}{k_B \Theta_N} \propto \mathbf{P}_{\text{circ}} \cdot \mathbf{B}, \quad |\Theta_N| \ll T_{\text{latt}}$$

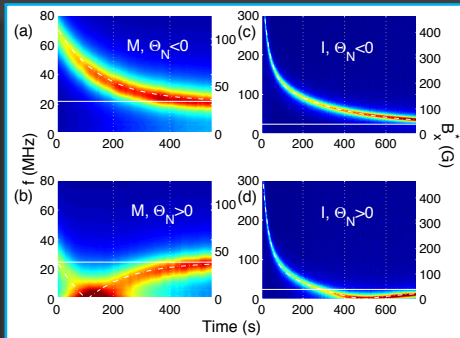
- Reorientation $\mathbf{B} \parallel x$

$$\Omega_N \propto \frac{B}{k_B \Theta_N} \gg \Omega_B$$

- Spin noise measurement

$$(\delta s_z^2)_\omega(t_{\text{lab}}) \Rightarrow \Omega_N(t_{\text{lab}})$$

proposal: Smirnov (2015)



Real-time measurements of nuclear spin dynamics

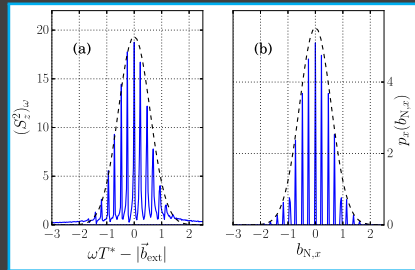
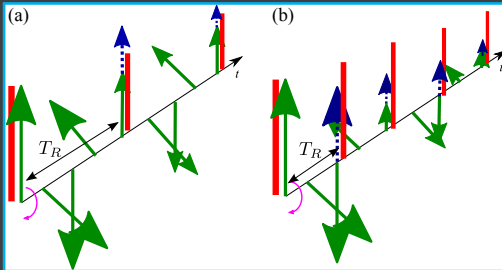
Ryzhov, et al. (2015; 2016)

Effect of the nuclear frequency focusing

Under pulsed excitation with the repetition period T_R the nuclear spins tune the electron spin precession in such a way that

$$|\Omega_B + \Omega_N| = \frac{2\pi}{T_R} K, \quad K \in \mathbb{N}$$

spin mode-locking effect



Jäschke, MMG, Anders (2018)

- 1 История вопроса
- 2 Введение в теорию флуктуаций
- 3 Электронные и ядерные спиновые флуктуации
 - Модель центрального спина
 - Спиновые флуктуации в режиме прыжков
 - Эффекты обменного взаимодействия
 - Спиновые флуктуации ядер основной решетки
- 4 Спиновые шумы в неравновесных условиях
 - Квантовый парадокс Зенона
 - Шумы электронов в условиях поляризации ядер
- 5 **Оптическая спектроскопия спиновых шумов**
- 6 Заключение

Magnetic resonance in the Faraday-rotation noise spectrum

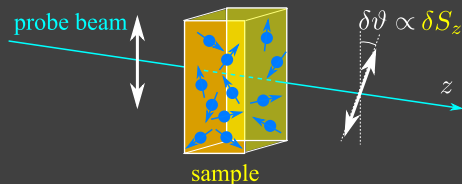
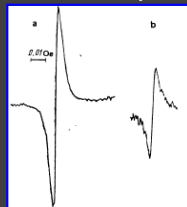
E. B. Aleksandrov and V. S. Zapasskii

(Submitted 23 January 1981)

Zh. Eksp. Teor. Fiz. **81**, 132–138 (July 1981)

A maximum at the magnetic resonance frequency of sodium atoms in the ground state is observed near the 5896 Å absorption line in the fluctuation spectrum of the azimuth of the polarization plane of light crossing a magnetic field in sodium vapor. The experiment is a demonstration of a new EPR method which does not require in principle magnetic polarization of the investigated medium, nor the use of high-frequency or microwave fields to induce the resonance.

Na vapors



$$\left. \begin{aligned} \langle \vartheta_{\mathcal{K}}(t) \vartheta_{\mathcal{K}}(t') \rangle \\ \langle \vartheta_{\mathcal{F}}(t) \vartheta_{\mathcal{F}}(t') \rangle \end{aligned} \right\} \propto \langle \delta S_z(t) \delta S_z(t') \rangle$$

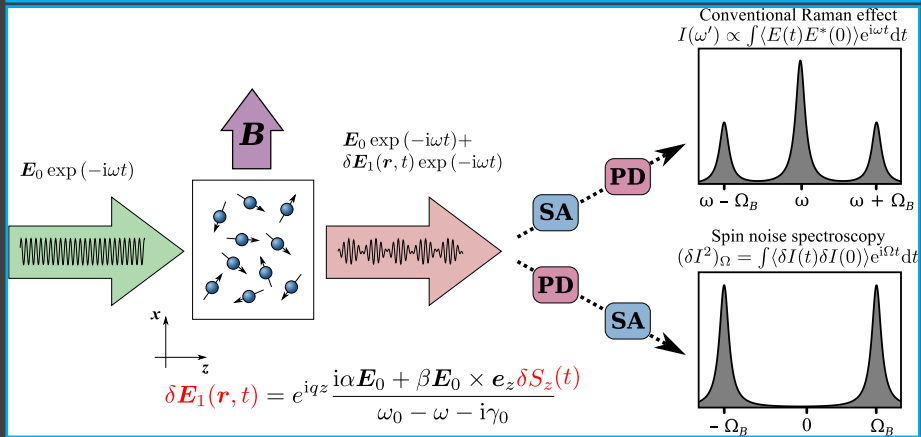
Direct detection of spin fluctuations by Faraday effect: polarization plane rotation angle $\vartheta_{\mathcal{F},\mathcal{K}}$ is proportional to the instant sample magnetization δS_z

Spin noise spectrum: $(\delta S_z^2)_\omega \propto (\delta \vartheta^2)_\omega$ (usually measured)

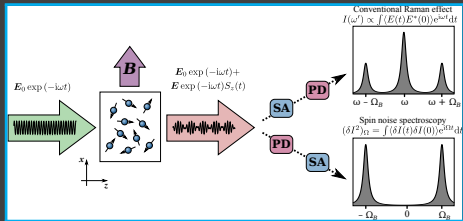
Aleksandrov and Zapasskii experiment and the Raman effect

B. M. Gorbovitskii and V. I. Perel

Optics and spectroscopy (1983)



Gorbovitskii, Perel (1983); MMG, Ivchenko (2012); Zapasskii et al. (2013); MMG, Zapasskii (2015)



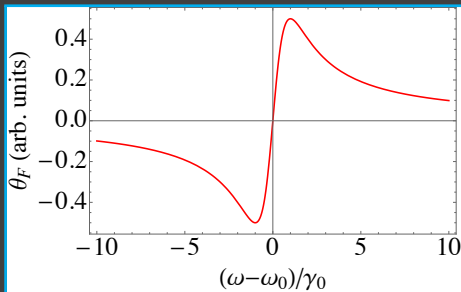
MMG, Ivchenko (2012); Zapasskii et al. (2013); MMG, Zapasskii (2015)

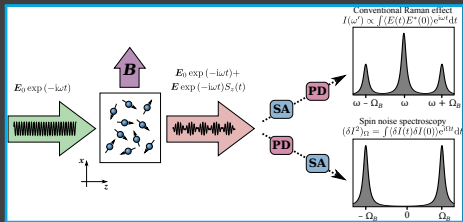
Вторичное поле:

$$E_1 = e^{-i\omega t + iqz} \frac{i\alpha E_0 + \beta E_0 \times e_z S_z}{\omega_0 - \omega - i\gamma_0}$$

Угол Фарадея:

$$\theta_F \approx \frac{2\Re\{E_{0,x}E_{1,y}^*\}}{|E_{0,x}|^2} \propto \frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma_0^2}$$





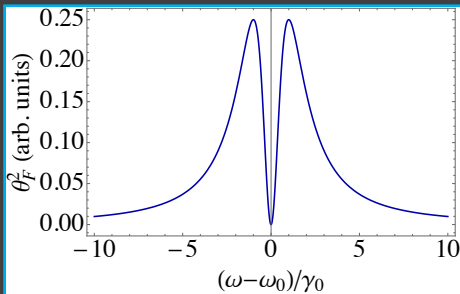
MMG, Ivchenko (2012); Zapasskii et al. (2013); MMG, Zapasskii (2015)

Вторичное поле:

$$E_1 = e^{-i\omega t + iqz} \frac{i\alpha E_0 + \beta E_0 \times e_z S_z}{\omega_0 - \omega - i\gamma_0}$$

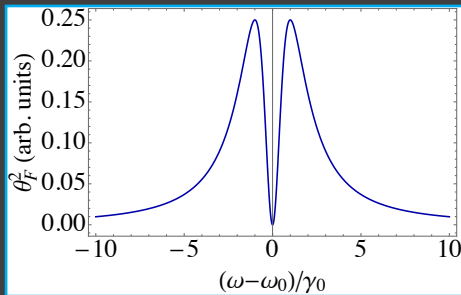
Угол Фарадея:

$$\theta_F \approx \frac{2\Re\{E_{0,x}E_{1,y}^*\}}{|E_{0,x}|^2} \propto \frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma_0^2}$$



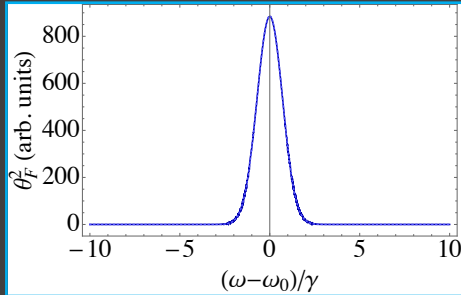
Однородное уширение

$$(\delta\theta_F^2)_\Omega \propto (S_z^2)_\Omega \frac{(\omega_0 - \omega)^2}{[(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma_0^2]^2}$$



Неоднородное уширение ($\gamma \gg \gamma_0$)

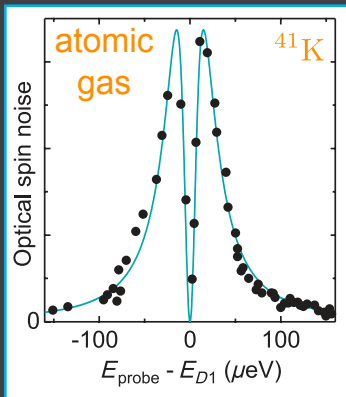
$$(\delta\theta_F^2)_\Omega \propto (S_z^2)_\Omega \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\gamma^2}\right]$$



MMG, Ivchenko (2012); Zapasskii et al. (2013)

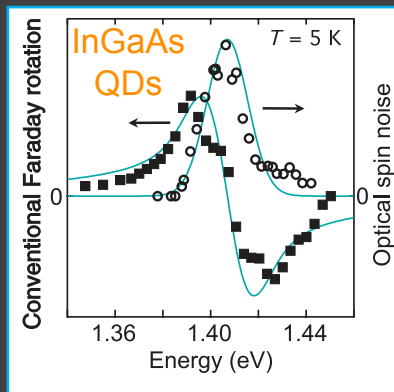
Однородное уширение

$$(\delta\theta_F^2)_\Omega \propto (\delta S_z^2)_\Omega \frac{(\omega_0 - \omega)^2}{[(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma_0^2]^2}$$



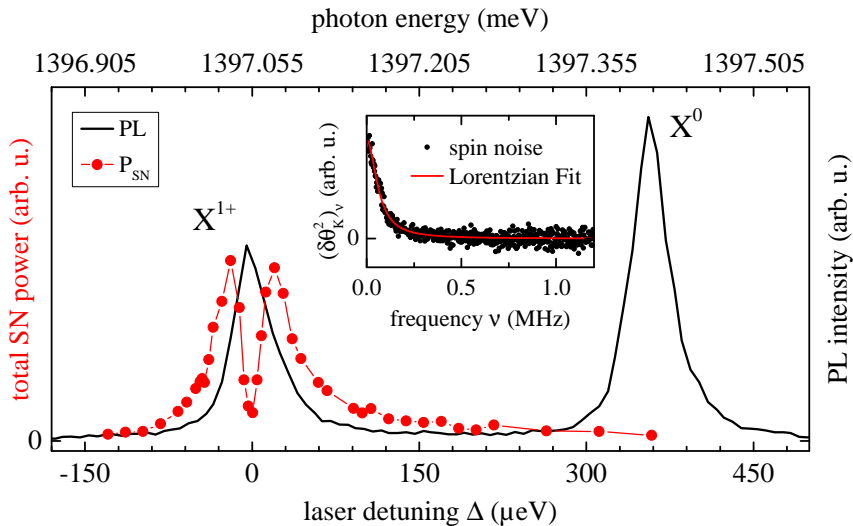
Неоднородное уширение

$$(\delta\theta_F^2)_\Omega \propto (\delta S_z^2)_\Omega \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\gamma^2}\right]$$

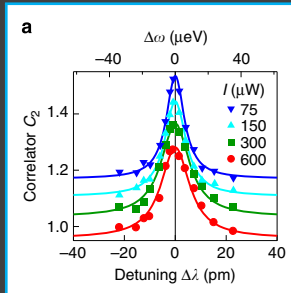
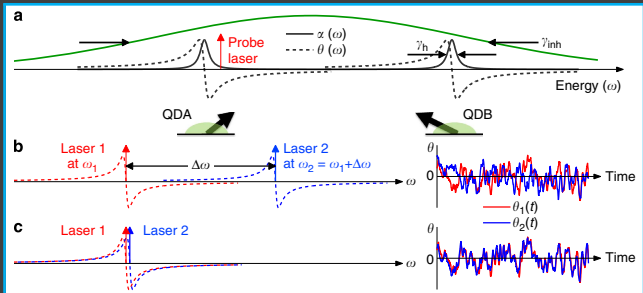


Zapasskii et al. (2013)

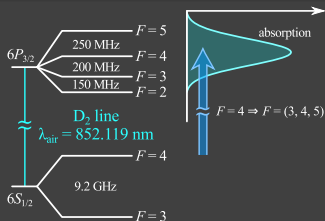
Однородное уширение: одиночная квантовая точка



Неоднородное уширение: ансамбль точек



Yang et al. (2017)



Эффект Доплера

$$\omega(v) = \left(1 + \frac{v_z}{c}\right) \omega_0$$

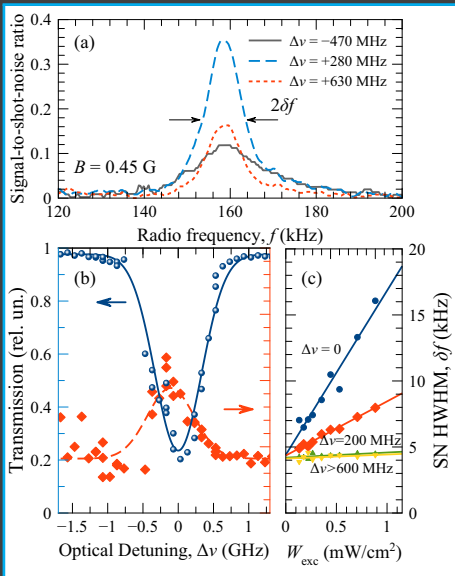
Параметры:

$$B = 0.45 \text{ G}, \quad g = 0.25$$

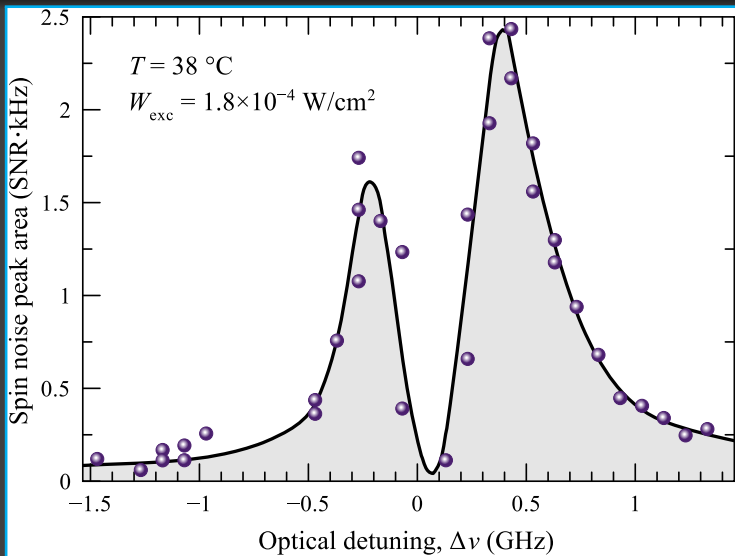
$$\gamma_0 \approx 10 \text{ MHz},$$

$$\gamma \approx 400 \text{ MHz}$$

Неоднородное (доплеровское) уширение линии D₂

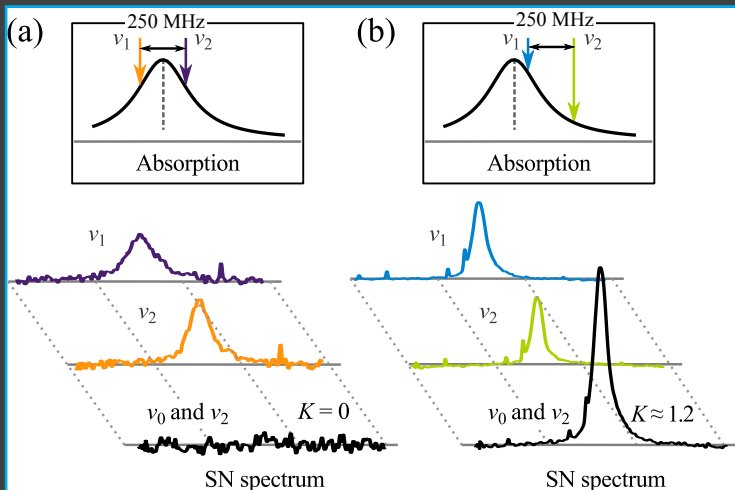


Оптический спектр спинового шума



Оптический спектр спинового шума имеет провал при $\hbar\omega = E_{D_2}$
несмотря на значительное неоднородное уширение

Двухцветный эксперимент



В двухцветном эксперименте флуктуации **коррелированы** на одном крыле линии поглощения и **антикоррелированы** на разных.

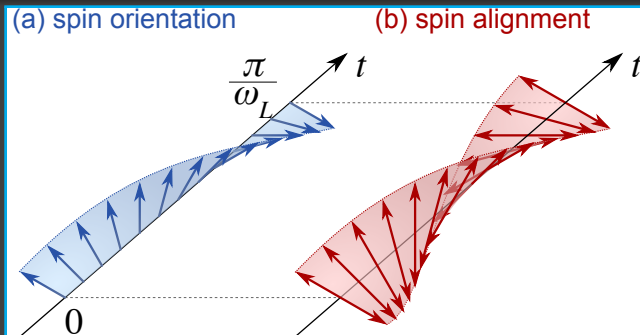
Ключ к пониманию эксперимента $\tau_s \gg \tau_p$ – гомогенизация спектра

Флуктуации гиротропии и линейного двулучепреломления среды:

$$\delta\epsilon_{\alpha\beta} - \delta\epsilon_{\beta\alpha} = iA(\omega)\kappa_{\alpha\beta\gamma}\delta F_{\gamma}, \quad \delta\epsilon_{\alpha\beta} + \delta\epsilon_{\beta\alpha} = 2S(\omega)\delta\{F_{\alpha}F_{\beta}\}_s$$

Для $F > 1/2$ вклад от двулучепреломления может быть существенным
 \Rightarrow флуктуации выстраивания

$$C_{zx}(\tau) = \langle \{F_z F_x\}_s(t + \tau) \{F_z F_x\}_s(t) \rangle$$

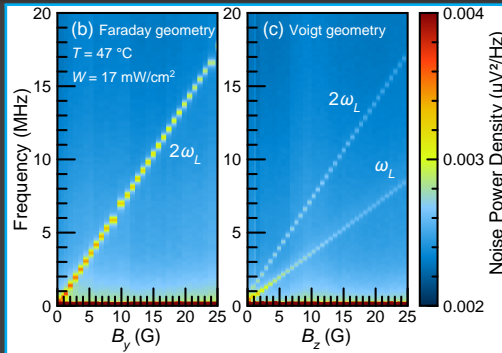


Флуктуации гиротропии и линейного двулучепреломления среды:

$$\delta\epsilon_{\alpha\beta} - \delta\epsilon_{\beta\alpha} = iA(\omega)\kappa_{\alpha\beta\gamma}\delta F_{\gamma}, \quad \delta\epsilon_{\alpha\beta} + \delta\epsilon_{\beta\alpha} = 2S(\omega)\delta\{F_{\alpha}F_{\beta}\}_s$$

Для $F > 1/2$ вклад от двулучепреломления может быть существенным
 \Rightarrow флуктуации выстраивания

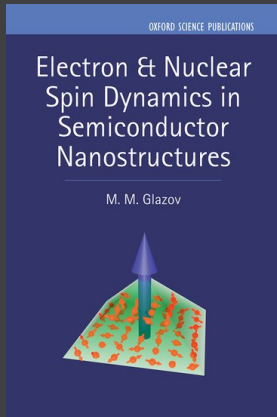
$$C_{zx}(\tau) = \langle \{F_z F_x\}_s(t + \tau) \{F_z F_x\}_s(t) \rangle$$



- **ФТИ им. А.Ф. Иоффе**
Е.Л. Ивченко, Д.С. Смирнов, А.В. Шумилин
- **Basque Country University (Spain)**
Е. Шерман
- **TU-Dortmund (Germany)**
N. Fröhling, N. Jäschke, A. Fischer, I. Kleinjohann, F. Anders, G. Uhrig
J. Hackmann, A. Greilich, Ph. Glasenapp, Д. Яковлев, М. Bayer
- **Санкт-Петербургский государственный университет**
В.С. Запасский, Г.Г. Козлов, М.Ю. Петров, С.В. Полтавцев,
И.И. Рыжов, А.А. Фомин
- **University of Montpellier (France)**
М. Владимирова, Д. Скальбер
- **Leibniz University (Germany)**
F. Berski, J. Wiegand, J. Hübner, M. Oestreich

Спектроскопия спиновых шумов – мощный инструмент для исследования спиновой физики

- 1 История вопроса
- 2 Введение в теорию флуктуаций
- 3 Электронные и ядерные спиновые флуктуации
- 4 Спиновые шумы в неравновесных условиях
- 5 Оптическая спектроскопия спиновых шумов
- 6 Заключение



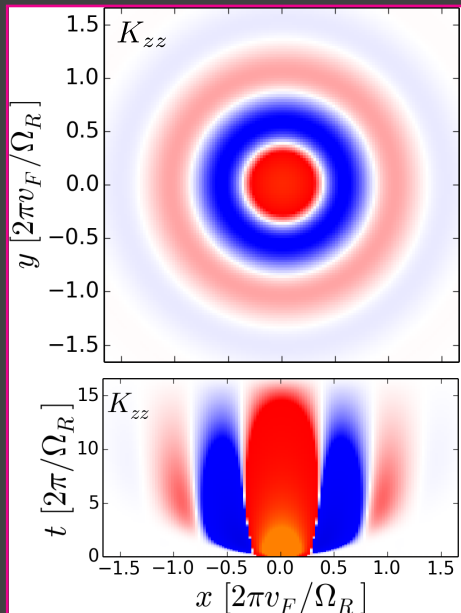
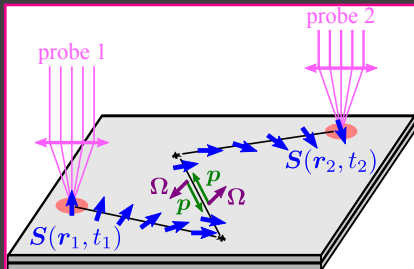
Спасибо за внимание!

Spin-density fluctuations with spin-orbit

Spatiotemporal spin correlator

$$K_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, t_1 - t_2) \\ = \langle S_\alpha(\mathbf{r}_1, t_1) S_\beta(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle$$

A possible optical method
for measuring spin correlations
with spatial resolution



Poshakinskiy, Tarasenko, Phys. Rev. B (2015)